

ئەندازىيەرى مېكانىك

ۋەستانتزانى

A photograph of a cable-stayed bridge at dusk or dawn. The bridge spans across a body of water, with its reflection visible. The sky is a deep blue with some clouds. The bridge's structure, including the towers and cables, is silhouetted against the sky. The word "Statics" is written in a large, bold, yellow font in the lower right portion of the image.

Statics

ئەندازىيى مىكانىك
ۋەستىئانى

Engineering Mechanics
Statics

ناوی کتیب: ئەندازیاری میکانیک – وهستانزانی Engineering

Mechanics – Statics

بابەت: ئەندازیاری

بژارکردنی: ھەمەھەلی محەمەد مەعرف

نۆرە چاپ: چاپی یەكەم

سالی چاپ: 2015

چاپخانە: ئاسیا

بلاوکراوەی: کتیبخانی دلشاد

ژمارە مۆبایلی کتیبخانە: دلشاد: 07701513975

Rawaz7509@yahoo.com

Rawaz7509@gmail.com

Chapter 1 Introduction	4
Chapter 2 statics of particles	11
Chapter 3 rigid bodies	49
Chapter 4 equilibrium of rigid bodies	80
Chapter 5 centroid	96
Chapter 6 Second moment of inertia	119
Chapter 7 truss	163
Chapter 8 friction	192
Chapter 9 beams and cables	221

كەسپكى خويندەوار كە ناخويندەتەوہ جياواز بيهكى ئەوتۆى نيه لەگەڵ
كەسپكى نەخويندەوار دا.

بهشی Chapter 1 پیشهکی Introduction

1.1 Question: What is mechanics?

Mechanics: It is a branch of the physical sciences which deals with the action of the forces on bodies at state of rest or motion. In general, mechanics can be subdivided into three branches: rigid body mechanics, deformable body mechanics and fluid mechanics. Rigid body mechanics is divided into two branches: Statics and dynamics.

پرسیار: میکانیک چییه؟

وه لام: میکانیک لقیکی زانستهکانی فیزیایه که لهکاریگیری هیزهکان دهکولیتهوه لهسهه تهنهکان له حالتهی وهستاندایان له حالتهی جولهدا. به گشتی، میکانیک دهوانریت دابهش بکریتهوه بو سی لق: میکانیکی تهنی سهخت، میکانیکی تهنه شیههگور اوهکان و میکانیکی شلگازهکان. میکانیکی تهنی سهخت دابهش دهبیت بو دوو لق: وهستانزانی و جولهنانی.

1.2 What is statics?

Statics is the study of rigid bodies that are stationary or moved with a constant velocity, the rigid body must be in equilibrium. In the language of statics, a stationary rigid body has no unbalanced forces acting on it.

وهستانزانی چییه؟

وہستانزانی لیکوآینہویہ لہ تہنہسختہکانہ کہ راوہستانون یان جولاون بہ خیرایبہکی نہگور۔ تہنہ سختہکہ دہبیت لہ ہاوسہنگیدا بیت۔ لہ زمانی وہستانزانی، تہنی سختی و ہستاو کاری ہیزی لاسہنگی لہسہر نییہ۔

1.3 What is Dynamics?

Dynamics is the study of rigid bodies that are moving with the accelerated motion.

جولہزانی چیہ؟

جولہزانی توپڑینہوی تہنہ سختہکانہ کہ بہ جولہ تاودراوہکیمان دہجولین۔

1.4 Fundamental concepts

زاراوہ بنچینہیبہکان

1.5 Scalar and vector quantities و ہیندہ ناراستہبرہکان

ہیندہ بی ناراستہکان

1.6 Scalar quantity: It is one which has only magnitude but has no direction such as (Volume ، area ، length ، density and times).

ہیندہ بی ناراستہکان: ئہو ہیندہیہ کہ تہنہا بری ہیبہ بہلام ناراستہی نییہ و ہک (قہبارہ، پرووبہر، درپڑی، چری، کات).

1.7 Vector quantity: has both of magnitude and direction like velocity ،acceleration ،force.

هیزه ئاراستهبرهكان: ئەو هیندانهن كه بریش و ئارستهشیان ههیه وهك خیرای و تاودان و هیز.

1.8 What is Particle?

A Particle is very small; it has mass but no size.

تهنۆلكه چیه؟

تهنۆلكه زۆر بچوكه؛ بارستایی ههیه بهلام قهبارهی نییه.

1.9 What is rigid body?

A rigid body has both a mass and a size.

تهنی سهخت چیه؟

تهنی سهخت بارستایی و قهباره ههردوکیانی ههیه.

1.10 What is Equilibrium?

When the resultant force and moment are both equal to zero ،the body is said to be in equilibrium.

هاوسهنگی چیه؟

کاتیک هیزی بهرهنجام و زهبر ههردوکیان یهکسان دهین به سفر، تهنهکه پیی دهوتریت له هاوسهنگیدایه.

1.11 Units of measurement

یهکهکانی پێوانهکردن

The four basic quantities (length ،time ،mass and force) are not all independent from one another. In fact ،they

are related by Newton's second law of motion ، **force=mass* acceleration**. Because of this ،the units which used to measure these quantities can not all be selected arbitrarily. The equality **force=mass* acceleration** is maintained only if three of the four units ،called base units ،are defined and the fourth unit is then derived from the equation.

چوار ھیندہ بنچینہ ییہ کہ (دریژی، کات، بارستایی و ھیز) ھمویان سبھخو نین لہ یهکیاندا. لہراستیدا، پھیوستن به یاسی دووھی نیوتنہو لہ جولہیدا (ھیز = بارستایی* تاودان) بهھوی ئہموہ، یهکھکان کہ بهکاردهھینرین بو پئیوانی ئہم ھیندانه ھموویان ھہرہماکیانہ ناتوانرین دیاری بکرین. یهکسانی (ھیز = بارستایی* تاودان) دهھیلریتہوہ تہنہا ئهگہر به سیان لہو چوار یهکھیه کہ پئیان دھوتریت بنچینہی، پیناسدہکرین وہ چوارم یهکھیان لہ ھاوکیشہکھوہ دادہتاشریت.

1.12 The International System of units (SI units)

The International System of units abbreviated SI after the French "Systēme International d'Unitēs" is a modern version of the metric system which has received worldwide recognition. As shown in table 1.1 ، the SI system defines length in meters (m) ،time in seconds (s) ،and mass in kilograms (kg). the unit of force ،called a newton (N) ،is derived from Force = mass* acceleration. Thus ،1 newton is equal to a force required to give one kilogram of mass an acceleration of $1\text{m}/\text{sec}^2$ ($\text{N}=\text{kg} \cdot \text{m}/\text{sec}^2$)

سیستمی نیودهولتهتی یهکهکان

سیستمی نیودهولتهتی یهکهکان (Si units) کورنکر اوتهتوه له (Système International d'Unités) ی فهره نسبییهوه که وهشانی هاوچهرخی سیستمی مهتره که وهك ناسینراوی جیهانی وهرگیراوه. که له خشتهی 1.1 دا پیشان دراوه. سیستمهکه دریزی بهمتر (m) پیناسهدهکات، کات به چرکه (s) وه بارستای به کیلوگرام (kg). یهکهی هیز، پیی دهوتریت نیوتن (N)، که داتاشراوه له (هیز = بارستای * تاودان) هوه. بهم شیوهیه، 1 نیوتن یهکسانه به هیزیکی پیویست بو پیدانی یهک کیلوگرامی بارستای تاودانیکی $(1\text{m/sec}^2)(\text{N}=\text{kg} \cdot \text{m/sec}^2)$

Quantities	Unit	یهکهکان	هیندهکان
Length(L)	Meter (m)	مهتر	دریزی
Mass(M)	Kilogram (Kg)	کیلوگرام	بارستای
Time(T)	Second (s)	چرکه	کات
Force(F)	Newton(N)	نیوتن	هیز
Velocity(V)	(m / s)		خیرای
Acceleration(a)	(m / s ²)		تاودان
Area(A)	(m ²)		رووبهر
Density	Kg / m ³		چری
Work	N.m or Joul	جول	نیش
Moment of force	N.m		زهبر
Power	Watt	وات	توانا
Pressure	N/m ² or pascal	پاسکال	پهستان

Table 1.1 خشتهی

1.13 U.S. Customry units

The U.S. customary ‘or British system of units ‘also called the foot-pound-second (FPS) system ‘has been the common system in business and industry in English speaking counties. The FPS system defines length in feet (ft) ‘and force in pounds (lb). The unit of mass ‘called a slug ‘is derived from Force = mass* acceleration. Thus ‘ 1 slug is equal to the amount of matter accelerated at $1\text{ft}/\text{sec}^2$ when acted upon by a force of 1lb (slug= $\text{lb}\cdot\text{sec}^2/\text{ft}$)

یه‌که فہرمیہ‌کانی U.S

یہ‌کهی فہرمی U.S، یان سیستمی بہریتانی یہ‌که‌کان، ہہروہا پینشی دہوتریت سیستمی پی-پاوهن-چرکہ (FPS)، کراوہتہ سیستمیکی گشتی لہ بازارگانی و پیشہ‌سازیدا لہو ولاتانہی کہ بہ ئینگلیزی قسہ دہکن۔ سیستمہ‌کہ دریژی بہ پی (ft) پیناسہ‌دہکات، کات بہ چرکہ (s) وہ ہیز بہ پاوهن (lb). یہ‌کهی بارستای، پینی دہوتریت سلگ (slug)، کہ داتاشراوہ لہ (ہیز=بارستای*تاودان)ہوہ. بہم شیوہیہ، 1 سلگ یہ‌کسانہ بہ بری مادہیہکی تاودراو بہ $1\text{ft}/\text{sec}^2$ کاتیک کاردہکاتہ سہری بہ ہیزیکی 1 پاوهنی (slug= $\text{lb}\cdot\text{s}^2/\text{ft}$)

Quantity	ہیند	FPS units	SI units
Force		lb	4.44N
ہیز			
Mass	بارستایی	slug	14.5kg

Length	دریژی	ft	0.3m

خشتهی Table 1.2

1.14 Mathematical Notation and Formula

یاساو

تیبینییهکانی بیرکاری

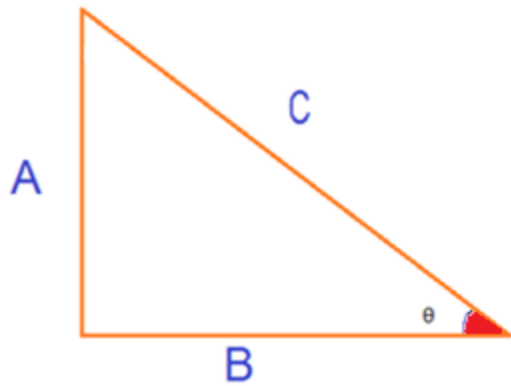


Figure 1.1

$$\sin \theta = \frac{\text{بهرامبر}}{\text{ژئ}} = \frac{A}{C}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{تەنیشت}}{\text{ژئ}} = \frac{B}{C}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{بهرامبر}}{\text{تەنیشت}} = \frac{A}{B}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\sin (-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos (-\theta) = \cos \theta$$

چونکه ئەگەر نرخى گوشه نینگەتيف بوو ئەوا گوشهكه به گویرهى چارهكى چوارهم مامەلەى لهگەلدا دهكریت.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta$$

$$\sin (\theta + \alpha) = \sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha$$

$$\sin (\theta - \alpha) = \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha$$

$$\cos (\theta + \alpha) = \cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha$$

$$\cos (\theta - \alpha) = \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha$$

$$\text{Sec} = \frac{1}{\text{Cos} \alpha}$$

$$\frac{1}{\text{Cos}^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

$$\text{Sec}^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$$

درؤزنترين كهس له دونيادا، نهو مامؤستايهيه كه پرسيارى زؤر
قورس، له تاقيکردنه وهدا دههينئتهوه و له كؤتا دپردا دهئوسئت:
بههيوای سهركهوتن.

(ئانائۆل فرانس)

هاورئ بؤ هاورئ، وهك پينه وايه، نهگهر هاشيوهئ نهبيت ناشيريني
دهكات.

(شكسپير)

بهشى Chapter 2

وهستانزانئ تهنؤلكهكان Statics of particles

2.1 Question: What is mechanics?

Answer: Mechanics: It is science which deals with the action of the forces on bodies at state of rest or motion.

پرسيار: ميكانيك چييه؟

وہلام: میکانیک ئہو زانستہیہ کہ لہ کاریگہری ہیزہکان دہکولیتہوہ لہسہر
تہنہکان لہ حالہتی وہستاندا یان لہ حالہتی جولہدا

2.2 Question: what is force?

Answer: A Force may be defined as the action on body on another body which changer or tend to changer the motion of the body acted on. Force is a push or a pull that one body exerts on another body ،including gravitational ،electrostatic magnetic and constant influences. Force is a vector quantity ،having a magnitude ،direction ،and point of application.

پرسیار: ہیز چییہ؟

وہلام: ہیز پیناسہ دہکریت وہک کاریگہری تہنیک لہسہر تہنیک دیکہ کہ
جولہکہی دہگوریت یان ہولدہدات بو گورینی جولہی تہنہکہی کہ کاری
کردوہتہسہر. ہیز پلناتیکہ یان پراکیشانیکہ کہ تہنیک کاردہکاتہ سہر
تہنیک دیکہ، ہیزی کیشکردن، موگناتیزی کارہبایی وہستاو وہ کارلنیکہ
نہگورہکان. ہیز ہیندیکی ناراستہدارہ، بر و نارستہ و خالی
کارتیکردنی ہییہ.

2.3 What is difference between external forces and internal forces ?

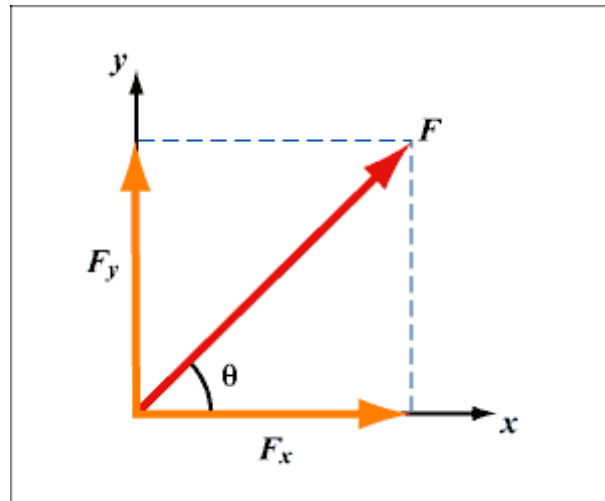
Actions of other bodies on a rigid body are known as external forces. If unbalanced, an external force will cause motion of the body. Internal forces are the forces that hold together parts of a rigid body. Although internal forces can cause deformation of a body but motion is never caused by internal forces .

جياوازی نيوان هيژه دهره کييه کان و هيژه ناوه کييه کان چييه؟

کاري تهنه کاني تر له سهر تهنه سهخته کان ناسراوه به هيژي دهره کي. نه گهر لاسهنگ بو، هيژي کي دهره کي ده بيته هو ي جو له ي تهنه که. هيژه ناوه کييه کان هيژه کانن که به شه کاني تهني کي سهخت به يه که وه ده به ستيت. هر چه نده هيژه ناوه کييه کان ده توانن بينه هو ي شيوه نيکچوني تهنک به لام هر گيز به هو ي هيژه ناوه کييه کان وه جو له نييه.

2.4 How to represent forces?

Forces are frequently represented in terms of unit vectors and force components. A unit vector is a vector of unit length directed along a coordinate axis. Unit vectors are used in vector equations to indicate



direction without affecting magnitude. In the rectangular coordinate system, there are three unit vectors, i , j , and k .

Figure

2.1

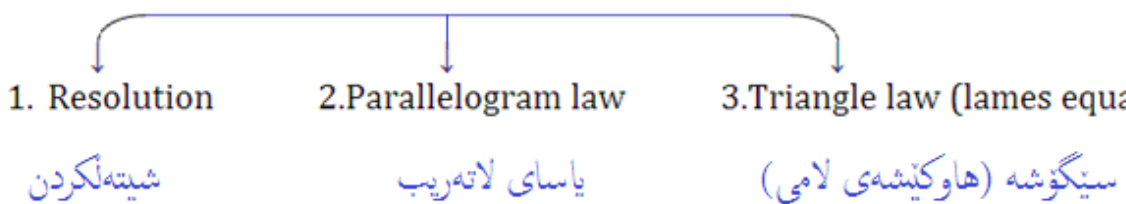
چون هيزهكان پيشان ددرين؟

بمزوری هيزهكان پيشان ددرين به دستهواژهی ناراستهبرهکاني يهکه و پيکنههکاني هيز. ناراستهبريکی يهکه ناراستهبريکی يهکهی دريژيه، ناراستهکراوه به دريژي تهوههی پوتانيک. ناراستهدارهکاني يهکه له هاوکيشهکاني ناراستهبرهکاندا بهکاردههينرين بو دياريکردنی نارسته بهبی کاریگهري بر. له سيستمی پوتانی لاگيشهيدا، سی ناراستهداري يهکه ههيه i ، j ، k .

2.5 Methods of finding of Resultant

رينگاکانی دوزينهوهی

بهههنجامي هيز



2.6 Resolution

1. Resolution: every inclined forces are resolved into their components one on X-axis and the other on Y-axis after that total summation of forces on X-axis ($\sum F_x$) and total summation on forces on Y-axis $\sum F_y$ are taken.

Finally, the resultant is found due to this formula.

$$R = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2}$$

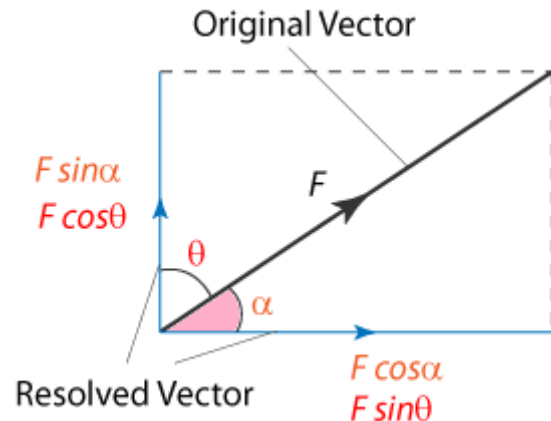
The formula of $(\tan\beta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx})$, can be used to find the direction of the resultant force.

شیتل کردن: همو هیزه لارهکان شیتل دهکرین بو پیکهینر مکانیان.
 یهکیکیان لهسەر تهوهری X و ئهوهی تر لهسەر تهوهری Y. دوای ئهوه
 سهرجهمی کوکراوهی هیزهکان لهسەر تهوهری X واته $(\sum Fx)$ و
 سهرجهمی کوکراوهی هیزهکان لهسەر تهوهری Y واته $(\sum Fy)$ و دهگیریت.
 لهکووتاییدا، بهر هنجامهکه بههوی ئهم یاسایهوه دهووزریتهوه:

$$R = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2}$$

دهتوانریت یاسای $(\tan\beta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx})$ بهکاردههینین. بو دوزینهوهی ئاراستههی
 هیزی بهر هنجام.

2.7 How to resolve a single force?



A single force F at an angle θ to the horizontal can be split into perpendicular forces: $F\cos\theta$ in the horizontal direction and $F\sin\theta$ in the vertical direction.

Figure 2.2

چۆن ھیزیکی تاك شیتەل دەکریت؟

ھیزیکی تەك (F) بەگۆشەپەك (θ) لەگەڵ ئاسۆدا دەتوانریت جیا بکریتەوه بۆ ھیزە ئەستونەکان: $F\cos\theta$ بە ئاراستەى ئاسۆیی و $F\sin\theta$ بە ئاراستەى ستونی.

(F) لاره شیتەلکرا بۆ دوو پیکنەر: یەکیکیان لەسەر تەورەى (X) واتە X -axis ئەوێ تریشیان لەسەر تەورەى (Y) واتە Y -axis

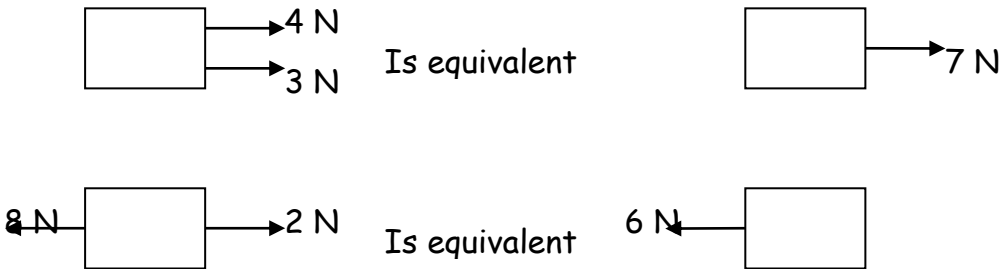


Figure 2.3

The resultant of two forces at right angles to one another is represented by the diagonal of the rectangle whose sides represent the two forces.

بهره‌نجامی دوو هیژی گوئشه‌وستاو بو یه‌کتر پیشاندر اوه به تیره‌ی لاکیشه‌که که لاکانی دوو هیژه‌که پیشان ده‌دات.

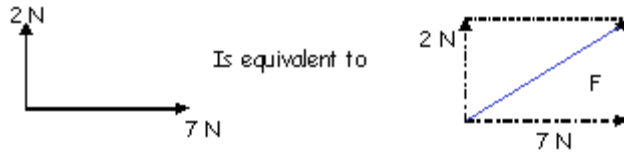


Figure 2.4

$$F = \sqrt{(7^2 + 2^2)} = \sqrt{53} = 7.28N$$

$$\tan\theta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx} = \frac{2}{7}$$

$$\theta = 15.95^\circ$$

تییینی: ئەم نیشانیه ($\sum \rightarrow +$) واتا هه‌موو ئەو هیزانیه که

به‌ئار استه‌ی ده‌سته راستن پۆز هتیفن.

ئەم نیشانیه ($\sum \leftarrow -$) واتا هه‌موو ئەو هیزانیه که به ئار استه‌ی ده‌سته

چه‌ین نیگه‌تیفن.

ئەم نیشانیه ($\sum \uparrow +$) واتا هه‌موو ئەو هیزانیه که به‌ئار استه‌ی

سه‌ر هون پۆز هتیفن.

ئەم نیشانیه ($\sum \downarrow -$) واتا هه‌موو ئەو هیزانیه که به ئار استه‌ی

خوار هون نیگه‌تیفن.

The resultant of these two forces is a force of 7.28 N at an angle of 15.95° to the 7N force.

بهره‌نجامی نهم دوو هیزه هیزیکی (7.28 N) به گوشه‌ی (15.95°) بو هیزه (7N) هکه.

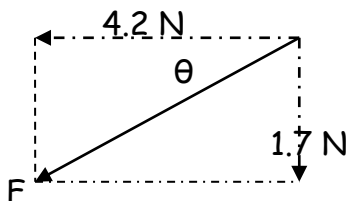
Example 2.1: Find the resultant of the two forces which shown in the **Figure 2.5**.

نمونه: بهره‌نجامی دوو هیزه‌هکه بدوزره‌وه که له وینه‌که‌ی (2.5) دا پیشاندراون.

4.2 N

Solution

Figure 2.5



$$F = \sqrt{4.2^2 + 1.7^2} = 4.531N$$

$$\tan\theta = \frac{1.7}{4.2}$$

$$\theta = 22.04^\circ$$

Hence the resultant of the two forces is a force of 4.532 N at an angle of 22.04° below the 4.2N force.

لەبەر ئەوە بەرەنجامی ئەم دوو ھێزە ھێزیکى (4.532 N) بە گوشەى (22.04°) لەژێر ھێزە (4.2N) ەكە.

Note: any two forces can be combined to produce a resultant, then any force can be resolved into two perpendicular forces called the components of the force.

تیبینی: ھەر دوو ھێزیک دەتوانریت کۆبکریتەوہ بۆ بەرھەمھێنانی بەرەنجامیک، پاشان ھەر ھێزیک دەتوانریت شیتەل بکیت بۆ دوو ھیزی ئەستون پێیان دەوتریت پێکنەرەکانی ھێزەكە.

Example 2.2: Demonstrate that the system of forces on the left is equivalent to the single force on the right.

نمونە: بیخەرە روو کە کۆمەڵە ھێزەکانی لای چەپ ھاوئرخە بۆ ھێزیکى تاک لەلای راست.

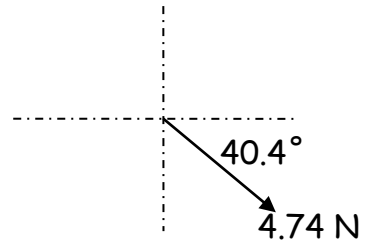
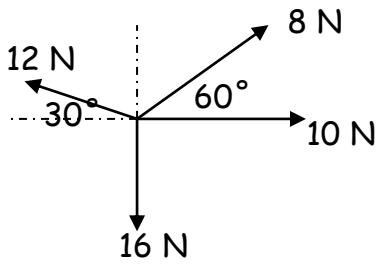


Figure 2.6

Solution

شیکار

To find the resultant, first resolve all forces horizontally and vertically

بۆدۆزینەوهی بەر ئەنجامهکه، سەرەتا هه‌موو هێزه‌کان ئاسۆیانە و ستونیانە شیتەڵبکه.

Force	Horizontal component	Vertical component
10 N	10	0
16 N	0	-16
8 N	$8\cos 60=4$	$8\sin 60=6.928$
12N	$-12\cos 30=-10.392$	$12\sin 30=6$
Total	3.608 N	-3.072 N

The resultant is;

بەر ئەنجامه‌که

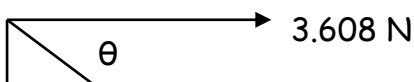


Figure 2.7

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{3.608^2 + 3.072^2} \\ &= \sqrt{13.02 + 9.44} \\ &= \sqrt{22.46} \\ &= 4.74 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{3.072}{3.608} \\ \theta &= 40.4^\circ \end{aligned}$$

Example 2.3: The system of 3 forces on the left is equivalent to the single resultant F at an angle θ to the horizontal. Find F and θ .

نمونه: سیستمه سی هیزیهکهی لای چهپ هاو نرخه بو تاکه بهره نجامیک
F به گوشهی (θ) بو ناسۆ. (F) و (θ) بدۆزهره وه.

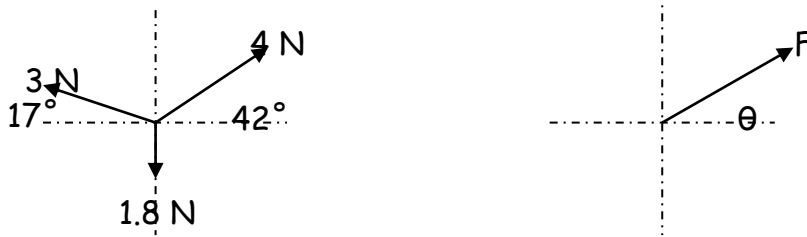


Figure 2.8

Solution

Force	Horizontal component	Vertical component
1.8 N	0	-1.8
3 N	$-3\cos 17$	$3\sin 17$
4 N	$4\cos 42$	$4\sin 42$
Total	0.1037 N	1.754 N

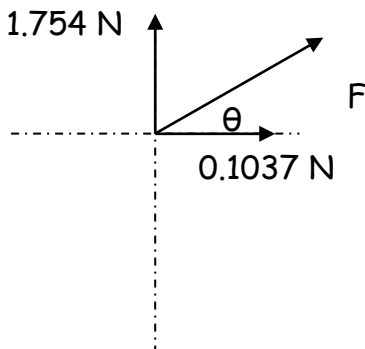


Figure 2.9

$$\begin{aligned}
 F &= \sqrt{1.754^2 + 0.1037^2} \\
 &= 1.757 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\tan\theta = \frac{1.754}{0.1037}$$

$$\theta = 86.61^\circ$$

Example 2.4: An object of mass 4 kg is attached to the lower end of a light inextensible string. The upper end is fixed to a wall. A horizontal force of P Newtons is applied to the free end of the string so that the string makes an angle of θ with the downward vertical and

with a tension of 200 N. If the 4 kg mass rests in equilibrium, find P and θ .

نمونه: تهنیکی بارسته (4 kg) ی بهستر او ه به کوتایی خوار هوهی پهنیکی نهکشای سوکوه. کوتایی سهر هوهی بهستر او ه به دیوار یکهوه. هیزیکی ناسوی (P) نیوتنی دانرا لهسهر سهر بهره لاکهی تری پهنکه بهممش پهنکه گوشهی (θ) ی دروستکرد لهگهل ستونی پرووی خوار هوه وه به گرزی (200 N). نهگهر بارسته (4 kg) هکه به هاوسهنگی بوهستیت. (P) و (θ) بدوزهر هوه.

Solution

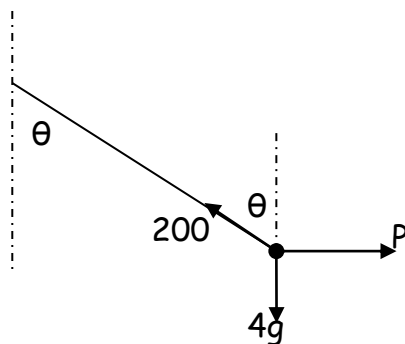


Figure 2.10

Resolving Vertically

horizontally

$$200\cos\theta = 4g$$

$$200\sin\theta = P$$

$$\cos\theta = 4 \times 9.8 \div 200$$

$$200\sin 78.58 = P$$

Resolving

$$\cos\theta = 39.6 \div 200$$

$$200 \times$$

$$0.98 = P$$

$$\cos\theta = 0.198$$

$$P = 196.04 \text{ N}$$

$$\theta = 78.58^\circ$$

Example 2.5: An object of mass m kg is attached to the lower end of a light inextensible string, the upper end of which is fixed to a wall. A horizontal force of 40 N is applied to the free end of the string so that the string makes an angle of θ with the downward vertical and experiences a tension of 90 N. If the particle rests in equilibrium find θ and m .

نمونه: تهنيکي بارسته (m kg) ي بهستراوه به کوټايي خوار هوه ي پهټيکي نهکشاي سوک هوه. کوټايي سهر هوه ي بهستراوه به ديوار يک هوه. هيژيکي ناسوي (40 N) دانرا له سهر سهر بهره لاکه ي تری پهټهکه بهمهش پوتوکه گوشه ي (θ) ي دروستکرد له گهل ستوني رووي خوار هوه وه به گرژي (90 N). نهگهر بارسته (4 kg) هکه به هاوسهنگي بوهستيت. (m) و (θ) بدوز هوه.

Solution

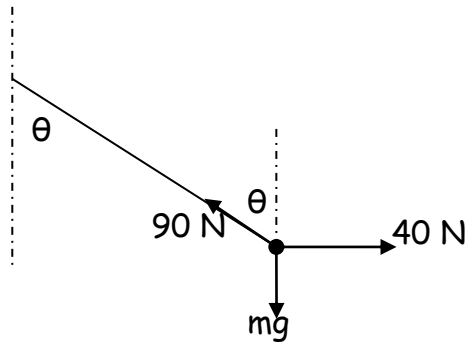


Figure 2.11

Resolving horizontally
vertically

$$90\sin\theta=40$$

$$90\cos\theta=mg$$

$$\sin\theta=40 \div 90$$

$$90\cos 26.39=mg$$

$$\sin\theta=0.444$$

$$0.896=9.8m$$

$$\theta=26.39^\circ$$

$$80.623=9.8m$$

$$m=8.23 \text{ kg}$$

Resolving

$$90 \times$$

$$80.623 \div 9.8=m$$

Example 2.6: An object of mass 5 kg is supported by two inextensible strings, the other ends of which are attached to 2 fixed points P and Q on a ceiling. The 5 kg mass rests in equilibrium with one string with a tension T Newtons and inclined at 30° to the horizontal and the other with a force of S Newtons and inclined at 45° to the horizontal. Find T and S.

نمونه: تهنیکی بارسته (5 kg) ی راگیر کراوه به دوو پهتیی نهکشاو، کوتایهکانی بهستراوه به دوو خالی جیگیرهوه P و Q به سهققیکهوه. بارسته (5 kg) مکه به هاوسهنگی وهستاوه به یهک پهت به گرژی (T) نیوتن وه به لاری (30°) بو ئاسو وه ئهوهی تریان به هیزیکي (S) نیوتنی وه به لاری (45°) بو ئاسو. (S) و (T) بدوزهرهوه.

Solution

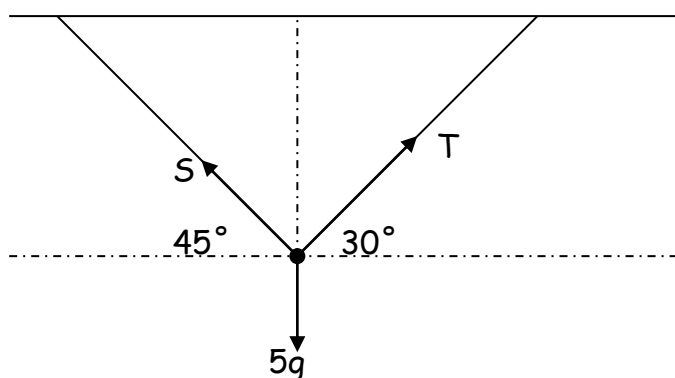


Figure 2.12

به ئاسویی شیتنهکردن Resolving horizontally

$$S \cos 45 = T \cos 30$$

$$0.707S=0.866T$$

$$S= (0.866 \times T) \div 0.707$$

$$S=1.225 T \dots\dots\dots(1)$$

به شاولی شیتله کردن vertically

$$S\sin 45 + T\sin 30=5g$$

$$0.707S + 0.5T=5 \times 9.8$$

$$0.707S + 0.5T=49 \dots\dots\dots(2)$$

Substituting equation (1) into equation (2)

دانانهوهی هاوکیشهی (1) بوناو هاوکیشهی (2)

$$0.707 \times 1.225T + 0.5T = 49$$

$$0.866T + 0.5T=49$$

$$1.366T=49$$

$$T=49 \div 1.366$$

$$T=35.87 \text{ N}$$

$$S=1.225 \times 35.87$$

$$S=43.93 \text{ N}$$

2.8 Parallelogram Law

یاسای لاتهریب

ههنگاهکانی شیکارکردنی پرسیار به ریگهی لاتهریب:

1. به هۆی دوو هیزه کههێ پرسیار کههوه لا تهریبێک دروست دهکهین بهم شیوهیه:

هیزی یهکهم تهریب به هیزی دووهم به هیلیکی شاراهه (hidden line) درێژ دهکهینهوه، وه هیزی دووهمیش تهریب به هیزی یهکهمی ههیه چونکه تهریبه پێی. ئهم دوو هیزه درێژ کراوهیه له خاڵێکدا یهک دهگرن ناوی دهنێن (P)، وه خالی (P) بهخالی بنهرت (بنچینهی) (origin) دهکهینهین و ناوی دهنێن R

$$\vec{OP} = \vec{R}$$

ئهو گۆشهیهی بهرامبهر (R) ه ههموو کات بریتیه له (θ)

2. یاسای لاتهریب Parallelogram دهنوسین.

3. پرسیار کهه شیکار دهکهین.

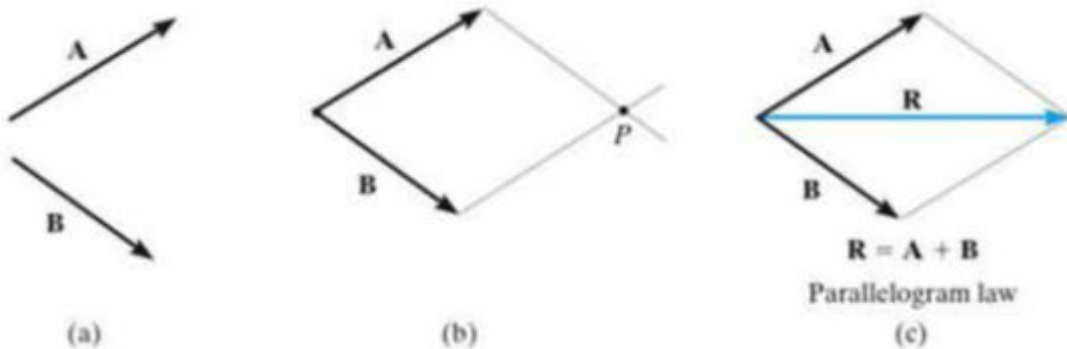


Figure 2.13

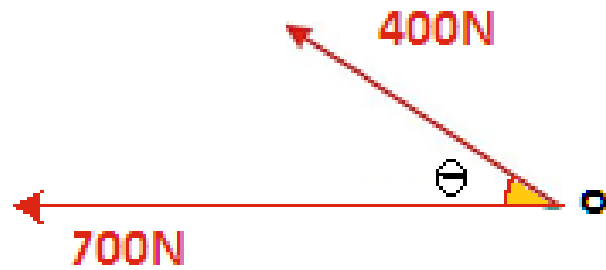
$$R = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2) - (2F_1F_2 \cos \alpha)}$$

$$\theta = 180 - \alpha$$

$\cos\theta$: همیشه گوشه‌ی به‌ر امبه (R) هکویه

که رنگه گوشه‌ی به‌ر امبه (R) هکه ناوی (θ) بیت یان (β) یان (α) یان (χ) بیت یان هر ناویکی دیکه.

Example 2.7: At what angle θ must the 400N Force be applied in order that the resultant (R) of the two forces will have magnitude of 1000N? For this condition what will be the angle β between R and the horizontal.



Figure

2.14

نمونه: به چوار گوشه‌یهک (θ) پیویسته هیزی (N400) دابنریت بو ئهوهی که به‌ر انجامی دوو هیزهکه بری (N1000) هبیت، بو ئهم مهرجه گوشه‌ی (β) دهبیت چند بیت له نیوان هیزی به‌ر انجام و ئاسو؟

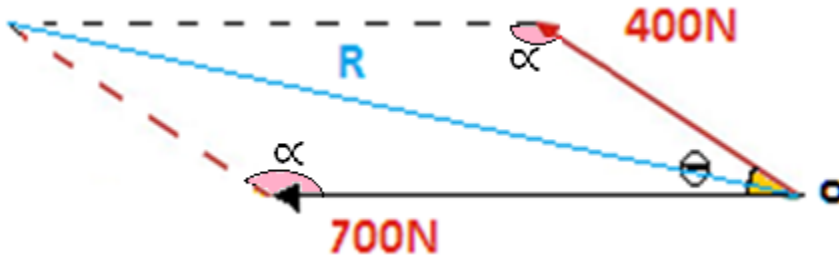


Figure 2.15

$$R = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2) - (2F_1F_2 \cos \alpha)}$$

$$1000 = \sqrt{(400)^2 + (700)^2 - (2 * 400 * 700 \cos \alpha)}$$

ھەردوولايى ھاوگىشەكە دوو جا دەكەين بۇ ئەوھى رگەكە ئەمىنىت.

$$1000000 = (400^2 + 700^2) - (2 * 400 * 700 * \cos \alpha)$$

$$1000000 = [160000 + 490000] - [560000 * \cos \alpha]$$

$$1000000 - 650000 = -560000 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -\frac{350000}{560000} \rightarrow \cos \alpha = -0.625$$

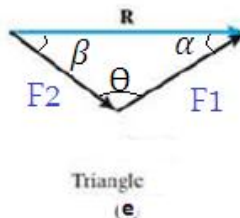
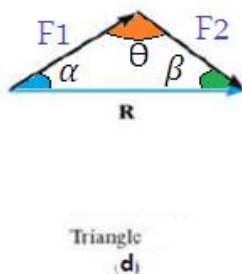
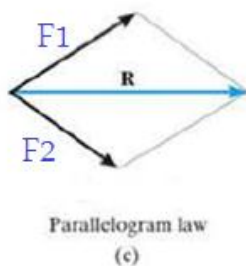
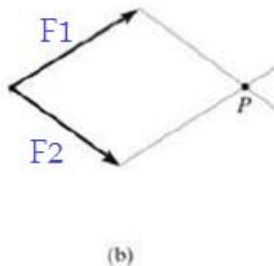
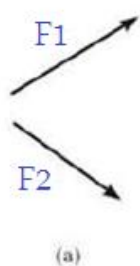
$$\alpha = \cos^{-1}(-0.625) \rightarrow \alpha = 128.6^\circ$$

$$\alpha + \theta = 180 \rightarrow \theta = 180 - 128.6 = 51.2^\circ$$

2.9 Trangle law or Lame's equation ياساى سىن گۆشە يان

ھاوگىشەھى لامى

به ههمان ههنگاو هکانی ریگای لاتهریب (parallelogram) که باسکرا، لاتهریبیک دروست دهکین که به دوو سی گوشه پیکهاتوه. سی گوشه که سی سهر موه سی گوشه که سی خوار موه، که دهبی یهکی له سی گوشه کان به جیا



وه ربگرین و نهم یاسایه ی بو به کار ده هینین:

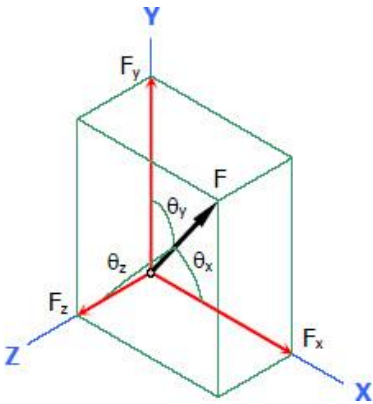
$$\frac{F1}{\sin\beta} = \frac{F2}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\theta}$$

Figure 2.16

هیچ جیاوازیهك نییه کام سیوگوشه بهکاردههینین (سهرهوه یا خوارهوه)

2.10 Tree dimensions

Another commonod convenient method. For determining the component of a free Force purticularly in three dimensions. [For free force] .



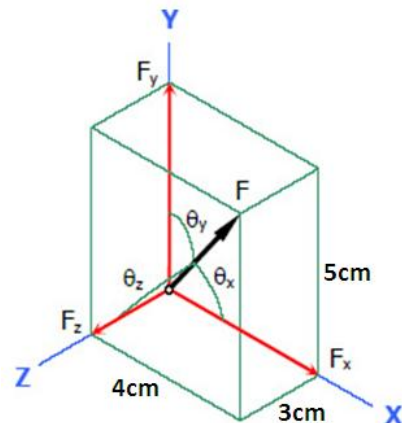
ریگیاهیکی گونجاوی گشتی تر بو دوزینهوهی
 پیکنهرهکانی هیژیکی سهربهست به تاییهتی به
 سی ناراسته.
 هیژی سهربهست (Free Force): نهو هیزهیه
 کهله سوچیکی نرخی دورهکهوه بو سوچه
 بهرامبهره بهرزهکههی ژورهکه دهرروات واته
 تهنها به بو شایدا دهرروات.
 نهو هیزه 90٪ لهناو سندوقدا ههمانه.

Figure 2.17

Free force ههموو کات دابهش دهکریت بو سی پیکهینهر (x, y, z)

Example 2.8: Determine three components of the 350N forces.

نمونه: سی پیکنهرهکه هیزه 350N که بدوزرهوه.



$$\text{long of } F = \sqrt{(Fx)^2 + (Fy)^2 + (Fz)^2}$$

Figure 2.18

$$= \sqrt{4^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{49} = 7\text{cm}$$

$$\text{Scale} = \frac{\text{Force}}{\text{length}}$$

$$\text{Scale} = \frac{350\text{N}}{7\text{cm}} = (50\text{ N})/(\text{cm})$$

$$F_x = 4\text{cm} * (50\text{ N})/(\text{cm}) = 200\text{N} \rightarrow$$

$$F_y = 5\text{cm} * (50\text{ N})/(\text{cm}) = 250\text{N} \uparrow$$

$$F_z = 3\text{ cm} * (50\text{ N})/(\text{cm}) = 150\text{N} \checkmark$$

Check :

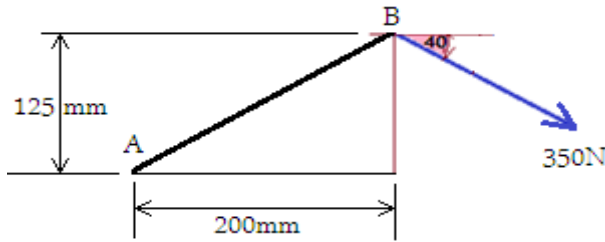
$$R \text{ result} = \sqrt{(200)^2 + (250)^2 + (150)^2} = 350\text{ N}$$

گوشه‌کانمان دهداتی و هک ئهم شپوهی لای خوار هوه داوای دوزینهوهی
 هه‌ریه‌که له F_x ، F_y ، F_z دهکات .
 وه به‌هوی ئهم سنی یاسایه F_x ، F_y ، F_z دده‌وزینهوه .

$$F_x = F \cos \theta_x$$

$$F_y = F \cos \theta_y$$

$$F_z = F \cos \theta_z$$



Example 2.9: A:
Find the two rectangular component of the 350N force. **B:**

Resolve the 350N force into two component one along AB and the other perpendicular on it.

Figure 2.19

نمونه: A: دوو پیکنهره لاکیشه یییه که هی هیزه (350N) هکه بدۆزه ره وه. B: هیزه (350N) هکه شیته لکه بو دوو پیکنهره یه کیکیان به دریزی AB وه نهوهی تریان نهستون لهسه ری.

: A

$$F_x = F \cos 40$$

$$= 350 \cos 40$$

$$= 268.11 \text{ N} \rightarrow$$

Or $F_x = F \cos 50$

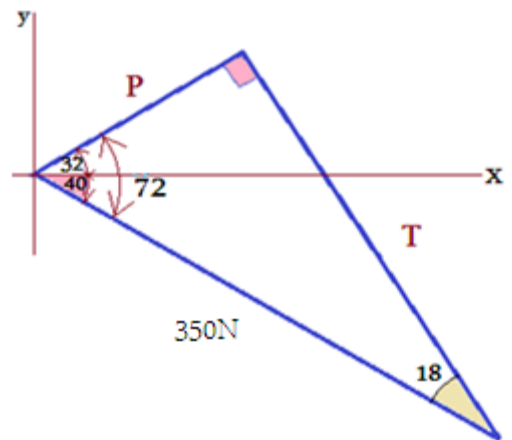


Figure 2.20

$$F_y = F \cos 50 \quad \text{or} \quad F_y = F \sin 40$$

$$F_y = 350 \cos 50 \quad \text{or} \quad F_y = 350 \sin 40$$

$$F_y = 224.9 \text{ N} \downarrow \quad \quad \quad F_y = 224.9 \text{ N} \downarrow$$

$$\tan\theta = \frac{125}{200} \rightarrow \theta = 32^\circ$$

B:

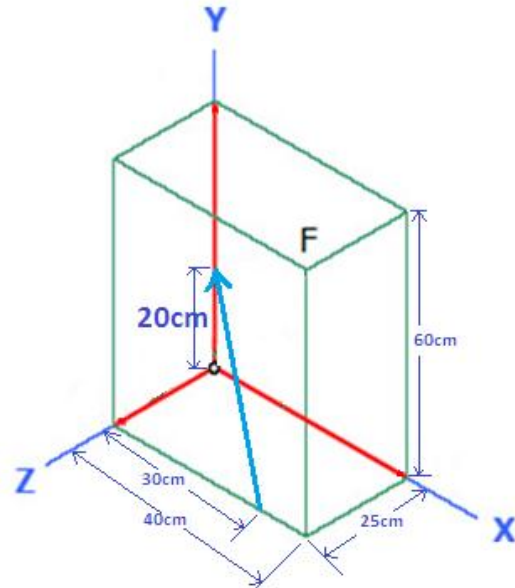
$$\frac{350}{\sin 90} = \frac{P}{\sin 18} = \frac{T}{\sin 72}$$

$$T = 350 * \sin 72 = 332.869$$

$$P = 350 * \sin 18 = 108.15$$

Example 2.10: Determine the rectangular components of the 20KN force F.

نمونه: پیکنهره لاکیشه بییه کانی هیزه
(KN20) هکه بدوزهره وه.



$$\begin{aligned} \text{long of } F &= \sqrt{(30)^2 + (20)^2 + (25)^2} \\ &= \sqrt{900 + 400 + 625} \\ &= 43.8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Figure 2.21

$$Scale = \frac{Force}{long\ of\ F} = 43.8\text{cm}/20\text{KN}$$

$$F_x = 30\text{cm} * 20\text{KN}/43.8\text{cm} = 13.6\text{KN} \leftarrow$$

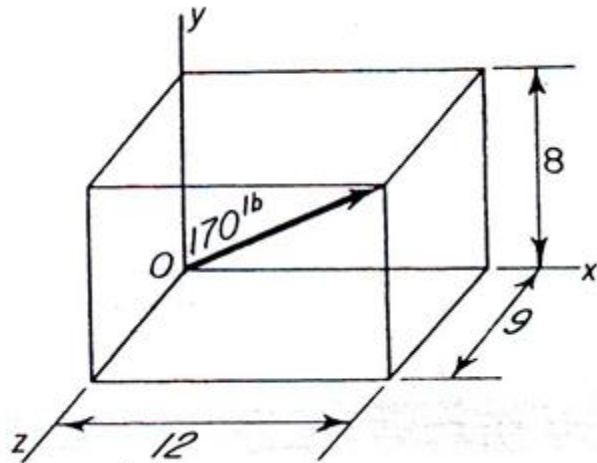
$$F_y = 20\text{cm} * 20\text{KN}/43.8\text{cm} = 0.9\text{KN} \uparrow$$

$$F_z = 25\text{cm} * (20\text{K N})/43.8\text{cm} = 11.4\text{KN} \checkmark$$

نیمه تهنه یهك جار بهم دنیا یهدا تیپهر ده بین،
 كهواته با له كردنی چاكه كاندا دریغی نه كهین،
 چونكه جار یكی دیکه ناتوانین بگهر یینه وه،
 تهنا هت بو كردنی یهك چاكه ش.

Example 2.11: Determine a set of three rectangular component of the 170lb force in figure 2.22.

نمونه: تیگر ای سی پیکنهره
 لاکیشیه که ی (170lb) بدوزهره وه
 له وینه که (2.22) دا.



پاؤ ہند = lb

Figure 2.22

$$\text{long of } F = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}$$

$$= \sqrt{(12)^2 + (8)^2 + (9)^2}$$

$$= 17 \text{ ft}$$

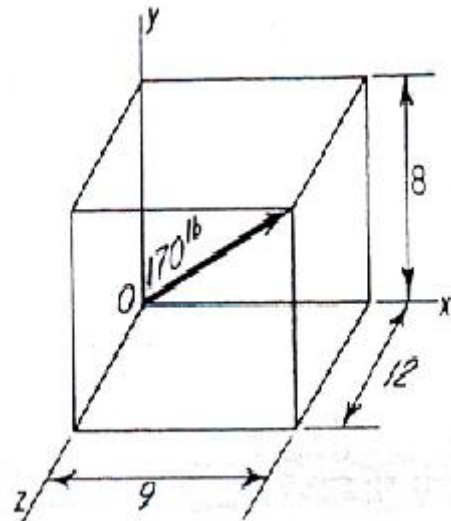
$$\text{Scale} = \frac{170}{70} = 10 \text{ lb/ft}$$

$$F_x = 12 \text{ ft} * 10 \text{ lb/ft} = 120 \text{ lb} \rightarrow$$

$$F_y = 8 \text{ ft} * 10 \text{ lb/ft} = 80 \text{ lb} \uparrow$$

$$F_z = 9 \text{ ft} * 10 \text{ lb/ft} = 90 \text{ lb} \checkmark$$

Example 2.12: determine a set of three rectangular components of the 170lb force in figure 2.23.



نمونه/ تیکرای سی پیکنره لاکیشهییبهکهی هیزی (lb 170) بدوزه رهوه
لهوینه 2.23 دا.

$$\begin{aligned}\text{long of } F &= \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2} \\ &= \sqrt{(12)^2 + (8)^2 + (9)^2}\end{aligned}$$

$$= 17 \text{ ft}$$

$$\text{Scale} = \frac{\text{force}}{\text{length}} = \frac{170}{17} = 10 \text{ N / ft}$$

$$F_x = 10 * 9 = 90 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_y = 8 * 10 = 80 \text{ N} \uparrow$$

$$F_z = 12 * 10 = 120 \text{ N} \checkmark$$

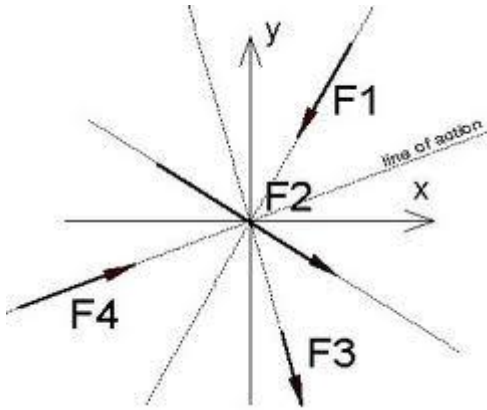
Figure 2.23

2.11 Resultant of force system

بهره‌نجامی کۆمه‌له هیز

2.12 Concurrent coplanar Forces

هیزه بهیه‌گه‌شتوو هکان



A

concurrent force system is a category of force systems wherein all of the forces act at the same point.

کۆمه‌له هیزیکی بهیه‌گه‌شتوو

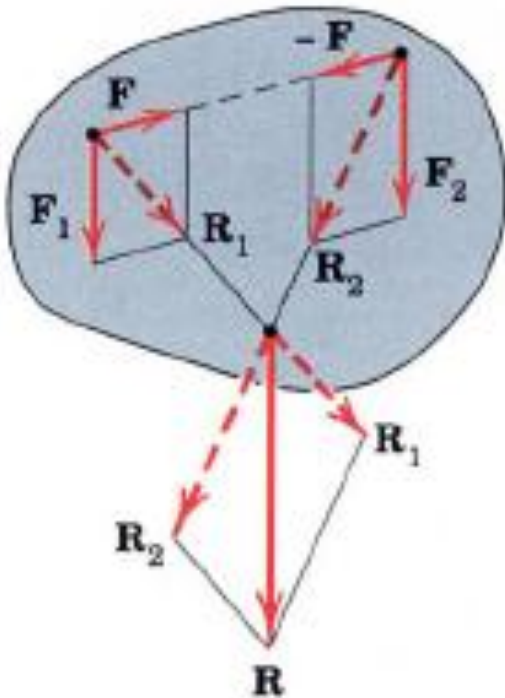
هاوروتهخت بریتیه له جۆریکی کۆمه‌له هیزه‌کان که تیایدا ههمو هیزه‌کان کارده‌کنه ههمان خال.

Figure 2.24

2.13 Resultant of a non-concurrent coplanar force system.

بهره‌نجامی کۆمه‌له هیزیکی بهیه‌کنه‌گه‌شتوو هاوروتهخت.

یهکهم جار له F1 وه بو
 F2 لاتهریب دروست
 دهکهم وه بهر هنجام مان
 دهست دهکوئیت R پاشان
 بهم شیوهیه F1، F2 له دوو
 هیزه وه گۆراوه بو یهک هیزه
 که R، وه ئەم هیزهش
 لهگهڵ F3 لاتهریبی بو
 دروست دهکهمین.



پاشان به ههر دوو
 بهر هنجامه که لاتهریبی
 دروست دهکهمین بهم
 شیوهیهیی خوار هوه:

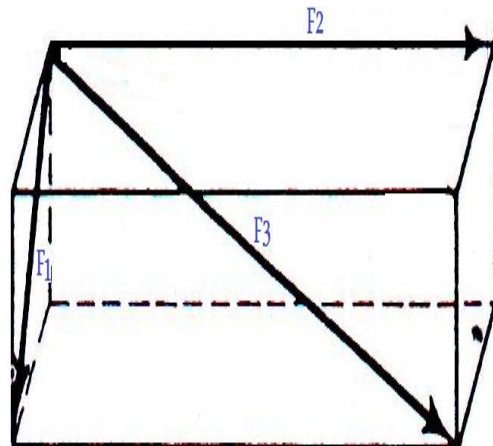
Figure 2.25

2.14 Resultant of a concurrent non_coplanar force system:

C: بهر هنجامی کۆمهله هیزیکی بهیهگهیشتوی رووتهخت جیاواز

تیبینی: له ههموو نمونهیهکدا وه له ههموو
 (پرسیار یکدا) دهبی یهکهم جار هیزهکان
 شیتهل بکهمین بو پیکنهرهکانی.

$$\sum F_x = F_{2x} + F_{1x}$$



$$\sum F_y = F_{1y} - F_{3y}$$

$$\sum F_z = F_{1z} + F_{3z}$$

$$(RT)^2 = (F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2$$

Figure
2.26

2.15 Resultant of a parallel non coplanar force system.

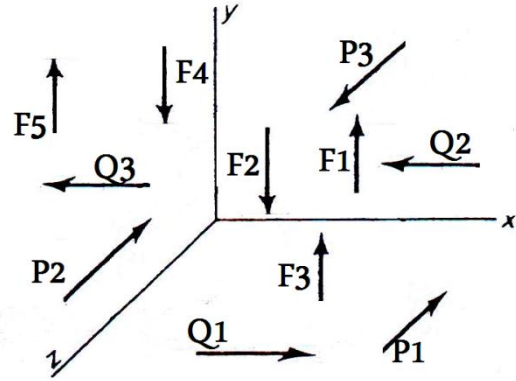
بهره نجامی کومه له هیزیکي ته ریپی روتخت جیاواز.

$$RT_y = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + F_5$$

$$RT_x = Q_1 - Q_2 - Q_3$$

$$RT_z = -P_1 - P_2 + P_3$$

ئهو هیزانهی که به ئاراسته ی هر سی
تهوهره ی (x, y, z) به پوزه تیف دایان
دهننن،
ئهو انه ی که به پیچوانه ون به نیگه تیف



دایان دهننن.

Figure 2.27

Example 2.13: Resolve the 130lb force into two component one along AB and the other parallel to CD.

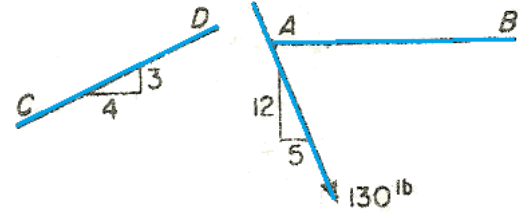
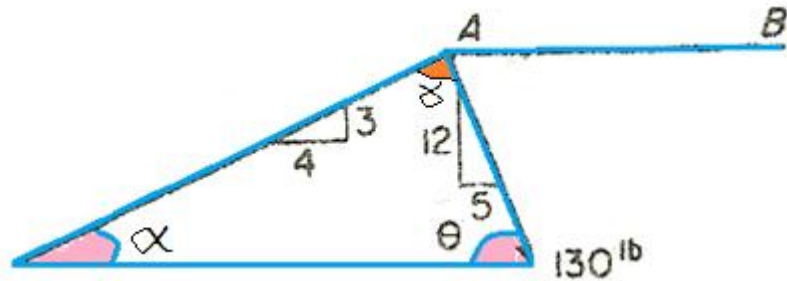


Figure 2.28

نمونه: هیزه (130lb) هکه شیتته لکه بو دوو پیکنهر، یه کیکیان به دریزی (AB) وه نهوهی تریان ته ریب به (CD).

$$\tan \theta = \frac{12}{5}$$



$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{12}{5} \right)$$

$$\theta = 67.8^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) = 36.8$$

Figure 2.29

$$\chi = 180 - (36.8 + 67.8) = 75.75^\circ$$

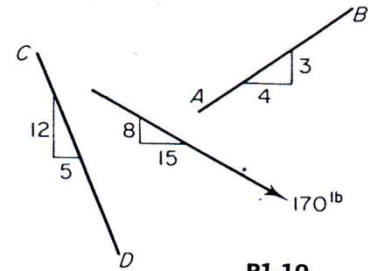
$$\frac{130}{\sin 36.8} = \frac{F_{AC}}{\sin \theta} = \frac{F_{CO}}{\sin \chi}$$

$$F_{AC} = 130 * \frac{\sin \theta}{\sin 36.8} = \frac{120.36}{0.59} = 204 \text{ lb}$$

$$F_{CO} = \frac{130 \sin \alpha}{\sin 36.8} = \frac{126}{0.59} = 213.55 \text{ lb}$$

Example 2.14: Resolve 170N force into two component one along AB and the other parallel CD.

نمونه: هیزی (170N) شیتل بکه بو دوو پیکنر
یهکیکیان به دریژی (AB) وه ئهوهی تریان تهریب به



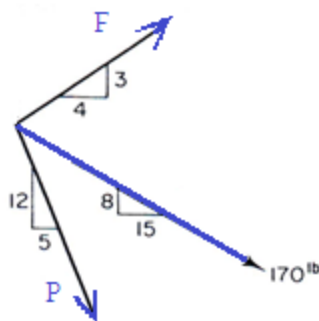
P1-10

.(CD)

Figure 2.30

Solution:

تیبینی: ئه پیکنرهی که شیتلهمان کردوو به دریژی AB یه. ههمان
(slope) ی AB دهبینیت. وه ئهگهر وتی تهریب به CD یان هر



راسته هیئتکی دیکه ئەوا هه‌مان لاری slope ی راسته هیئتکه‌ی ده‌بی ئەو پیکنهره‌ی که شیتهل‌مان کردووه. به‌لام ئەگهر وتی ئەستون بن له‌سه‌ری ئەوا عه‌کسی slope یان ده‌بیت.

تیبینی: باشت‌ترین شیکار بو‌ پرسیاری که سی هیزی تیابی ریگای لامیه (سی گوشه‌ی لامیه)

گاما: γ

ئه‌لفا: α

ئیتا: θ

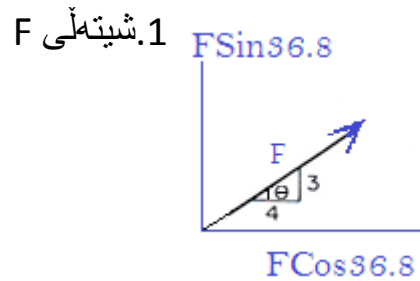
Figure 2.31

تیبینی: ئەم وشانه له بنچینه‌دا یونانین و هیمان بو‌ زور شت. ئەم سی هیزه به‌جیا شیتهل‌یان ده‌کهن:

$$\tan \beta = \frac{3}{4}$$

Figure 2.32

$$\beta = 36.8$$



N170

2. شیتهل‌ی

$$\tan \alpha = \frac{8}{5}$$

$$\alpha = 28^\circ$$

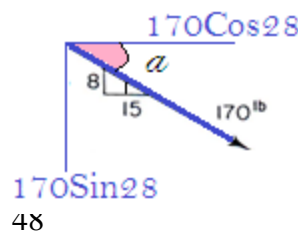


Figure 2.33

3. شیتھلی P

$$\tan \chi = \frac{7}{12}$$

$$\chi = 30^\circ$$

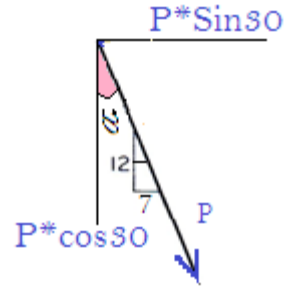


Figure 2.34

$$\sum F_x = 170 \cos 28 = F \cos 36.8 + P \sin 30$$

$$\sum F_y = -170 \sin 28 = F \sin 36.8 - P \cos 30$$

$$150 = F \cdot 0.8 + P \cdot 0.5 \text{ ----- (1)}$$

$$-79.81 = F \cdot 0.59 - P \cdot 0.86 \text{ ----- (2)}$$

Adding equation (1) and (2)

$$229.81 = 0.21 + P \cdot 1.36$$

$$P = 168 \text{ lb}$$

$$150 = F \cdot 0.8 + P \cdot 0.5$$

$$150 = F \cdot 0.8 + 168 \cdot 0.5$$

$$F = 82 \text{ lb}$$

Example 2.15: Determine the resultant of the five parallel force shown in the figure 2.35 and locate its position on sketch of the coordinate.

نمونه: بهر هنجامی پینج هیزی ته ریپ پیشاندر او له وینهی 2.35 دا بدوزره وه وه شوینه که ی دابنی له سهر هیلکاری پووتانه که.

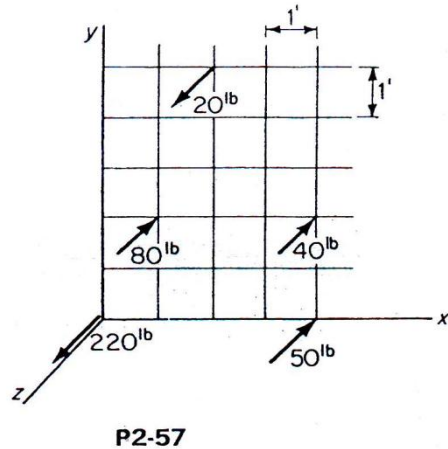


Figure 2.35

Solution:

هموو هیزهکان ته ریپن به Z-axis

$$R_z = +220 - 50 - 40 - 80 + 20$$

$$70 = \quad \text{lb}$$

زهبری R به دهوری y دا = زهبری ههر پینج هیزه که بهیه که وه به دهوری y دا.

$$M_y = F * S$$

$$* 70S = -80 * 1 - 40 * 4 - 50 * 4 + 20 * 2$$

$$* 70S = -80 - 160 - 200 + 40$$

$$* 70S = -400$$

$$S = 5.7 \text{ ft}$$

دوریه که ی له ته وهره ی y وه = 5.7

له سهر هیلکی نیگه تیقی (X) وه 5.7 دیاری ده که ی

$$M_x = 70 * L = +40 * 2 + 80 * 2 - 20 * 5$$

$$70 * L = 80 + 160 - 100$$

$$L=0.2$$

Example 2.16: Combine the two forces P and T which acts on the fixed structure at B into a single equivalent force R1. By Geometric and algebraic solution.

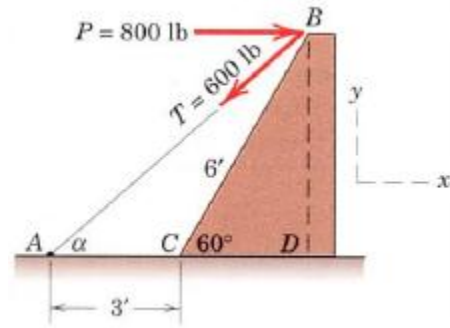


Figure 2.36

نمونه: دو هیزی (P) و (T) کوبکروهه که کار دهکنه سهر پهیکرهه جیگرهکه به نهاندازمو جهبر له (B) بو تاکه هیزیکی هاوتنا R1، By.

It's solution by first method:

$$\tan \alpha = \frac{BD}{AD} = \frac{6 \sin 30}{3 + 6 \cos 60} = \left(\frac{5.196}{6} \right) = (0.805)$$

$$\alpha = 40.856^\circ$$

$$R = \sqrt{800^2 + 600^2 - (2 * 800 * 600 \cos \alpha)}$$

$$R = \sqrt{640000 + 360000 - (960000 \cos 40.856)}$$

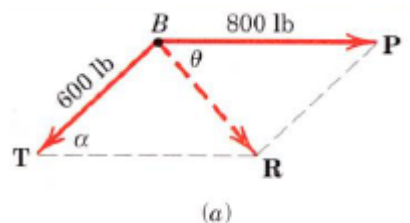
$$R = 524 \text{ lb}$$

It's solution by second method

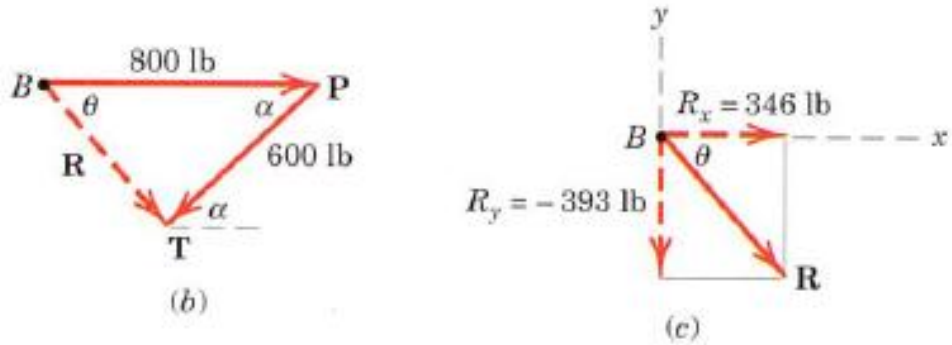
$$\sum F_x = 800 - 600 \cos 40.856$$

$$\sum F_x = 346 \text{ lb}$$

ریگای شیتل



$$\sum F_y = -600 \sin 40.856 = -492 \text{ lb}$$



$$R = 523 \text{ lb}$$

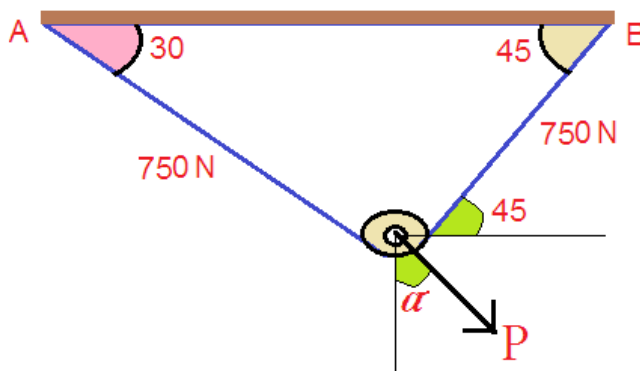
$$\tan \theta = \frac{392}{346}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{392}{346}$$

$$\theta = 48.56^\circ$$

Figure 2.37

Example 2.17: The force P is applied to a small wheel which rolls on the cable ACB knowing that the tension in both parts of the cable is 750 N determine the magnitude and direction of P by



in both parts of the cable is 750 N determine the magnitude and direction of P by

using Lame's equation

نمونه: هیزی (P) خراوته سهر خلوکیهکی بچوک که دهخولیتوه لهسهر کئیلی (ACB) زانراوه که گرژی له ههر دو بهشهکهی کئیلکهدا (N750) ه. بر و ئارستهی (P) بدۆزهر موه به بهکار هینانی لاکیشهی لامی.

Figure 2.38

$$\theta = 45 + \alpha$$

Angles of triangle = 180°

$$180 = 30 + 45 + \theta + \beta$$

$$180 = 75 + \theta + \beta$$

$$105 = \theta + \beta$$

$$105 - \theta = \beta \dots\dots\dots 1$$

$$\frac{p}{\sin 75} = \frac{750}{\sin \beta} = \frac{750}{\sin \theta} \dots\dots\dots$$

Lamise's equation

$$\frac{750}{\sin \theta} = \frac{750}{\sin(105 - \theta)}$$

$$\left(\frac{750}{\sin \theta} = \frac{750}{\sin 105 \cos \theta - \sin \theta \cos 105} \right)$$

Because $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A$

$$\sin \theta = \sin 105 \cos \theta - \sin \theta \cos 105 \quad \text{به دوو لا و دوو}$$

ناوهند

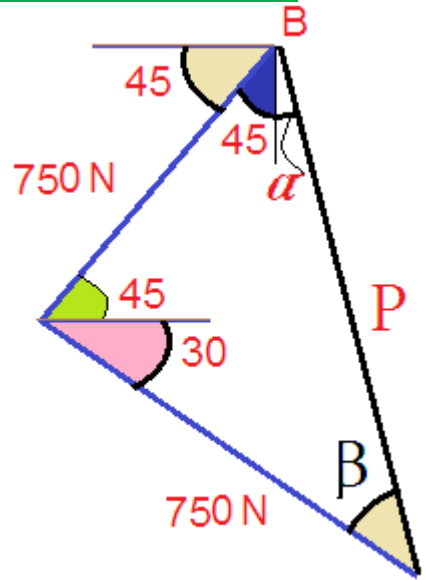


Figure 2.39

$$\sin\theta = 0.9\cos\theta - \sin\theta * (-0.2)$$

$$\sin\theta = 0.9\cos\theta + 0.2\sin\theta$$

$$\sin\theta - 0.2\sin\theta = 0.9\cos\theta$$

$$0.8\sin\theta = 0.9\cos\theta$$

$$\frac{0.8\sin\theta}{\cos\theta} = 0.9$$

$$0.8 \tan\theta = 0.9 \rightarrow \tan\theta = \frac{0.9}{0.8} \rightarrow \theta = 49^\circ$$

$$\beta = 105 - 49 = 56^\circ$$

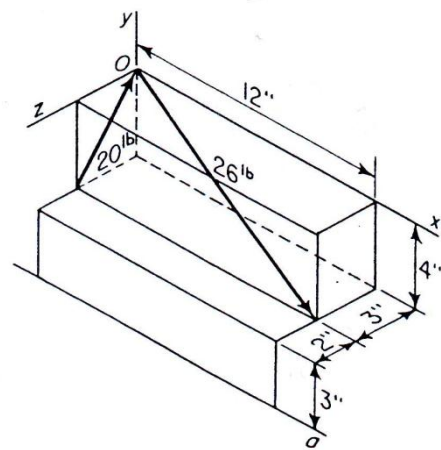
$$\Theta = \alpha + 45 \rightarrow \alpha = \theta - 49^\circ = 49 - 45 = 4$$

$$\frac{p}{\sin 75} = \frac{750}{\sin \beta} \rightarrow \frac{p}{\sin 75} = \frac{750}{\sin 56}$$

$$\frac{p}{\sin 75} = 914.63 \rightarrow P = 883.4N$$

Example 2.18: Determine x, y, z component of the 26lb force and the moment of the 26lb force with respect to the a-axis, and find the result of the 26lb with 20lb.

نمونه: پیکنر مکانی (X) و (y) و (Z) ی
هیزه ی (26lb) دیاری بکه وه زهبری هیزه
(26lb) مکه بهگویره ی تهوره ی (a) وه



بهره‌نجامی (26lb) له‌گه‌ڵ (20lb) هه‌که بدۆزهر موه.

Figure 2.40

$$\begin{aligned}\text{Long of } 20\text{lb} &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ &= \sqrt{12^2 + 4^2 + 3^2} \\ &= 13 \text{ Ft}\end{aligned}$$

$$\text{Scal} = \frac{26}{13} = 2 \text{ lb.ft}$$

$$F_x = 12 * 2 = 24 \text{ lb} \rightarrow$$

$$F_y = 4 * 2 = 8 \text{ lb} \uparrow$$

$$F_z = 3 * 2 = 6 \text{ lb} \checkmark$$

$$\begin{aligned}m_{aa} &= 8 * 5 - 6 * (4 * 3) \\ &= 40 - 42 = -2 \text{ lb.ft}\end{aligned}$$

Resultant of all forces:

$$\sum F_x = 24$$

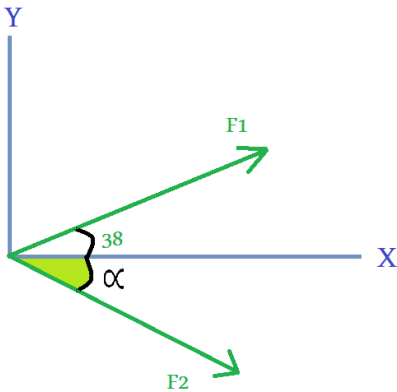
$$\sum F_y = -8 + 20 \sin 52$$

$$\sum F_z = 6 + 20 \cos 52$$

R=

Force F as vector * F=20

$$F = + 24i - 8j + 6k$$



Example 2.19: Two forces are applied to an eye bracket as show in figure the resultant R of the two forces has a magnitude of 1000lb its line of action is directed along the X axes if the force F1 has a magnitude of 250lb ،

determine .1.The magnitude of the force F2. .2The angle(α) between the X axes and the line of action of the force F2.

Figure 2.41

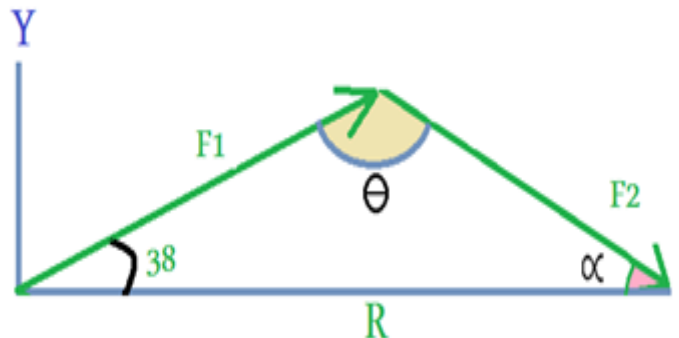
نمونه: دو هیز دانرا بؤ کهوانهیهکی چاوی (واته ئهو هیزه ی که له چاو دهچیت) و مک له وینه کهدا دیاره، بهرنجامی دوو هیزه که بری 1000lb هیه، هیللی کاره کهی ئارسته کراوه به دریزی تهوهره ی X نهگهر هیزی (F1) بری (250lb) هه بیته. 1. نرخه هیزی (F2) بدوزهره وه. 2. گۆشه ی (α) یی نیوان تهوهره ی (X) و هیللی کاری هیزی F2 بدوزهره وه.

سیگۆشه که وهرده گرین و یاسای سیگۆشه ی به سهردا دهسه پنین.

Figure 2.42

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{F2}{\sin 38} = \frac{F1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1000}{\sin\theta} = \frac{F2}{\sin 38} = \frac{250}{\sin \alpha}$$



Angle of triangle=180°

$$\alpha - \theta + 38 = 180 \rightarrow \theta = 180 - 38 + \alpha$$

$$\alpha) - \theta = 142$$

$$\frac{1000}{\sin(142 - \alpha)} = \frac{250}{\sin \alpha}$$

دوولا و دوو ناوهند دهكهن.

$$250 \sin(142 - \alpha) = 1000 \sin \alpha \quad (\div 250)$$

$$\sin(142 - \alpha) = 4 \sin \alpha$$

$$\sin 142 \cos \alpha - \cos 142 \sin \alpha = 4 \sin \alpha$$

$$0.61 \cos \alpha - (-0.87 * \sin \alpha) = 4 \sin \alpha \quad (\div \sin \alpha)$$

$$0.61 \cot \alpha + 0.87 = 4 \quad \text{note: } \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

$$0.61 \cot \alpha = 4 - 0.87$$

$$0.61 \cot \alpha = 3.21 \rightarrow \cot \alpha = 5.25 \rightarrow \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{5.25}$$

$$\tan \alpha = 0.18 \rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0.18)$$

$$\alpha = 10.75$$

$$\text{note: } \frac{1}{\cot \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{F_2}{\sin 38} = \frac{250}{\sin \alpha} \rightarrow F_2 = \frac{250 \sin 38}{\sin 10.75}$$

$$= 825.1 \text{ lb}$$

Example 2.20: Two forces are applied to angle bolt as shown in

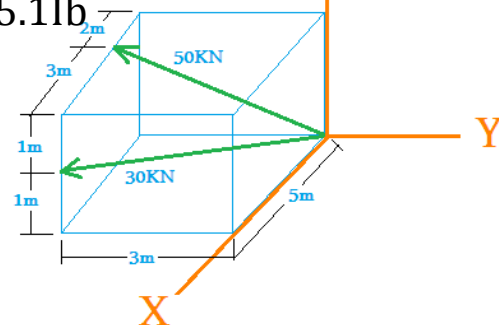


figure 2.43 Determine. A: The x ,y and z Scaler components of force F1. B: Express force F1 in Cartesian vector form. C: The angle α between forces F1 and Fz.

Figure 2.43

نمونه/ دوو هیز دانرانه سهر بر غویهکی چاوی وهک له وینهی 2.43 دا دیاره: a: پیکنره ژمارهیهکانی X، y، Z ی X1 بدوزرهوه. B: هیزی F1 به شیوهی نارسته بری کارتیزهین دهر بیره. c: گوشهی (a) ی نیوان هیزهکانی (F1) و (F2) بدوزرهوه.

A: Force F1

$$F1 = 30KN$$

$$F_x = 5m$$

$$F_z = 1m$$

$$F_y = -3m$$

$$Long\ of\ F1 = \sqrt{5^2 + 1^2 + 3^2} = 5.91m$$

$$Scal = \frac{50}{5.91} = 5.07 \frac{KN}{m}$$

Scalar component of force F1

$$F_x = 5 * 5.07 = 25.35KN \checkmark$$

$$F_y = 3 * 5.07 = 15.21KN \leftarrow$$

$$F_z = 1 * 5.07 = 5.07KN \uparrow$$

Cartesian vector form to F1:

B:

$$F_1 = 25.35i - 15.21j + 5.07k$$

C: Force F2:

$$F_x = 2m$$

$$F_y = 3m$$

$$F_z = 2m$$

$$\text{Long of } F_2 = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} = 4.12m$$

$$\text{Scal} = \frac{50}{4.12} = 12.13 \frac{KN}{m}$$

$$F_x = 12.13 * 2 = 24.26KN \checkmark$$

$$F_y = 12.13 * 3 = 36.39KN \leftarrow$$

$$F_z = 12.13 * 2 = 24.26KN \uparrow$$

$$\sum F_x = 25.35 + 24.26 = 49.61KN$$

$$\sum F_y = 15.21 + 36.39 = 51.6KN$$

$$\sum F_z = 5.07 + 24.26 = 29.33KN$$

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2 + (\sum F_z)^2}$$

$$R = 77.35KN$$

$$R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2 + (2F_1F_2\cos \alpha)}$$

$$77.35 = \sqrt{(50)^2 + (30)^2 + (2 * 50 * 30 * \cos \alpha)}$$

$$\alpha = 30.5^\circ$$

Example 2.21: The riveted bracket support two forces as shown in figure 2.44. Determine the angle θ so that the resultant force is directed along the positive x-axis. What is the magnitude of the resultant force?

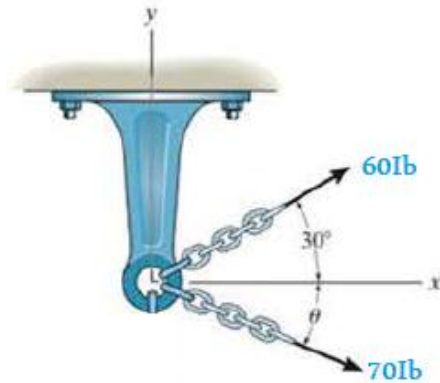


Figure 2.44

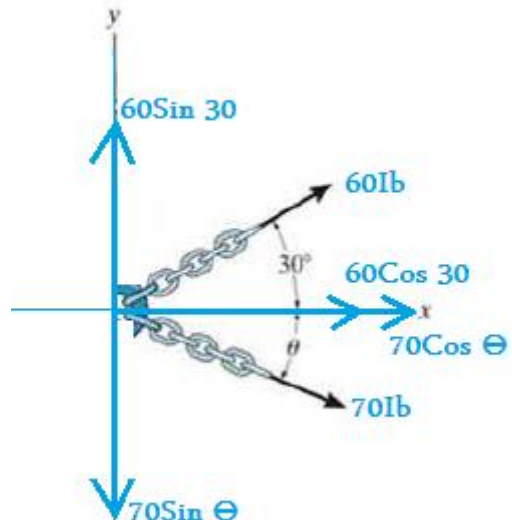
نمونه: کهوانه پەر چکراو مکه دوو هیژ رادهگریت و هک له وینهی 2.44 دا دیاره. گوشه‌ی θ بدۆزمره وه بۆ ئهوهی هیژه بهرهنجامه که ئاراسته بگریت به دریزی تهوهره‌ی X ی موجب بری ئهم هیژی بهرهنجامه چهنده.

لهپرسیارمکه وتویهتی که R به ئاراسته‌ی X نیگهتیفه کهواته

$$\sum F_y = 0, \sum F_x = R$$

$$\sum F_y = 60 \sin 30 - 70 \sin \theta$$

$$70 - 30 = 70 \sin \theta$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow 30 = 70 \sin \theta$$

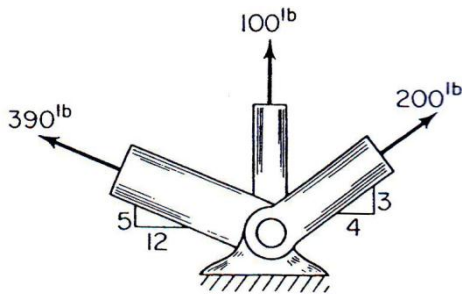
$$\sin \theta = \frac{30}{70} \rightarrow \theta = 25.37^\circ$$

$$\sum F_x = R$$

$$60 \cos 30 + 70 \cos 25.37 = R$$

$$R = 115.2 \text{ lb}$$

Figure 2.45



Example 2.22: Determine the resultant of the concurrent, coplanar force system of figure (2.46)

بہرہ نجامی سیستمی کو مہلہ ہیڑہ

بہیہ کگہیشتوہ، ہاورووتہ ختہ کھی ویینی (2.46) دیاری بکہ.

Figure 2.46

$$+\rightarrow \sum F_x = R_x$$

$$= 200 \cos 36.86 - 390 \cos 22.61$$

$$= 200 \cos 36.86 - 360 \text{ lb} = -199 \text{ lb} = 199 \text{ lb} \leftarrow \quad \tan \theta = \frac{5}{12}$$

$$\uparrow R_y = \sum F_y \quad \theta = 22.61$$

$$=100 + 390 \sin 22.61 + 200 \sin 36.86$$

$$=370 \text{ lb } \uparrow$$

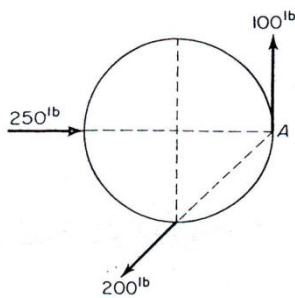
$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = 36.86$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{199^2 + 370^2}$$

$$=420.6 \text{ lb}$$



Example 2.23: Determine the resultant of the concurrent, coplanar force system of figure (2.47)

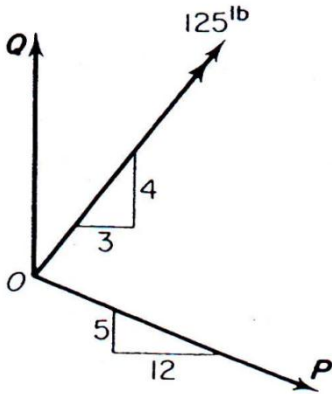
بہرہ نجامی سیستمی کوملہ ہیڑہ بہیہ کگہ پیشتوہ،
ہاوریووتہ ختہ کھی ویہنی (2.47) دیاری بکہ.

Figure 2.47

$$\begin{aligned} +\rightarrow R_x &= \sum F_x \\ &= 200 - 250 \cos 45 \\ &= 108.5 \text{ lb} \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow +R_y &= \sum F_y \\ &= 200 - 100 \sin 45 \\ &= 41.42 \text{ lb} \\ &= 41.42 \text{ lb} \downarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ R &= \sqrt{106.5^2 + 41.42^2} \\ R &= 116.3 \text{ lb} \end{aligned}$$



Example 2.24: The 125 lb force is the resultant of the two forces P and two Q Shown in the figure 2.48. Determine the magnitudes of P and Q.

هئزه (125 lb) هكه بریتیه له بهرهنجامی دوو هئزی (P) و (Q) كه له هئكاریهكهی 2.48 دا پیشاندراون. برهكانی (P) و (Q) دیاری بكه

Figure 2.48

$$\tan\theta = \frac{4}{3} \rightarrow \theta = 53.1^\circ$$

$$\tan\beta = \frac{5}{12} \rightarrow \beta = 22.6^\circ$$

$$+\rightarrow R_x = \sum F_y$$

$$125 \cos 53.1 = P \cos 22.6 \rightarrow$$

$$P = \frac{125 \cos 53.1}{\cos 22.6} = 81.29 \text{ lb}$$

$$+\uparrow R_y = \sum F_y$$

$$125 \sin 53.1 = Q - P \sin 22.6$$

$$Q = 131.19 \text{ lb } \uparrow$$

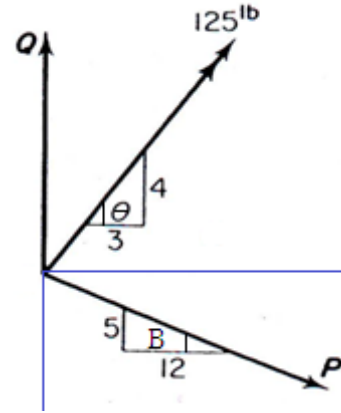


Figure 2.49

بەشىۋەيەك قسەبكە، ئەوانى تر، ھەز بىكەن گۆيت لىبگرن.
 ۋە بەشىۋەيەك گۆنيىگرە، ئەوانى تر ئەز بىكەن قسەت بۇ بىكەن.

(غاندى)

ئەگەر نەينىھىكى خۆتت بە كەسىك وت، ئەوا تىرىكت داۋە پىيى، كە
 دۇنيابە رۆژىك دىت بەو تىرە دەت پىكىت.

(ھىتلەر)

Chapter 3 بهشی تەنە سەختەکان Rigid bodies

3.1 Moment Or Torque

زەبر

The moment of a force with respect to a line perpendicular is the product of the force and the perpendicular distance from the force to the linear moment axis. Moments have primary dimensions of length \times force. Typical units of moment are foot-pounds ، inch-pounds ، and Newton-meters.

زەبر ھیزیک بە گوێرەى ھینئیکى ئەستون بریتییه لە لیکدراوی ھیزەکە و دوریە ئەستونەکە لە ھیزەکەوہ بو تەوەرەى ھیلی زەبرەکە (تەوەرەى خولانەوہ). یەکە دیارەکانی زەبر بریتین لە پی-پاوەن، ئینج-پاوەن، وە نیوتن-مەتر.

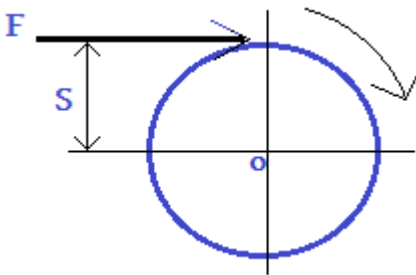


Figure 3.1

$$m = F * S = N.m$$

نهمه شهفتیکه به نار استهی میلی کاتژمیر دهخولیتهوه.

تیبینی: نیوتن.متر له ئیشدا = جول به لام نیوتن.متر له زهبردا یهکسان نیه به جوول.

$$M = F * S$$

نهمه شهفتیکه به پیچهوانهی میلی کاتژمیر دهخولیتهوه.

بری زهبر له خالکی دیاریکراو دهکاته هیز * دووری خالهکه له هیزهکهوه.

تیبینی: هر هیزیک تهریب بوو به تهورهی خولانهوه جولهی بهخول دروست ناکات واته moment ی نابیت.

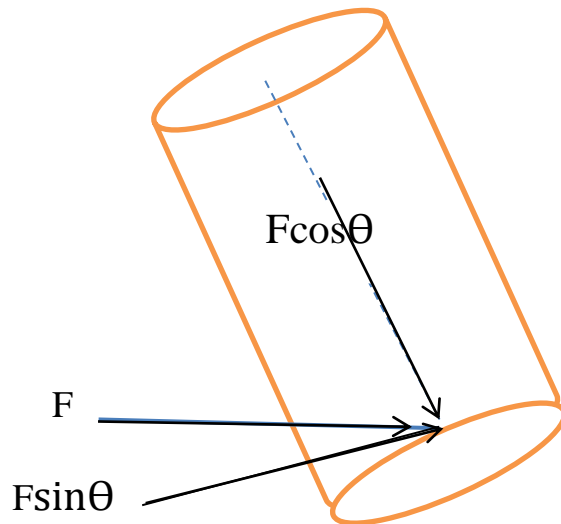


Figure 3.2

The force is inclined according to the rotating axis; it is resolved into two components. $F\cos\theta$ has no moment because it is parallel to linear moment axis.

هیزهکه لار بوو به گویرهیی تهوهرهی خولانهوهکه. شیتهل کرا بو دوو پیکنهر. $F\cos\theta$ خولانهوه دروست ناکات واته زهبری نییه. چونکه تهریبه به تهوهرهی خولانهوهکه.

Example 3.1: Determine the moment of F_1 , F_2 , and F_3 about line AB.

نمونه: زهبری F_1 , F_2 , F_3 بدوزرهوه به دهوری هیللی (AB) دا.

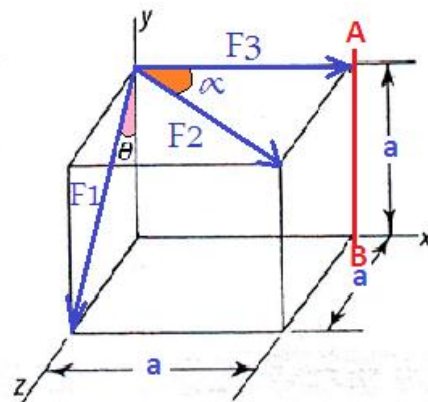


Figure 3.3

M of F_1 about line AB = $F_1 \sin\theta * a$

And $F_1\cos\theta$ has no moment because it is parallel to linear moment axis.

تیبینی 1: $(F_1\cos\theta)$ زهبری نییه چونکه تهریبه بو تهوهرهی هیللی زهبرهکه.

تیبینی 2: هیزهکان F_2, F_1 لارن چونکه لهسه لایهکانی سندوقهکهدا نهرویشتون وهک F_3 که لار نییه و به لای سندوقهکهدا روشتون.

تیبینی 3: هر هیزیک به تهره میهدا برووات زهری نیه.

$F_2 \cos \alpha$ has no moment because it passes through AB.

تیبینی / $(F_2 \cos \alpha)$ زهری نییه چونکه به (AB) دا رویشتووه.

m of F_2 about line AB = $F_2 \sin \alpha * a$

and F_3 has no moment about line AB.

تیبینی / (F_3) زهری نییه به دوری هیلی (AB) دا.

زهر یان به دوری خالدایه (point) یان به دوری (line) دایه.

باری دووهم: نهگهر هیزهکه به دوری خالیکدا بوو، لهم بارهدا تنها

نهگهر به خالهکهدا تیپهر بوو نهوا زهری نیه واته له ههموو بارهکانی

تردا زهری هیه.

Moment of F_1 about point A = $F_1 \sin \theta * 3$

$$= F_1 \cos \theta * 3$$

Moment of F_2 about point A = $F_2 \sin \alpha * 3$

And $(F_2 \cos \alpha, F_3)$ has no moment about point A.

تیبینی: $(F_2 \cos \alpha)$ وه (F_3) زهریان نییه به دوری خالی (A) دا.

3.2 Principle of

بنهمای زهری هیز

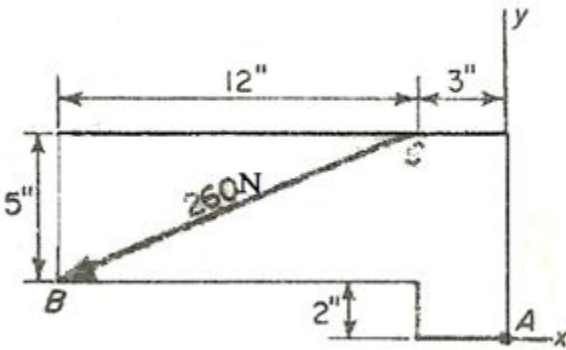
Moment of Force

The principle moment of a force as applied to a force system states that moment of the resultant of the force system with respect to any axis or any point is equal to

the algebraic Sum of the moment of the forces of the system with respect to the sum axis or same point.

بنه‌مای زه‌بری هیزیک که سپینراوه بو کومه‌له هیزیک، ده‌ری ده‌خات که زه‌بری به‌رنج‌امی کومه‌له هیزه‌که به گویره‌ی هه‌ر ته‌وره‌یه‌ک هه‌ر خالیک یه‌کسانه به کوی زه‌بری هیزه‌کانی سیستمه‌که به گویره‌ی هه‌مان ته‌وره یان هه‌مان خال.

Example 3.2: Determine the moment of the 260N force with respect to point A and line AB when: The force is



resolved into it's components at point D .The force is resolved into it's components at point C.

نمونه: زه‌بری هیزه

(260N) هه‌که بدۆزه‌وه به گویره‌ی خالی (A) وه به گویره‌ی هیللی (AB) کاتیک: 1. هیزه‌که شیتهل کرابیت بو پیکنه‌ره‌کانی له خالی (D) دا. 2. هیزه‌که شیتهل کرابیت بو پیکنه‌ره‌کانی له خالی (C) دا.

Figure 3.4

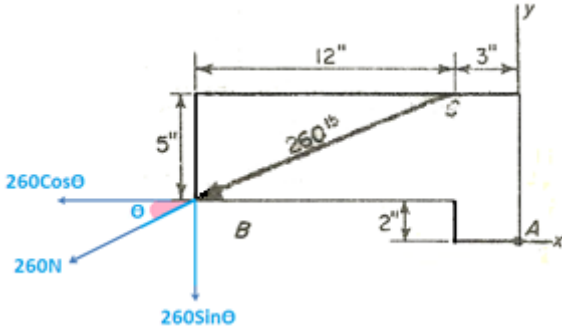


Figure 3.5

1. μ of point A = $-(260 \cos 22.6 \cdot 2) - (260 \sin 22.6 \cdot 15)$

μ Line AB = Zero

همان هیزه که له خالی D دا
 شیتله مان کرد ههلی دهگرین
 و به ههمان شیوه له سهر
 خالی (C). 2) دای دهنیین و
 شیتلهی دهکهین.

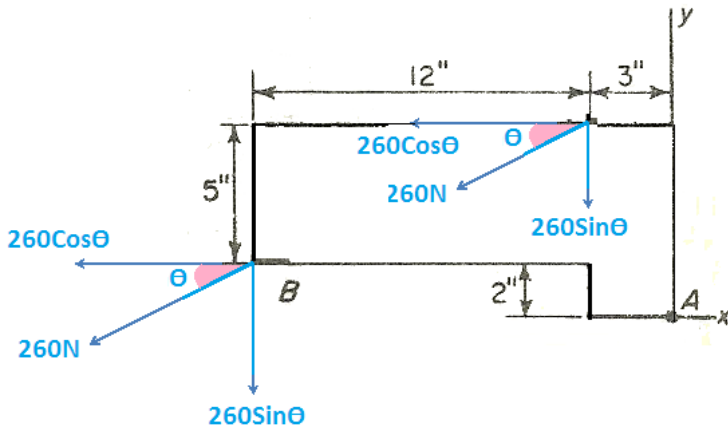


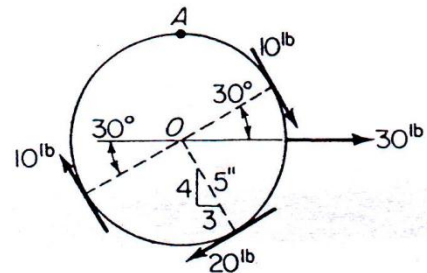
Figure 3.6

μ of point A = $-(260 \sin 22.6 \cdot 3) - (260 \cos 22.6 \cdot 7)$

μ of line AB = Zero

Example 3.3: determine the moment of the force system with respect to the point O and A?

نمونه: زهبری کومه له هیزه که به گویره ی خالی
 (O) وه (A) بدوزه ره وه:



P1-30

Figure 3.7

Solution for point:

$$\begin{aligned}
 +\curvearrowright M \text{ of } O &= F * S \\
 &= 5 * 10 + 5 * 20 + 5 * 10 \\
 &= 50 + 100 + 50 \\
 &= 200 \text{ lb.inch}
 \end{aligned}$$

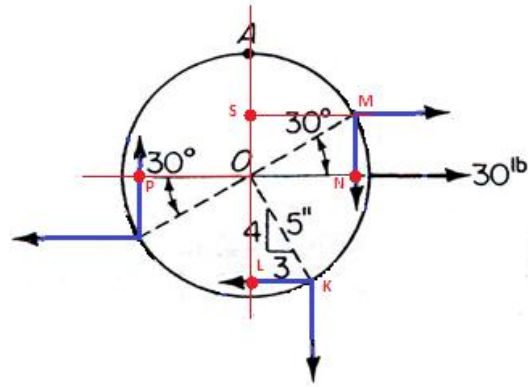


Figure 3.8

یهکهم جار دهبیت هیژمهکان شیتل بکین.
 دووم جار دهبیت دووری پیکنه‌ی هیژمهکان له خاله‌کان (point) هکانه‌ه
 بدۆزه‌ره‌ه.

From triangle (OMN):

$$\sin 30 = \frac{MN}{5} \rightarrow MN = 5 \sin 30 = 2.5$$

$$\cos 30 = \frac{ON}{5} \rightarrow ON = 5 \cos 30 = 4.33$$

From triangle (OPQ):

$$\sin 30 = \frac{PQ}{5} \rightarrow PQ = 5 \sin 30 = 2.5$$

$$\cos 30 = \frac{OP}{5} \rightarrow OP = 5 \cos 30 = 4.33$$

From triangle (OKL):

$$\sin 50 = \frac{KL}{5} \rightarrow KL = 5 \sin 50 = 3.83$$

$$\cos 50 = \frac{OL}{5} \rightarrow OL = 5 \cos 50 = 3.21$$

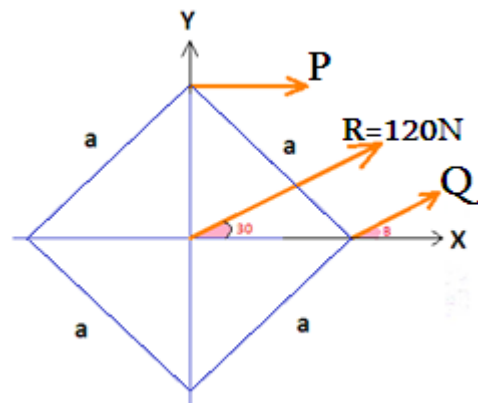
Moment about point A:

$$\begin{aligned} +\curvearrowright \mu A &= 5 \cos 60 * (5 - MN) - 5 \sin 60 * ON \\ &\quad + 20 \sin 40 (AO + OL) + 20 \cos 40 * KL \\ &\quad + 10 \sin 60 (OP) + 10 \cos 60 (AO + PQ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} +\curvearrowright \mu A &= 50 \cos 60 * (5 - 2.5) - 5 \sin 60 * 4.33 \\ &\quad + 20 \sin 40 (5 + 3.21) + 20 \cos 40 \\ &\quad * 3.83 + 10 \sin 60 (4.33) \\ &\quad + 10 \cos 60 (5 + 2.5) \end{aligned}$$

$$+\curvearrowright \mu A = (\quad) \text{lb. inch}$$

Example 3.4: Two forces P and Q are perpendicular to the corners A and B of a square plate as shown in the figure (3.9). Determine their magnitude (P and Q) and the angle β knowing that their resultant R has magnitude 120N and the line



of action passing through point D and forming an angle $\theta=30^\circ$ with horizontal axis.

Figure 3.9

نمونه: دوو هیژ (P) و (Q) ئهستونن بۆ سوچهکانی (A) و (B) ی پلنیتیکی چوارگوشه، ههر و هک پيشاندراره له وینهی (3.9) دا. برهکانی (P) و (Q) و گوشهی (β) دیاری بکه. زانراوه که بهرهنجامهکهیان (R) نرخى (120N) ی ههیه وه هیلی کارهکهی به خالی (D) دا دهرووات وه گوشهی ($\theta=30^\circ$) دروست دهکات لهگهڵ تههره ی ناسودا.

$$+\rightarrow \sum F_x = R_x$$

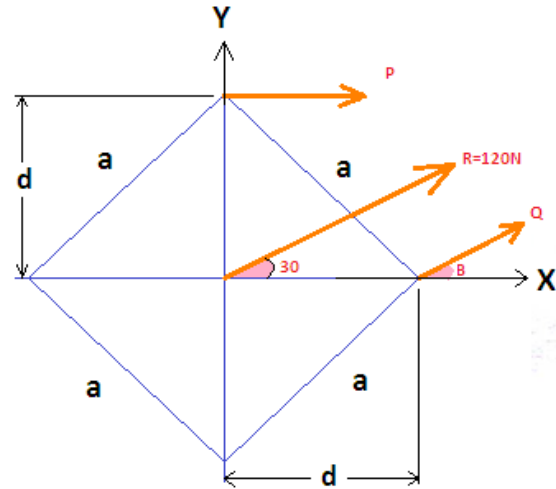
$$120 * \cos 30 = Q \cos \beta +$$

$$P \dots\dots\dots 1$$

$$+\uparrow \sum F_y = R_y$$

$$120 * \sin 30 = Q \sin \beta$$

$$60 = Q \sin \beta \dots\dots\dots 2$$



تیبینی: ئهگهر سێ نهزانراو و دوو

هاوکیشهمان ههبوو ئهوه پهيوهندی به (moment) هوه ههیه .

Figure 3.10

وهرگرتنی زهبر بهدهوری (A) point Taking moment about خالی

$$+\curvearrowright M_A = 0$$

$$(120 \sin 30 * d) + (P * d) = 0$$

هەردوولا دابەشی (d) دەکەین.

$$P=120\sin 30$$

$$P = 60\text{N}$$

From Equation (1)

له هاوکیشه‌ی یه‌که‌وه

$$120 * \cos 30 = Q \cos \beta + P \dots\dots\dots 1$$

$$120 * 0.86 = Q \cos \beta + 60 \dots\dots\dots 2$$

$$43.9 = Q \cos \beta \dots\dots\dots 1$$

Equation (2) divided by equation (1) هاوکیشه‌ی دوو دابەش (1)

هاوکیشه‌ی یه‌که

$$\frac{60}{43.9} = \frac{Q \sin \beta}{Q \cos \beta}$$

$$\frac{60}{43.9} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \rightarrow \frac{60}{43.9} = \tan \beta$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.36 = 53.8$$

جوتەك

3.3 Couples

A couple consists of two forces which have equal magnitudes and parallel non collinear lines of action but which are opposite in the characteristics. A couple can be moved to any location without affecting the equilibrium requirements.

جوتەك له دوو ھىز پىكھاتووھ كە ھەمان بىريان ھەيە وھ تەرىپىن بە يەكتر بەلام ناكەونە سەر يەك ھىل و ئاراستەكانيان پىچەوانەى يەكترە. جوتەك دەتوانریت بچولنریت بۆ شوپىنىكى دىكەبەبىئەوھى كاربكاتە سەر پىويستىەكانى ھاوسەنگى.

1. The magnitude of moment of the couple بىرى زەبرى

جوتەك

زەبر = ھىز * دورى ستونى

$$M = \text{Force} * \text{pendicular distance}$$

ھىز زەبرى ھەيە وھ ھەروھە جوتەكەش واتە (couple) یش بەھەمان شۆوھ زەبرى ھەيە واتە (moment) ى ھەيە.

2. We can change the magnitude of the couple but the moment must be constant.

دەتوانىن بىرى جوتەك واتە (couple) بگۆرىن بەلام پىويستە زەبرەكە واتە (moment) مەكە بە نەگۆرى بىمىننئەوھ.

تیبىنى: ئەگەر لە پرسىارىكدا باسى couple ى كرد بەلام لە وینەيى پرسىارەكەدا couple نەبوو ئەوا لە وینەكەيدا moment مەكەى دادەنى.

3. The moment of a couple does not depend on the position or orientation of the moment axis such as it means the moment is the same for all axis perpendicular to the plane.

زەبری جوتەك بەند نییه لەسەر شوین و ئارستەهی تەوەرەهی زەبرەكە كە مانای وایە زەبرە هەمان شتە بۆ هەموو تەوەرەكان ئەستون بۆ پروتەختەكان

$$M_{aa} = + F_1 * \frac{d}{2} + F_2 * \frac{d}{2}$$

$$M_{aa} = F_1 d_1 \quad \text{Because} \quad F_1 = F_2$$

$$M_{a'a'} = - S F_2 + F_1 (S + d)$$

$$M_{a'a'} = - S F_2 + S F_1 + F_1 d \quad \text{Because} \quad F_1 = F_2$$

$$M_{a'a'} = F_1 d_1$$

4. The unit of the moment of the couple is the same of the unit of the moment force.

یەكەهی پێوانە كردنی زەبری جوتەك هەر هەمان یەكەهی پێوانە كردنی زەبری هێزە.

5. دەتوانین زەبری جوتەكەكان لەسەر یەك تەن كۆ بكەینەوه.

Example 3.5: Calculate the moment of the 250N force on the handle about the center bolt.

نمونه: زهبری هیزی (N250) ههژمار بکه لهسه دسکهکه به دهوری چهقی بر غوهکهدا.

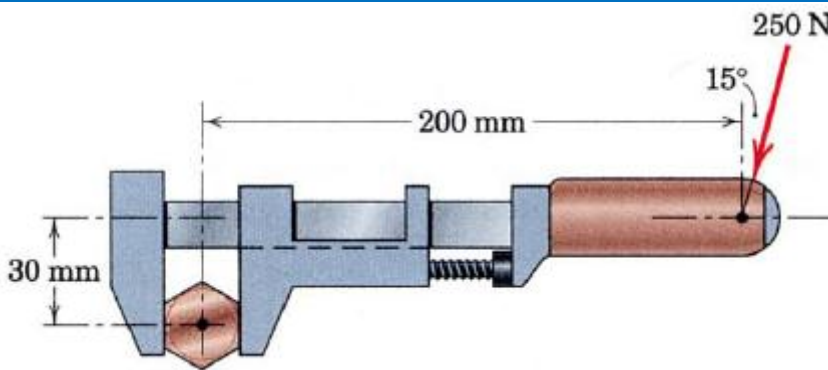


Figure 3.11

Solution:

$$F_x = 250 \text{ N} * \sin 15 = 62.5 \text{ N}$$

$$F_y = 250 \cos 15 = 240 \text{ N}$$

کووی زهبر به دهوری خالی (0) دا=هیزهکان * دوری ستونیهکانیان

$$\sum M \text{ about point } 0 = \text{Force} * \text{perpendicular distance}$$

$$= - F * 30 + F_y * 200$$

$$= - 62.5 * 30 + 240 * 200$$

$$=-1875 + 48000$$

$$=46125 \text{ N.m}$$

3.4 Transformation of a couple

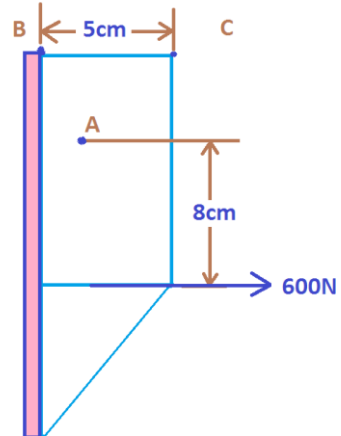
گواستنهوهی جوتهکینک

Resolution of a force into a force and couple

ئەگەر تەنیکمان ھەبوو دوو ھیزی لەسەر بوو دەلی بیگۆرە بۆ ھیزیك و جوتەکینک.
چۆنیەتی گۆرینی لەم نمونەیدا دەر دەکەوێت:

Example 3.6: Replace the 600N force by a force through A and a couple whose act vertically through B and C.

نمونه: ھیزە (600N) ھەکە بیگۆرە بە ھیزیك لە (A) دا
و جوتەکینک کە بە شاولی کاربکات بە ناو (B) و (C) دا.



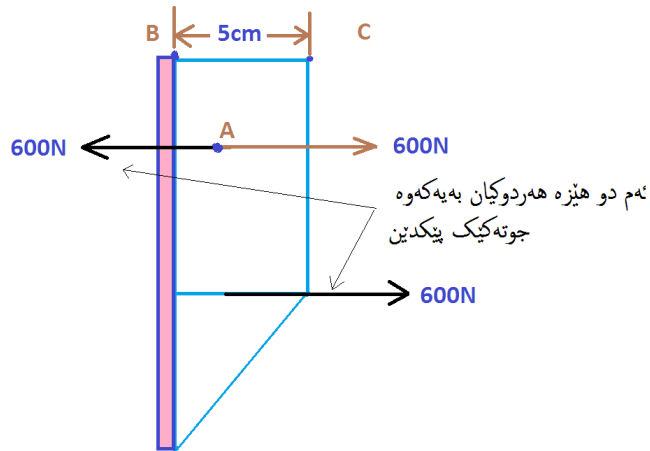
که دملیت: بیگوره بهو شته دهبی شوینهکشت پی بلی که تیایدا دایدنهیت.

Figure 3.12

نهم هیزه بگوره بو هیزیک و جوتهکیک ی ستونی که به B-C دا پرووات.
 ناگادار به پیویسته به وینهوه بیگورین.
 که دملی هیزه که بگوره بو هیزیک له خالی A نوا دهبی بههمان پر مه به
 ههمان ناراسته له خالی A دا وهک خوی دا بنین.
 وه ههمان هیزه به ههمان نرخ له ههمان خالدا دایدنهین وه پیچهوانهی
 ناراستهی هیزه که یه کهم جار له خاله که دا که دامن ناوه.

Solution:

Figure 3.13



نهم دوو هیزه تهریبه به یهک وه
 ههمان نرخیان ههیه وه
 پیچهوانهی یهکترن و جوتهکن وه
 moment یان ههیه.

زهیر = هیزه * دوری ستونی

$$M = F * S$$

$$= 8 * 600$$

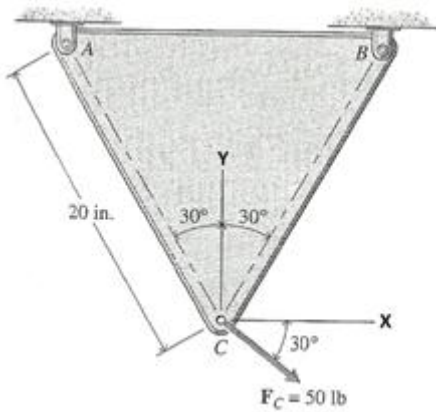
$$= 4800 - N.cm$$

نهم moment هی که له وینههی دوو همدا ههمانه، دهیگورین بو couple
 له وینههی سنیهمدا.

$$M = F * S$$

$$4800 = F * 5$$

$$F = \frac{4800}{5} = 960N$$



Example 3.7: Replace the 50lb force shown into:
 1. force at point B and a couple
 2. a couple at point A.

نمونه: هيز (50lb) ه پيشاندر او كه
 بگوره بو: 1. هيزنيك له خالي (B) دا وه
 جوته كنيك. 2. جوته كنيك له خالي (A) دا.

Figure 3.14

* نهگهر هيزنيك له دوو خالدا دانرا نهوا به شيوهي جوتهك دادهنرئيت واته

بهم شيويه $\downarrow \uparrow$

يان بهم شيويه

\rightarrow

\leftarrow

به لام نهگهر هيزنيك له يهك خالدا دانرا دهبيت به شيوهي زهر دا

بنئرئيت.

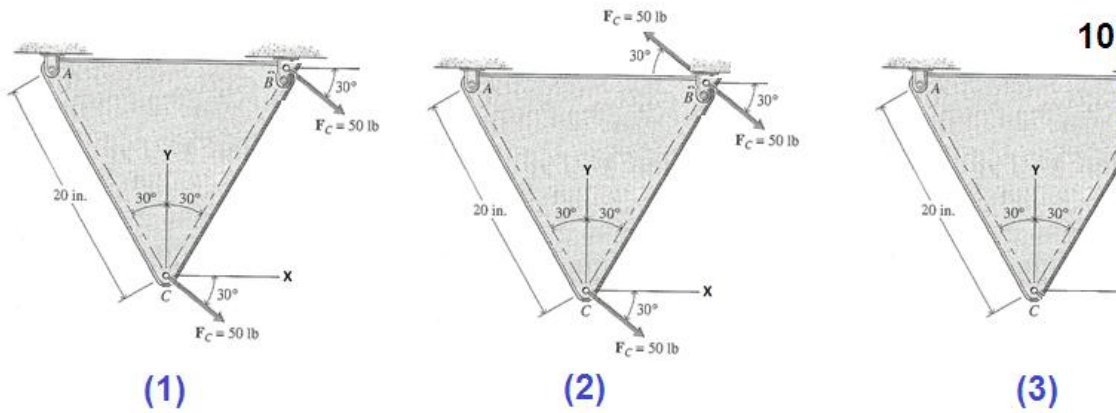
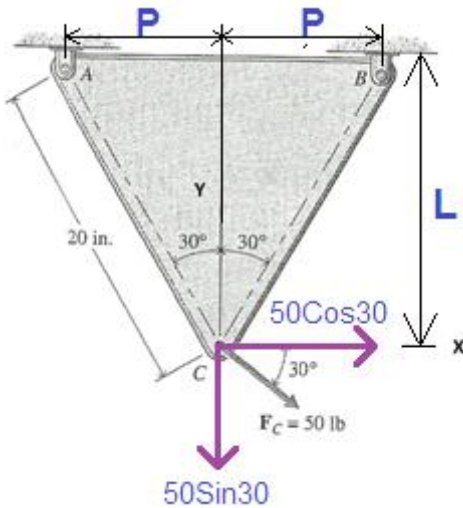


Figure 3.15

$$m = 50 * 20 = - 1000 \text{ lb.in}$$

دملی له خالی B دا وه جوتهك له يهك خالدا دهبی زهر دابننن، بهلام
 نهگر بیوتایه له دوو خالدا وهك A، B نهوه دوو هیزی یهکسان و تهریب
 وه پیچهوانی ناراستهمان دادمنا.



2. داواکاری دووهم

نهگر زهبری جوتهکیمان
 دوزیهوه که جوتهکیش
 له دوو هیز پیکهاتووه، نههم دوو
 هیزه پیویست
 ناکات شیتل بکهین نهگر لار
 بوو.

بەلام ئەگەر زەبرى يەك ھېزمان دۆزىيەو، بەدەورى خالىكدا وە ھېزەكەش لار بوو پيويستە شيتەلى بکەين بو دوو پيکنەر پاشان زەبرەكەى بدۆزەرەو.

Figure 3.16

$$\sin 30 = (P) / (20) \rightarrow P = 20 \sin 30$$

$$\cos 30 = (L) / (20) \rightarrow L = 20 \cos 30$$

$$+\sum M_A = F * S$$

$$+\sum M_A = 50 \sin 30 * P - 50 \cos 30 * L$$

$$= 50 \sin 30 * 20 \sin 30 - 50 \cos 30 * 20 \cos 30$$

$$= 250 - 750$$

$$+\sum M = -500 \text{ lb.in}$$

Example 3.8: Replace the three couple by one couple which the force acting horizontally A and B.

نمونە: سى جوتەك بگۆرە بو يەك جوتەك كە ھېزەكە بە ئاسۆى كاربكات لە (A) و (B) دا.

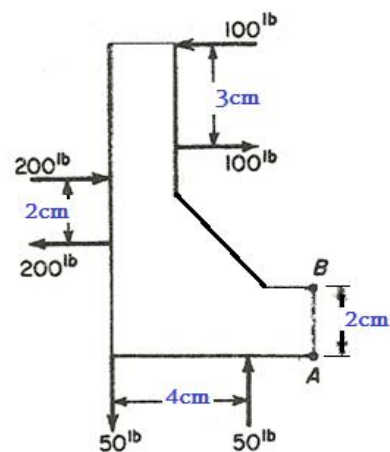
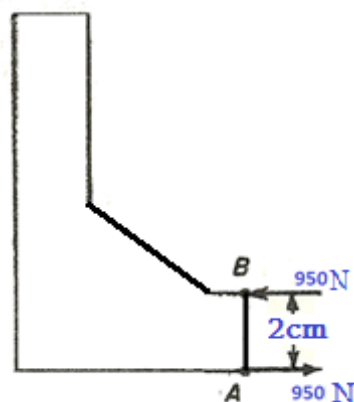


Figure 3.17

$$M_1 = -100 * 3 = -300 \text{ N.cm}$$

$$M_2 = +200 * 2 = 400 \text{ N.cm}$$



$$M_3 = -500 * 4 = 400 \text{ N.cm}$$

وای داده‌نین به ئاراسته‌ی میلی کاتر میئر moment پۆز هتیفه.

$$\text{Total} = -300 - 200 + 400 = -1900 \text{ N.cm } \mu$$

$$M = F * S \rightarrow -1900 = F * 2$$

$$F = 950 \text{ N}$$

Figure 3.18

Example 3.9: The 75lb force is the resultant of the coplanar force system and two additional forces, a vertical force through B and a force through A. Determine the unknown forces.

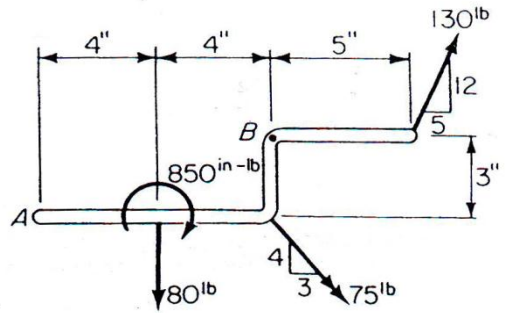


Figure 3.19

نمونه: ئەو 75lb بەر ئەنجامی کۆمەڵە هیزیکی هەروتەختە لەگەڵ دوو هیزی تریشدا که دیار نییه. هیزه نادیاره‌کان یه‌کیکیان هیزیکی ستونیه vertical له B دا وه ئەوه‌ی تریان به A دا تێپەر ئه‌ییت.

$$\sum F_x = R_x$$

$$130 \cos 67.3 + P_x = 75 \sin 36.8$$

$$50 + P_x = 45$$

$$-5 = P_x$$

$$P_x = 5 \text{ lb} \leftarrow$$

چونکه نیگه‌تیف دهر چوو x ی نیگه‌تیف نیشانه‌که‌ی بۆ ده‌سته چه‌پ.

$$\sum F_y = R_y$$

$$-75 \cos 36.8 = 130 \sin 67.3 + F - 80 + P_y \dots\dots\dots 1$$

Moment of the Resultant force about point A =

Moment of all forces about point A

$$75 \cos 36.8 * 8 = 80 * 4 - F * 8 - 130 \sin 67.3 * 3 + 130 \cos 67.3 * 3 + 850$$

دوو نهزانراومان ههيه دهبي زهبر لهو لايهوه وهربگرين كه يهكي له نهزانراوهكاني تيايه.

$$480 = + 320 - 8F - 1559 + 150 + 850$$

$$719 = - 8F \rightarrow F = 90 \text{ lb } \downarrow$$

هيزهكه ي خالي B

زهبري Resultant به دهوري خاليكدا به دهوري تهوهر ميهكدا = زهبري هيزهكان ههموويان لهگهل نهو جوتهكه ي كه ههيه.

$$\sum F_y = R_y$$

$$-75 \cos 36.8 = 130 \sin 67.3 + F - 80 + P_y \dots\dots\dots 1$$

$$-75 \cos 36.8 = 130 \sin 67.3 + F - 80 + P_y$$

$$-74.27 = 119.929 - 90 - 80 + P_y$$

$$170 - 74.27 = 119.929 + P_y$$

$$95.8 - 119.929 = + P_y$$

$$P_y = -24.129 \text{ lb}$$

$$P_y = -24.129 \text{ lb} \downarrow$$

تیبینی: نازانین ئاراستهکەهی پۆزەتیفە یان نیگەتیفە، خۆمان هەموو کات بە پۆزەتیف دای دەنێین ئەگەر نەمان زانی، شیکاری دەکەین ئەگەر نیگەتیف بوو ئەوا هینکاریهکەهی پێویستە بە نیگەتیف بکەین.

$$P^2 = (-24.129)^2 + (-5)^2$$

$$P^2 = 582 + 25 = 607$$

$$P = 24.6 \quad \tan \beta = \frac{5}{24.129}$$

$$\beta = 11.72$$

Example 3.10: The 150lb force of the resultant of the two force and the couple shown with two vertical force one acting through A and the other through B. Determine the two unknown forces.

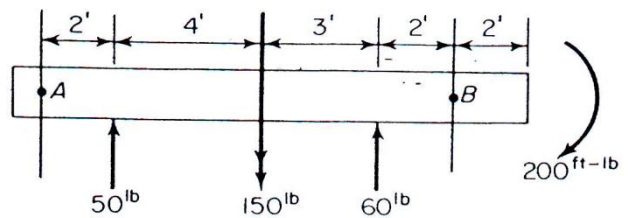


Figure 3.20

نمونه: هیزه (150lb) هکەهی بەرەنجامی دوو هیزهکەو جوتەکەکەهی که پیشان دراوه لهگەڵ دوو هیزی شاولی، یهکیان کاردهکاته سەر خالی (A) وه ئەوهی تریان بهناو (B) دا دوو هیزه نەزانراوهکە بدۆزەرەوه.

Solution:

$$\mu_A = 150 * 6 = -50 * 2 - 60 * 9 - P * 11 + 200$$

$$11 - 540 - 100 = 900P + 200$$

$$11 - 440 = 900P$$

$$P = \frac{1340}{11} = 121 \text{ lb} \downarrow$$

سەرجهمی هه‌مویان $R =$ چونکه هه‌مویان ته‌ریین به یه‌ك.

$$150 = F + 50 + 60 - 121$$

$$139 = F$$

$$F = 139 \text{ lb} \downarrow$$

Or

$$\mu_B = -150 * 5 = 60 * 2 + 50 * 9 + F * 11 + 200$$

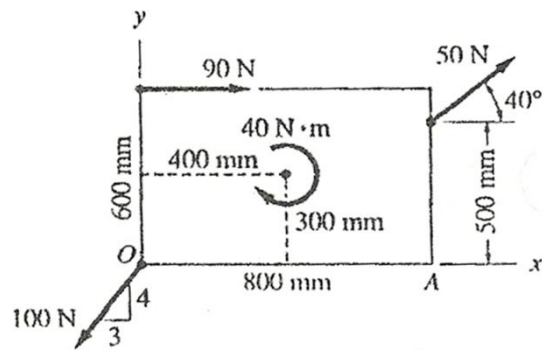
زه‌بری R به ده‌وری B = زه‌بری هه‌موو هه‌یزمه‌كان به ده‌وری B
جوته‌كه‌كه.

$$11 + 450 + 120 = 750 - F + 200$$

$$F = -139 = 139 \text{ lb} \downarrow$$

Example 3.11: The coplanar force system in figure consists of three forces and one couple. Replace them with equivalent force couple system acting at (a) point O (b) point A.

Figure 3.21



نمونہ: کومہلہ ہیزہ ہاورووتہختہکان لہو شوینہی پیکھاتووہ لہ سی ہیز
 و یہک جوتہک، بیان گورہ بہ ہیزیکی ہاوتا و سیستمی جوتہکیک کہ
 کاربکات لہ (a) خالی (b) خالی (A)

$$\sum F_x = 90 + 38.3 - 60$$

$$= 68.3 \text{ N}$$

$$\sum F_y = + 32.13 - 80$$

$$= - 47.87 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2 + (2F_1F_2\cos \alpha)} = 83.40 \text{ N}$$

$$\tan \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\alpha = 53.2^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{47.87}{68.3}$$

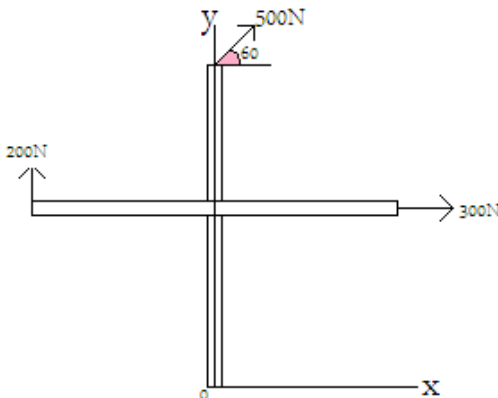
$$\theta = 35^\circ$$

$$+M_o = 90 * 0.6 + 38.3 * 0.5 - 32.13 * 0.8 + 40$$

$$+M_o = 87.44 \text{ N.m}$$

$$M_A = -80 * 0.8 + 90 * 0.6 + 38.3 * 0.5 + 40$$

$$M_A = 49.15 \text{ N.m}$$



Example 3.12: Three forces and a couple are applied to a

bracket as shown in figure Determine: 1.The magnitude and direction of the R. .2The perpendicular distance from point O to the line of action of the resultant. .3The distance from point O to the intercept of the line of action of the resultant with the x-axis.

Figure 3.22

نمونه: سى ھىزو جوتەكئىك بەكار ھىنران بۇ لە ناويەك وەك لە لەھوھەكەدا ديارە. بىر و ئارستەھى بەرەنجام ديارى بکہ. ماوہى ستوونى لە خالى (O) ھوہ بۇ ھىلى كارى بەرەنجامەكە لەگەل تەوہرەى X دا. دورپەكە لە خالى (O) ھوہ بۇ يەكتەر بىرى ھىلى كارى بەرەنجامەكە.

1.

$$\sum F_x = 300 + 500 \cos 60$$

$$550 = N \rightarrow$$

$$\sum F_y = 200 + 500 \sin 60$$

$$633 = N \uparrow$$

$$R = \sqrt{(550)^2 + (633)^2}$$

$$= 839 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{633}{550} \rightarrow \theta = 49^\circ$$

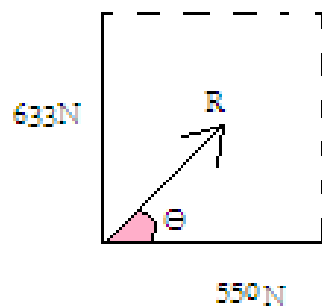


Figure 3.23

2.

$$R * d = 200 * 0.45 + 300 * 0.4 + 500 \cos 60 * 0.7 - 600$$

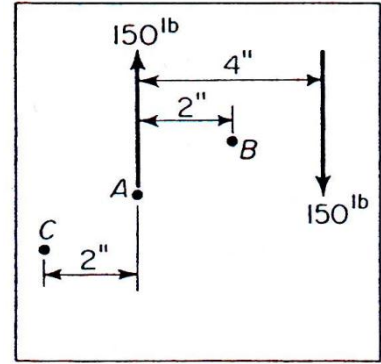
$$d = 254 \text{ m}$$

زەبرى بەرەنجام بە دەورى خالى O دا وەكو زەبرى ھەموو ھىزەكان + جوتەك.

$$-839 \cdot \sin 49^\circ \cdot S = 200 \cdot 0.45 - 300 \cdot 0.4 + 500 \cos 60^\circ \cdot 0.7 - 600$$

$$S = 339 \text{ m}$$

Example 3.13: Determine the moment of the couple in the figure (3.24) with respect to (1) point A; (2) point B; (3) point C.



زهرى جوتەك له وینهى (3.24) دا بدۆزه رهوه

به گۆیرهى (1) خالى (A)؛ (2) خالى (B)؛ (3) خالى (C).

Figure 3.24

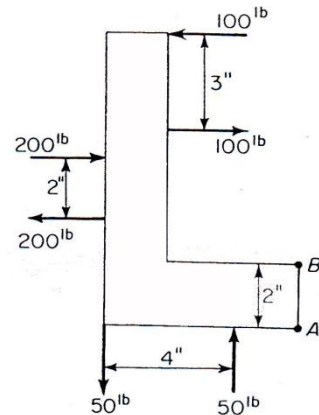
$$1: +\curvearrowright M_A = 150 \cdot 4 = 600 \text{ in}\cdot\text{lb} \curvearrowright$$

$$2: +\curvearrowright M_B = 150 \cdot 2 + 150 \cdot 2 = 600 \text{ in}\cdot\text{lb} \curvearrowright$$

$$3: +\curvearrowright M_C = +150 \cdot 6 - 150 \cdot 2 = 600 \text{ in}\cdot\text{lb} \curvearrowright$$

خۆمان ئارسته كه مان داناوه، ههر هيزيك پيچهوانهى ئەمه بوو به نىگهتيف داى ده نيين.

Example 3.14: By using the transformations of a couple, replace the three couples of the figure (3.25) by one couple with the forces acting horizontally at A and B.



به بهكار هينانى گواستنهوهى جوتەكەك، سى جوتەكى

وینەى (3.25) بگۆره به جوتەكێك له گەژڵ هێزەكانیدا، ئاسۆییانە کار دەکەن له A و B دا.

Figure 3.25

دەلێ بیکه به دوو هێزی horizontal له خالی A، B دا.

$$C1 = 100 * 3 = 300 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

$$C2 = 200 * 2 = 400 \text{ in. lb } \curvearrowleft$$

$$C3 = 50 * 4 = 200 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

ئەو هێ نیشانەکەى پێچەوانەى کاتژمێرە بە نینگەتیف دای دەنێن چونکە خۆى نینگەتیفە سەر جەمى زەبرەکان کۆ دەکەینەوه.

$$+\curvearrowleft CT = -300 + 400 - 200 = -100 = 100 \text{ in. lb } \curvearrowright$$

$$M = F * s \rightarrow 100 = F * 2 \rightarrow F = 50 \text{ lb}$$

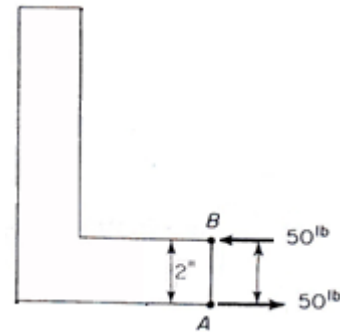


Figure 3.26

Example 3.15: By means of the transformation of a couple, replace the couple shown in the figure (3.27) by an equivalent couple consisting of horizontal forces which act along AB and CD. Show each step by means of a separate sketch.

Do not change the external effect on the body at any time.

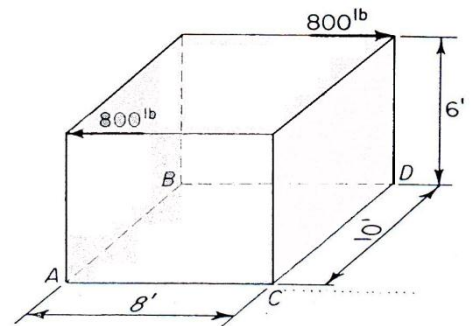


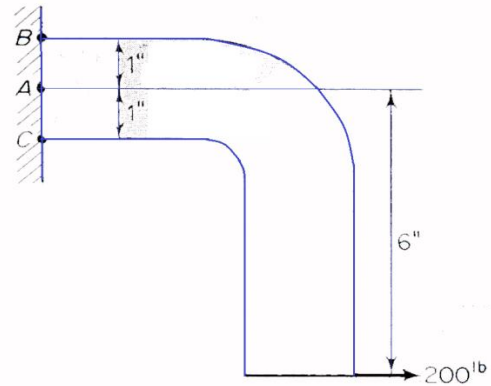
Figure 3.27

به ریگای گواستتهوهی جوتهکینک، جوتهکهکهی له وینهی (3.27) پیشانراوه بگوره به جوتهکینکی هاوتا که له هیزه ئاسۆبیهکان پینکبیت که بهدریژایی AB و CD کاردبکات. ههر ههنگاونیک به ریگهی وینهی جیاکراوه پیشان بده. کاریگهریه دهرهکییهکه مهگوره لهسهر تنهکه له ههر کاتیکدا.

$$m = 800 * 10 = 8000 \text{ lb.ft}$$

$$m = F * 8 \rightarrow 8000 = F * 8 \rightarrow F = 1000 \text{ lb}$$

Example 3.16: replace the 200lb force of figure (3.28) by a force which passes through A and a couple whose forces are horizontal and pass through the points B and C.



هیزی (200lb) ی وینهی (3.28) بگوره به هیزیک که به خالی (A) دا دهرووات وه جوتهکینک که هیزهکانی ئاسۆبیین وه به خالهکانی B و C دا دهروون.

Figure 3.28

$$m = -200 * 6 = -1200 \text{ in.lb} = 1200 \text{ in.lb}$$

$$1200 = F * 2 \rightarrow$$

$$F = 600 \text{ lb}$$

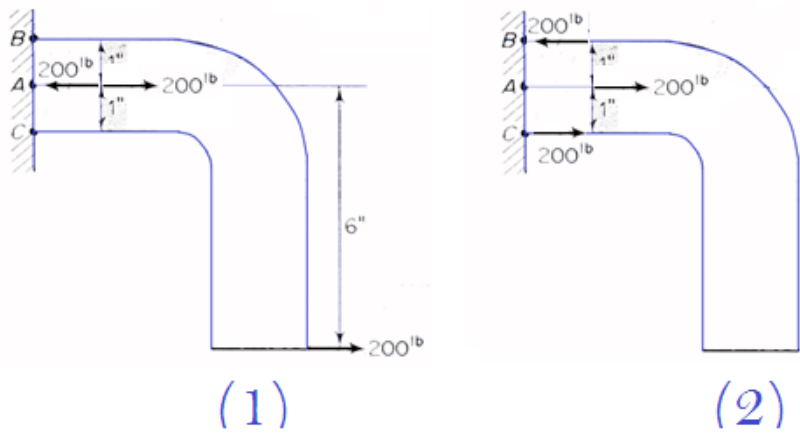
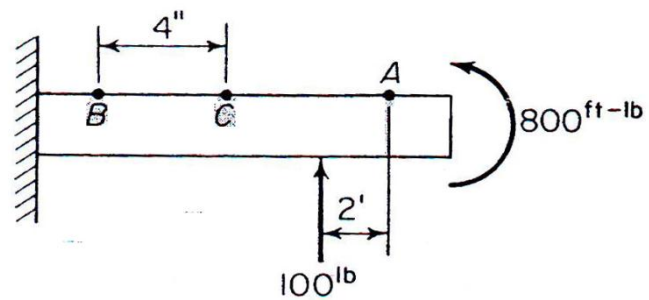


Figure 3.29

Example 3.17: Replace the force and couple shown in figure (3.30) with a vertical force at A



and a couple whose forces act vertically at B and C.

Figure 3.30

هیزمکو جوتهکهکهی پیشاندر او له وینهی (3.30) بگوره به هیزکی ستونی له A دا وه جوتهکێک که هیزمکانی شاولیانه کار دهکن له خالهکانی B و C دا.

$$m \text{ (couple C)} = -100 * 2 + 800$$

$$600 = \quad \text{lb.in}$$

لهبهر ئهوهی زهبر بهم ئارستهیه ** که واته به پێچهوانهی ئهمهوه به نینگهتیف دادهنریت.

$$600 = F * 4 \rightarrow F = 150 \text{ lb}$$

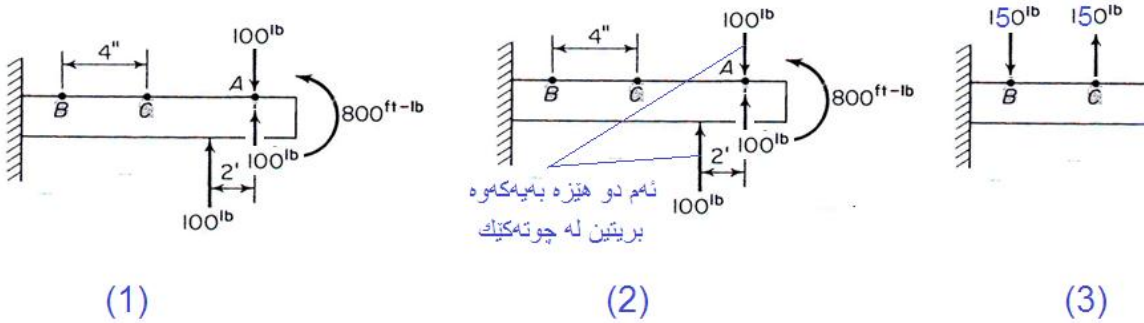


Figure 3.31

Example 3.18: Replace the 90lb force of figure (3.32) by a force which passes through A and a couple whose forces are horizontal and pass through the points B and C.

هیزی (90lb) ی وینهی (3.32) بگوره به هیزیک که به خالی (A) دا دپرووات وه جوتهکیک که هیزهکانی ناسویین وه به خالهکانی B و C دا دپرون.

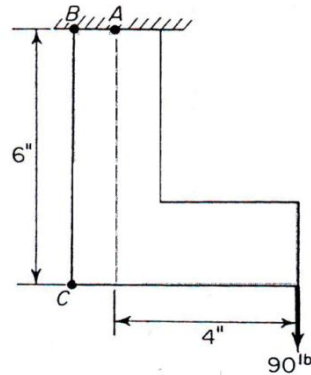
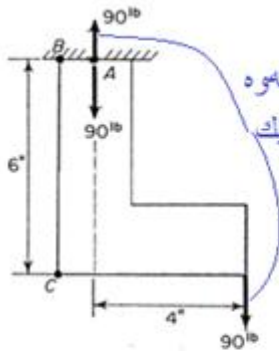


Figure 3.32

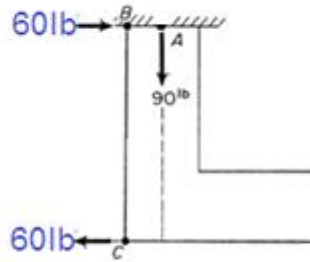
$$m_c = 90 * 4 = 360 \text{ lb.in}$$

$$360 = F * 6 \rightarrow F = 60 \text{ lb}$$



نهم دو هیزه بایهکسوه بریتین له جوتهکیک

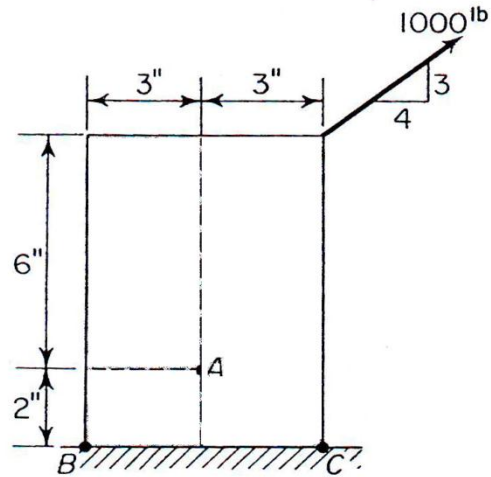
(1)



(2)

Figure 3.33

Example 3.19: By means of the transformation of a couple, Replace the 1000lb force of figure (3.34) by a force which passes through A and a couple whose forces act vertically at B and C.



به‌رِی‌گای گواستنه‌وه‌ی جوته‌کێک، هیزی
 (1000lb) ی وینه‌ی (3.34)، بگۆره به
 هیزی که به خالی (A) دا ده‌رووات وه
 جوته‌کێک که که هیزه‌کانی شاولیانه کار ده‌کهن له خاله‌کانی B و C دا.

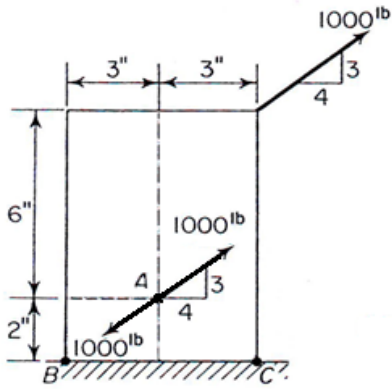
Figure 3.34

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

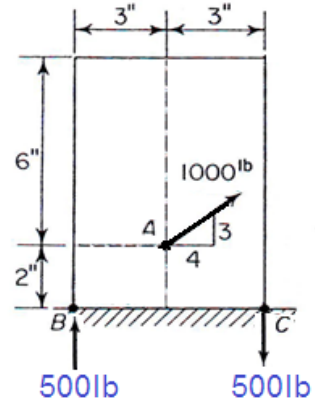
$$\theta = 36.86^\circ$$

$$m_c = 800 * 6 - 600 * 3 = 3000 \text{ lb.in}$$

$$3000 = F * 6 \rightarrow F = 500 \text{ lb}$$

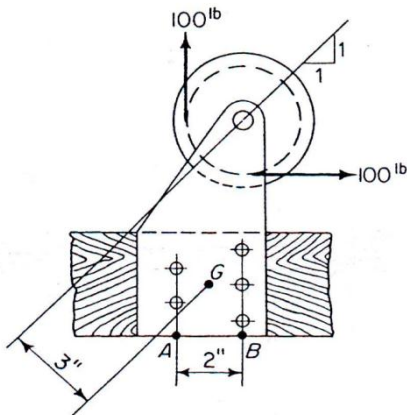


(1)



(2)

Figure 3.35



Example 3.20: Replace the two 100lb forces of figure (3.36) by a force which passes through G and a couple whose forces act vertically at A and B.

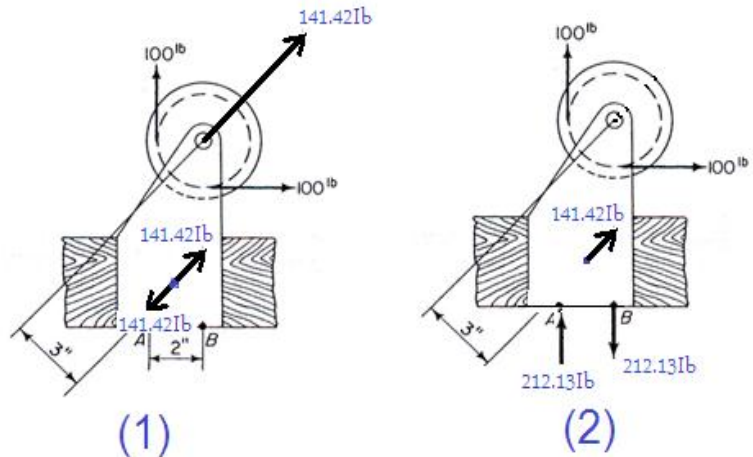
هیزی (100lb) ی وینهی (3.36) بگوره به

هیزیك كه به خالی (G) دا دهروات وه

جوتهكيك كه كه هیزهكانی شاولیانه كاردهكمن له خالهكانی B و C دا.

Figure 3.36

$$R = \sqrt{(100)^2 + (100)^2} = 141.42 \text{ lb}$$



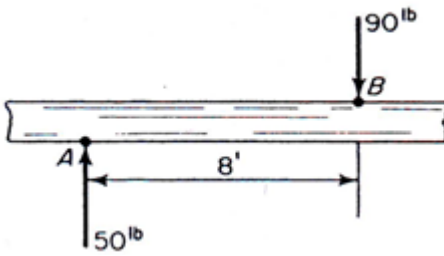
$$m = 141.42 * 3 = 424.2 \text{ lb.in}$$

Moment = force * distance

$$424.2 = \text{force} * 2$$

$$\text{Force} = 212.13 \text{ lb}$$

Figure 3.37



Example 3.21: By means of the transformation of a couple, Replace the two forces of figure (3.38) by a single force.

بەریگای گواستنەوهی جوتەکیك، دوو هیزەمکی وینەهی (3.38) بگۆرە بە تاکە هیزیک.

Figure 3.38

$$m_{\text{couple}} = 50 * 8 = 400 \text{ lb.ft}$$

$$m_B = 40 * d \rightarrow 400 = 40d$$

$$d = 10 \text{ ft} \quad \text{right B}$$

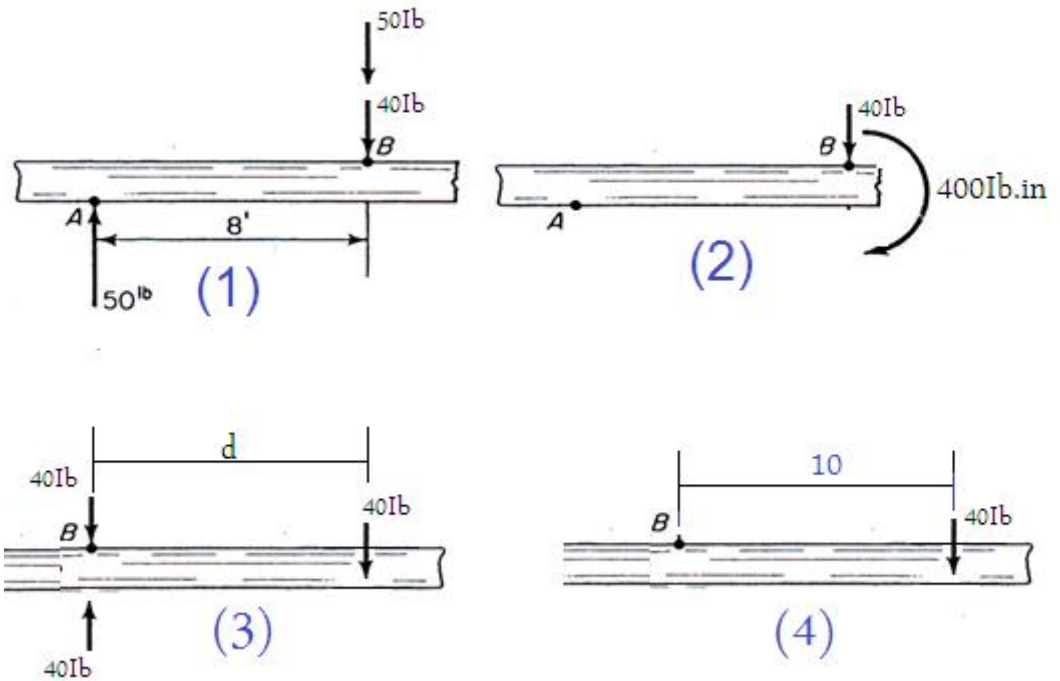
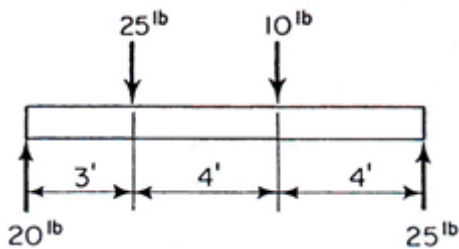


Figure 3.39

$$\mu_A = 90 * 8 = 720 \text{ lb.ft}$$

$$\mu_A = 40 * d \rightarrow d = (720)/(40) = 18 \text{ft right A}$$



Example 3.22: By means of the transformation of a couple, Replace the four forces of figure (3.40) by a

single force.

به‌ریگای گواستنه‌وهی جوته‌کێک، چوار هیزه‌که‌ی وینه‌ی (3.40) بگۆره به تاکه‌هیزێک.

Figure 3.40

$$\text{Moment of Couples} = 25 * 8 - 10 * 7 = 130 \text{ lb.ft}$$

$$M_O = 10 * d = 130 \rightarrow d = 13' \text{ right point O}$$

$$d = 11 - 13 \text{ right body}$$

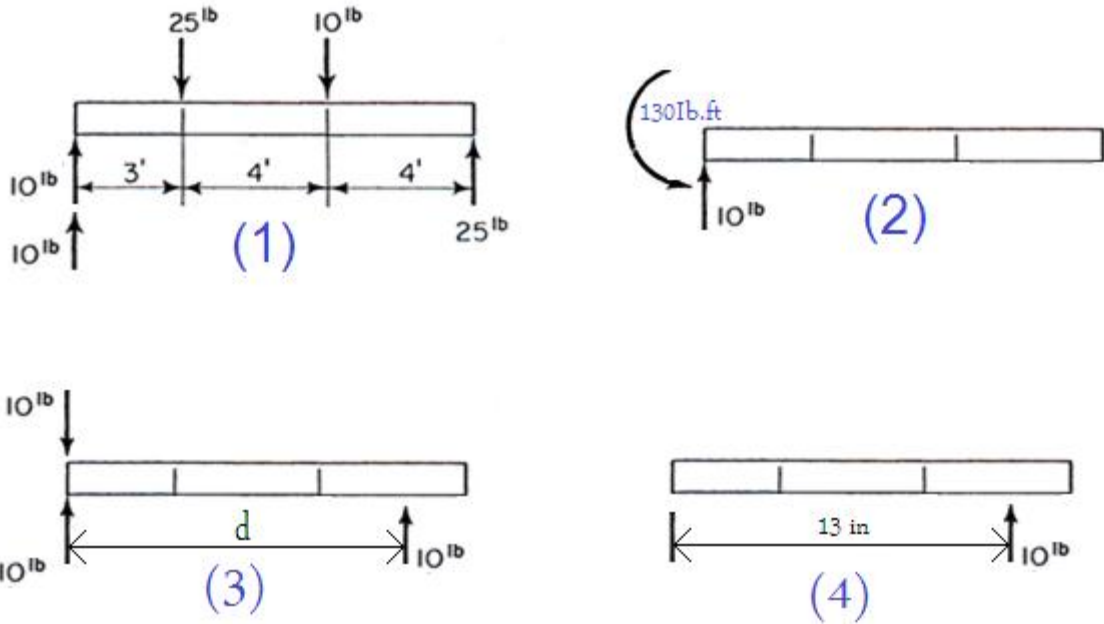
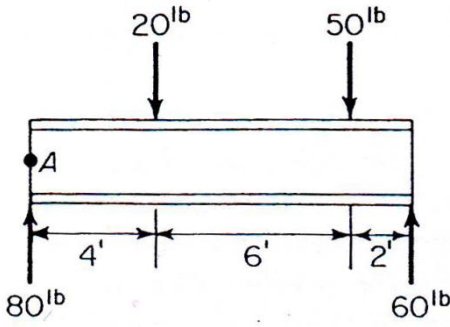


Figure 3.41



Example 3.23: determine the resultant of the parallel coplanar force system of figure (3.42), and locate it with respect to point A

بهره‌نجامی کومه‌له هیزه

هاور ووته‌خته تهریبه‌کهی وینه‌ی (3.42) بدوز ره‌وه، وه به‌گویره‌ی خالی A شوینه‌کهی دیاری بکه.

Figure 3.42

$$+\uparrow R = \sum F_y$$

$$70 = 80 + 60 - 20 - 50 = 70 \text{ lb } \uparrow$$

Moment of the all forces about point O = Moment of the Resultant force about point O

$$70 \cdot q = 60 \cdot 12 - 50 \cdot 10 - 20 \cdot 4$$

$$q = \frac{140}{70} = 2''$$

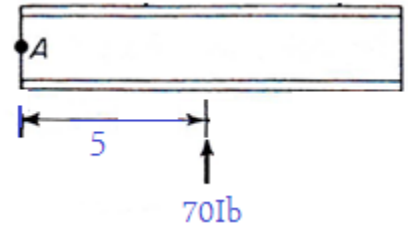
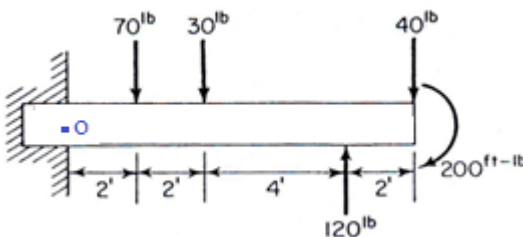


Figure 3.43



Example 3.24:

determine the resultant of the force system of figure (3.44)

بهره‌نجامی کومه‌له هیزه ی

Figure 3.44

$$+\uparrow R_y = \sum F_y$$

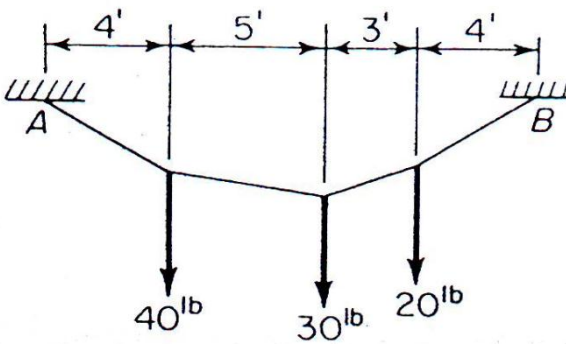
$$= 120 - 40 - 30 - 70 = -20 = 20 \text{ lb } \downarrow$$

Moment of the all forces about point O = Moment of the Resultant force about point O

$$R * q = (200) + (40 * 10) - (120 * 8) + (30 * 4) + (70 * 2)$$

$$20 * q = 200 + 400 - 960 + 120 + 140$$

$$q = -\frac{100}{20} = -5 \rightarrow q = 5 \text{ ft left of point O}$$



Example 3.25: The cable AB of figure (3.45) supports three vertical loads. Determine the resultant of these three forces, and locate it with respect to point A.

کئیلی وینہی (3.45) سنی باری شاولی راگیر دهکات. بهرہنجامی سنی
ہیزہکہ دیاریبیکہ، وہ بهگویرہی خالی A شوینہکہی دیاری بکہ.

Figure 3.45

$$\begin{aligned}
 +\downarrow R &= \sum F_y \\
 &= 40 + 30 + 20 \\
 &= 90\text{lb} \downarrow
 \end{aligned}$$

Moment of the all forces about point A = Moment of the Resultant force about point A

$$\begin{aligned}
 90 * q &= (40 * 4) + (30 * 9) + (20 * 12) \\
 Q &= \frac{670}{90} = 7.45
 \end{aligned}$$

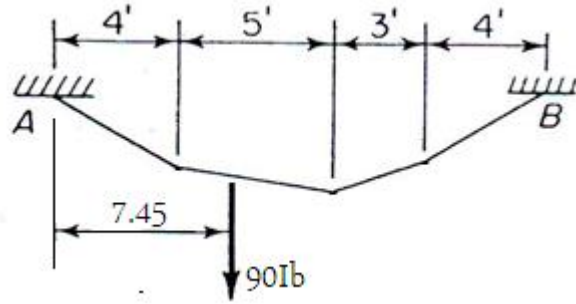
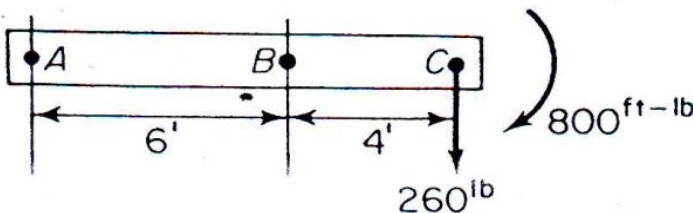


Figure 3.46

Example 3.26: Replace the 260lb force and the 800ft-lb couple of figure (3.47) with two vertical forces, one at A and the other at B, without changing the external effects on the body. Do not use the transformations of a couple.

هئزه (260lb) كه و جوته كه (800ft-lb) هكهى وئنهى (3.47) بگوره به



دوو هئزى
ستونى،
يهكئكيان له

(A) دا وه ئهوهی دیکهیان له (B) دا، بهی گۆرانی کار یگهری دهرهکی لهسهر تهنهکه. گواستنوهی جوتهک بهکار مههینه.

Figure 3.47

$$\sum M_{A1} = \sum M_{A2}$$

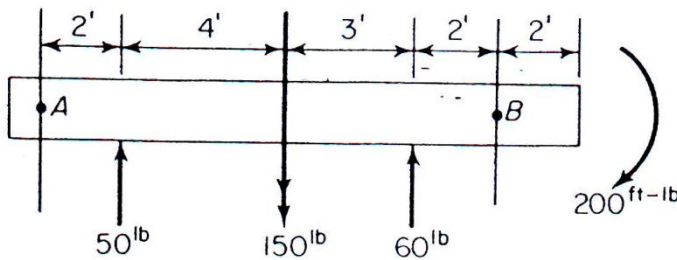
$$800 + 10 * 260 = F_B * 6 \rightarrow F_B = 567 \text{ lb} \downarrow$$

$$\sum M_{B1} = \sum M_{B2}$$

$$4 * 260 + 800 = F_A * 6$$

$$F_A = 307 \text{ lb} \uparrow$$

Example 3.27: The 150lb force of figure (3.48) is the



resultant of the two forces shown and the couple and two other vertical

forces, one acting through point A and the other through B. Determine these two unknown forces.

Figure 3.48

هیزه (150lb) هکهی وینهی (3.48) بریتیهله بهر نهجای دوو هیزه پیشاندر او هکه و جوتهکهکه و دو هیزی شاولی تر، بهکیکیان به خالی A دا

کاردهکات وه ئهوهی تریان به خالی B دا. دوهیزه نهزانراوهکه دیاری بکه.

Moment of the all forces about point A= Moment of the Resultant force about point A

$$150*6=(200)-(60*9)-(50*2)+(F_B*11)$$

$$F_B=121.82\text{lb} \downarrow$$

Moment of the all forces about point B= Moment of the Resultant force about point B

$$150*5=-(50*9)-(60*2)-(200)+(F_A*11)$$

$$750=-450-120-200+11*F_A$$

$$F_A=138.2\text{lb} \downarrow$$

که تو خۆت شلکرد، له روی ناکهسی
دهلی: بروانه، چۆن لهم دهترسی

(پیرهمیڤرد)

نوسهر له مالنیکا پهیدا نابیت، کتیبی تیدا نهبویت

(دۆریس لئیسینگ)

English	کوردی
Units of measurement	یهکهکانی پیوانهکردن
Quantities	هیندهکان
Length	دریزی
Mass	بارستای
Time	کات
Force	هیز
Velocity	خیرای
Acceleration	تاودان
Area	رووبهر
Density	چری
Work	ئیش
Moment of force	زهبری هیز
Power	توانا
Pressure	پهستان
Unit	یهکه
Scalar quantities	هینده بی ئار استهکان
vector quantities	هینده ئار استهپر هکان
Magnitude	بر
action	کار
Direction	ئار استه
state	حالهت
Resultant	بهرنه انجام
Inclined	لار
Component	پیکنهر
Summation	کوکردنهوه

Axis	تھورہ
Condition	مہرج
Condition	حالت
In order that	بوتھوہی
Determine	دیاری بکہ
Resultant of force system	بہرئہنجامی کومملہ ہیز
Moment	زہبر
Torque	زہبر
With respect to	بہ گویرہی
Product	لنکدراو
Force	ہیز
perpendicular	ئہستون
act	کاردهکاتہ سہری
Couple	جوتہک
rigid body	تہنی سہخت
Consist of	پیکھاتوہ
Parallel	تہریب
Opposite	پنچہوانہ
Angle	گوشہ
unknown forces	ہیزہ نادیارہکان
through	بہناو
Equilibrium	ہاوسہنگبون
Equations	ہاوکیشہکانی
ignored	پشتگوینخراو
free body diagram (FBD)	ہیلکاری تہنی سہر بہست

problems	گرفت
Reactions	کار دانهو مکان
Centroid	چهق
center of Gravity	چهقی قورسایی
specific weight	کیشه چره
Simi arc	نیمچه چهماوه
Ellipse	هیلکهی
Moment of inertia or Second moment	زهبری بارنهگورین (زهبری دووهم)
Polar moment of inertia	زهبری بارنهگوری جهمسهری
Parallel axis theorem	بیردۆزی تهوهره تهریبهکان
Radius of Gyration	نیوه تیرهی خولانهوه
strip	تیزمال
element	تیلماسک
element	توخم
Parabola	برگه هاوتتا
Product moment of inertia	زهبری لیکدراوی بارنهگوری
Analysis of Structures	شیکردنهوهی بنیات
truss	دار بهست
Member	پهل
joints	جومگهکان
planar truss	دار بهستی تهخت
section	برگه
hinge	ئهنجامه
Friction	لیکخشاندن
static friction	وهستاوه لیکخشاندن

kinetic friction	جوو لاوه ليکځځانندن
Coefficient of Friction	هاو کولکهي ليکځځانندن
angle of the incline surface	گوشه لاري پروهليز مهکه
angle of repose	گوشه ي پشو
Angle of friction	گوشه ي ليکځځانندن
Beam	راجه
Cable	کنييل
SIMPLY SUPPORT BEAM	راجهي به سادهي راگير او
Over hanging Beam	راجهي لا هلو اسراو
CANTILEVER BEAM	نويله راجه
indeterminate beams	راجه ناديار مهکان
PROPPED BEAM	کولهکه راجه
FIXED or RESTRAINED BEAM	راجهي چه سپاو يان جلهو گير کراو
CONTINUOUS BEAM	راجهي به ردهوام
AXIAL FORCE	هيزي تهو ره يي
SHEAR FORCE	هيزي بره ر
BENDING MOMENT	زه بري چه مانه وه
bending in Beam	چه مينه وه له راجه دا
bending stress	فشاري چه مانه وه
Assumptions	گريمانه کان
involved	به شدارن
theory	بيردوز
design	نه خشه سازي
loading	بار کردن
point load	باري خال

distributed load	بار دابه‌شبووی
Beam deflection	خوار بونه‌وهی راجه
Beam span	ماوه‌ی راجه
shear force diagrams	هینلکاریه‌کانی هیزی بره‌ر
bending moment diagrams	هینلکاریه‌کانی زه‌بری چه‌مانه‌وه
bolt	برغوو
collinear	هاو هینل
compression	په‌ستاوتن
Concentrated force	هیزی چه‌قبه‌ستوو
concurrent	به‌یه‌ک‌گه‌یشتنوو
connection	تیکبه‌ست
coplanar	هاور و نه‌خت
Cross-section	پانه‌پرگه
curve	چه‌ماوه
deformation	شیوه‌تیکچون
degree	پله
disk	په‌پکه
Distributed load	باری دابه‌شکراو
load	بار
loading	بارکردن
fixed	چه‌سپاو
homogeneous	چوونیه‌ک
horizontal	ئاسوی
Integration	ته‌واوکاری
Line	هینل
Line of action	هینلی کار

maximum and minimum	زۆرترين و كه مترين
object	تهن
body	لهش
Parallelogram	لاته ريب
particle	تهنۆلكه
pin	بهرووله
polar	جه مسهري
radius of gyration	نيوه تيره ي خولانهوه
resolution	شيته لكردن
rivet	په رچ
roller	خولخۆلكه
roof	سه ربان
rotation	خولانهوه
smooth	ساف
static	وه ستاو
statics	وه ستانزاني
Strength	به رگه گرتن
Stress	فشار
Structure	بنيات
Summation	سه رجه م
Support	پالپشت
symmetry	هاوجي
Tension	گرزي
Transformation	گواستنهوه
Uniform	رينك
Vertical	شاوولي

volume	قہبارہ
Weight	کیش
Welding	لکاندن

Reference:

سہرچاؤہکان:

1. Eng-mechanics, Static and Dynamics By: “Archie hiegdom”
2. Engineering mechanics, Volume 1, Statics, fifth edition By: J. L. Meriam and L. G. Karaige.
3. VECTOR MECHANICS,for ENGINEERS TENTH EDITION, STATICS |DYNAMICS By: Beer | Johnston | Mazurek | Cornwell
4. Engineering mechanics, Statics, Twelfth edition By: R. C. Hibbeler