

BÎRKARÎ

NAVÎN 2

2019/2020

AMADEKAR

Ev pirtûk ji aliyê Komîteya Bîrkariyê ve hatiye amadekirin.

LÊVEGER

- Komîteya Şopandinê
- Komîteya Fotoşopê
- Komîteya Redekteyê

Ev pirtûk ji aliyê Saziya Minhacan ve, wek pirtûka wanedayînê, ji bo dibistanan hatiye pejirandin.



NAVEROK

BEŞA CEBIR.....	7
BEŞA YEKEM: HÊZ, KOK Û ÇAREYA HEVKÊŞEYAN.....	7
WANeya YEKEM: RAVEYÊN BÎRKARIYÊ Û BIKARANÎNÊN LI SER WAN	8
WANeya DUYEM: DI HEJMARÊN RÊJEYÎ DE HÊZ	18
WANeya SÊYEM: RÊZKIRINA BIKARANÎNAN Û KOKDAMIYAN	27
WANeya ÇEREM: DI Q DE ÇAREYA HEVKÊŞE Û NEWEKHEVIYAN.....	35
WANeya PÊNCHEM: HEJMARÊN RÊJEYÎ Q Û KORDÎNAT	45
BEŞA DUYEM: HEJMARÊN RAST (\mathbb{R})	49
WANeya YEKEM: KOKKABÎ Û HEJMARÊN NERÊJEYÎ.....	50
WANeya DUYEM: KOMIKA HEJMARÊN RAST (\mathbb{R})	60
WANeya SÊYEM: BIKARANÎNÊN LI SER HEJMARÊN RAST (\mathbb{R}).....	69
BEŞA SÊYEM: AMAR (ISTATISTÎK)	77
WANE: TABLOYÊN DUBAREYÊ	78
BEŞA GEOMRTÎ.....	89
BEŞA YEKEM: SÎMETRÎKÎ.....	89
WANeya YEKEM: SÎMETRÎKIYA NAVENDÎ.....	90
WANeya DUYEM: SÎMRTRÎKIYA TEWAREYÎ.....	96
BEŞA DUYEM: PIRGOŞE Û SÊGOŞE.....	105
WANeya YEKEM: PIRGOŞE	106
WANeya DUYEM: SÊGOŞE	113
WANeya SÊYEM: DI SÊGOŞEYÊ DE XÊZIKÊN NAVÎN.....	127
WANeya ÇAREM: XWEZAYA TEŞEYA ÇARGOŞEYÎ	138
BEŞA SÊYEM: PIRAMÎD.....	155

**WANEYA YEKEM: RÛBERA KÊLEKÊ Û YÊ TEVAHIYÊ YÊ
PIRAMÎDÊ..... 156**

WANEYA DUYEM: QEBAREYA PIRAMÎDÊ 166

BELAVKIRINA WANEYAN LI SER SALA

XWENDINÊ 170

BEŞA CEBİR

BEŞA YEKEM: HÊZ, KOK Û ÇAREYA HEVKÊŞEYAN

1. PÊKHATEYÊN BÎRKARIYÊ Û BIKARANÎNÊN LI SER WAN
2. DI HEJMARÊN RÊJEYÎ DE HÊZ
3. RÊZKIRINA BIKARANÎNAN Û KOKDAMIYAN
4. DI \mathbb{Q} DE ÇAREYA HEVKÊŞE Û NEWEKHEVIYAN
5. HEJMARÊN RÊJEYÎ (\mathbb{Q}) Û KORDÎNAT

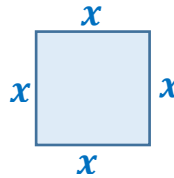
WANEYA YEKEM: RAVEYÊN BÎRKARIYÊ Û BIKARANÎNÊN LI SER WAN

Em dizanin ku bîrkarî, ew zanista ku sembolan bi kar tîne. Ji ber vê yekê em simbolên cuda ji bo şîrovekirina tiştan an jî hejmaran bi kar tînin. Wekî ku me berî niha hejmar şîrove dikirin.

Mînak 1: Heger dirêjahiya kenara dama li jêr x be, wê demê:

Rûbera damê = kenar \times kenar

$$S = x \times x = x^2$$



Mînak 2: Heger sembola x sêvekê nîşan bike, wê demê nîşankirina sê sêvan bi vî awayî dibe:

$$x + x + x = 3 \times x$$

Em ji $3x$ re dibêjin pêkhatiya bîrkariyê.

Pênase:

Pêkhatiya bîrkariyê: Her tiştên ku ji hevdana du faktoran an jî bêtir çêdibe.

Mînak 1: Pêkhatiya bîrkariyê $x = 1 \times x$ ji du faktoran pêk tê:

1 (qat) û x (faktora sembolî)

Mînak 2: Pêkhatiya bîrkariyê $7x^2 = 7 \times x \times x$ ji sê faktoran pêk tê: 7 , x û x

✚ Pileya pêkhateya bîrkariyê:



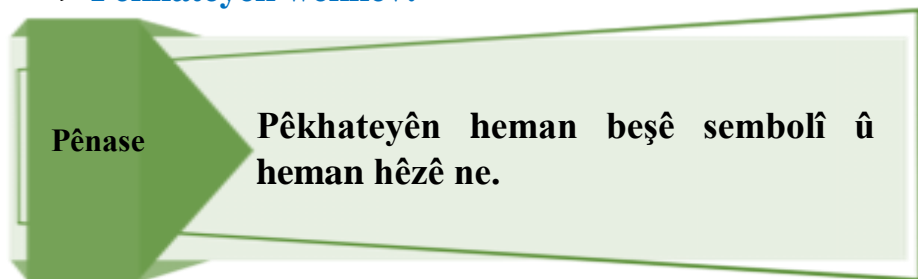
Mînak 1: $2x$ Pêkhateya bîrkariyê ya ji pileya yekem e.

Mînak 2: $3x^2$ Pêkhateya bîrkariyê ya ji pileya duyem e.

- * Heger em her du pêkhateyên bîrkariyê $3x$ û $7x^2$ kom bikin, wê demê encam dibe $3x + 7x^2$ û bi navê raveya bîrkariyê ji pileya duyem ya ji du pêkhateyan pêk tê, tê naskirin. Ji ber ku bilintirîn hêza nenasa x hejmara 2 ye, lê belê raveya bîrkariyê $2x - 3y$ ji pileya yekem e li gorî nenasa x û ji pileya yekem e li gorî nenasa y
- * Heger hejmara pêkhateyên raveyekê bêtirî du pêkhateyan bin, wê demê bi navê pîrpêkhateyê tê naskirin.

Mînak: $2x^3 + 3x - 5$ Pîrpêkhateya ji pileya sêyem e.

✚ Pêkhateyên wekhev:



Mînak 1: $2x$, $-5x$ Pêkhateyên wekhev in.

Mînak 2: x^3 , $\frac{1}{3}x^3$ Pêkhateyên wekhev in.

✚ Pêkhatyên hevdiş:

Pênase:

Pêkhatyên wekhev in, lê belê beşên hejmarî hevdiş in.

Mînak: $+5x$, $-5x$ Pêkhatyên hevdiş in.

✚ Bikaranînen li ser pêkhatyên bîrkariyê:

1- Komkirin û derxistina pêkhatyên wekhev:

Pênase:

Em komkirin an jî derxistina qatan çêdikin û heman sembolê dinivîsin.

Mînak: Em encamên bikaranînen li jêr bibînin:

$$3x + 5x = 8x$$

$$7x^2 - 3x^2 = 4x^2$$

Têbînî:

Komkirina pêkhatyên hevdiş yeksanî sifirê ye.

Mînak: $+3x - 3x = 0$

Têbînî:

Di pîr pêkhatyan de, em tenê komkirin an jî derxistina pêkhatyên wekhev, çêdikin.

Mînak: Em pîr pêkhatya li jêr bikin awayê herî sade.

$$3x + 5x^2 - 2x + x^2 - 2$$

Em pêkhatyên wekhev kom bikin:

$$5x^2 + x^2 + 3x - 2x - 2 = 6x^2 + x - 2$$

2- Hevdana pêkhatyên bîrkariyê:

1. Hevdana du pêkhatyên bîrkariyê:

Pênase:

Heger bingeh heman bin, em qatan hevdanî hev bikin û hêzan kom bikin.

Mînak: Em encamên bikaranînên li jêr bibînin:

$$2x \times 3x^2 = 6x^3$$

$$(-5) \times 2x = -10x$$

$$3x \times 4y = 12xy$$

2. Hevdana pêkhatyekê bi pîrpêkhatyekê:

Pênase:

Em hevdanê belavî komkirin an jî derxistinê dikin.

Mînak: Em encama bikaranîna li jêr bibînin.

$$2x(x^2 + 3x - 2) = 2x^3 + 6x^2 - 4x$$

3. Hevdana du pêkhate bi du pêkhatyan

Pênase

Em hevdanê belavî komkirin an jî derxistinê dikin û piştê pêkhatyên wekhev kom dikin.

Mînak: Em encama bikaranîna li jêr bibînin:

$$(x + 2)(x - 3) = x(x - 3) + 2(x - 3)$$

$$= x^2 - 3x + 2x - 6$$

$$= x^2 - x - 6$$

4. Hevdana pêkhatyekê bi xwe:

- ❖ Em encama bikaranîna li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned}(x + 5)^2 &= (x + 5)(x + 5) \\ &= x^2 + 5x + 5x + 25 \\ &= x^2 + 10x + 25\end{aligned}$$

- * Dema hevdana $(a + b)$ bi xwe, bi awayê $(a + b)^2$ tê nivîsîn û encam dibe: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- * Bi awayê dama komkirina du hejmaran = dama yekem + du qatê yekem hevdanî duyem + dama duyem tê xwendin.



$(a + b)^2$ bi navê wekheviya damî ya navdar, tê naskirin.

Mînak: Em encamên bikaranînen li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned}(x + 2)^2 &= (x)^2 + 2(x)(2) + (2)^2 \\ &= x^2 + 4x + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3x + 1)^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2 \\ &= 9x^2 + 6x + 1\end{aligned}$$

Rahênan: Em valahiyên li jêr dagirin:

$$\begin{aligned}(x + 7)^2 &= \dots + \dots + \dots \\ &= \dots + \dots + \dots\end{aligned}$$



Em dikarin gava yekem kurt bikin û rasterast gava duyem çêkin.

Rahênan: Em valahiyên li jêr dagirin:

$$(x + 3)^2 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

❖ Em encama bikaranîna li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned} (x - 4)^2 &= (x - 4)(x - 4) \\ &= x^2 - 4x - 4x + 16 \\ &= x^2 - 8x + 16 \end{aligned}$$

* Dema hevdana $(a - b)$ bi xwe, bi awayê $(a - b)^2$ tê nivîsîn û encam dibe: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ bi awayê dama derxistina du hejmaran = dama yekem - du qatê yekem hevdanî duyem + dama duyem tê xwendin.



$(a - b)^2$ bi navê wekheviya damî ya navdar, tê naskirin.

Mînak: Em encamên bikaranîna li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned} (x - 6)^2 &= (x)^2 - 2(x)(6) + (6)^2 \\ &= x^2 - 12x + 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2x - 8)^2 &= (2x)^2 - 2(2x)(8) + (8)^2 \\ &= 4x^2 - 32x + 64 \end{aligned}$$

Rahênan: Em valahiyên li jêr dagirin:

$$(x - \frac{3}{4})^2 = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

❖ Em encama bikaranîna li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned}(x + 3)(x - 3) &= x^2 + 3x - 3x - 9 \\ &= x^2 - 9\end{aligned}$$

* Em ji kevana $(x - 3)$ re dibîjin, hevjimara kevana $(x + 3)$

* Dema hevdana $(a + b)$ bi hevjimara xwe re $(a - b)$, encam dibe: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ bi awayê komkirina du hejmaran hevdanî derxistina wan = dama yekem – dama duyam



$(a + b)(a - b)$ bi navê wekheviya damî ya navdar, tê naskirin.

Mînak: Em encamên bikaranînen li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned}(x + 1)(x - 1) &= (x)^2 - (1)^2 \\ &= x^2 - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x + 3)(2x - 3) &= (2x)^2 - (3)^2 \\ &= 4x^2 - 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2 - 3x)(3x + 2) &= (2 - 3x)(2 + 3x) \\ &= (2)^2 - (3x)^2 \\ &= 4 - 9x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right) &= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{16}\end{aligned}$$



Sûda wekheviyên damî $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$ di belavkirinê de heye.

3- Parvekirina pêkhatyên bîrkariyê:

1. Parvekirina pêkhatyekê li pêkhatyeke din:

Pênase:

Dema ku sembol heman bin, em qatan parve dikin û derxistina hêzan çêdikin.

Mînak: Em encama bikaranîna li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned}\frac{10 x^3 y}{5 x y} &= \left(\frac{10}{5}\right) \left(\frac{x^3}{x}\right) \left(\frac{y}{y}\right) \\ &= 2x^2\end{aligned}$$

2. Parvekirina du pêkhatyan li pêkhatyeke din:

Pênase:

Em her pêkhatyekê bi tena xwe belavî pêkhatya din bikin.

Mînak 1: Em encama bikaranîna li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned}\frac{26 x^2 + 14 x^4}{2 x} &= \frac{26 x^2}{2 x} + \frac{14 x^4}{2 x} \\ &= 13 x + 7 x^3\end{aligned}$$

Mînak 2: Em encama bikaranîna li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\begin{aligned}\frac{9 x^3 y^2 - 18 x y^2}{3 x y^2} &= \frac{9 x^3 y^2}{3 x y^2} - \frac{18 x y^2}{3 x y^2} \\ &= 3 x^2 - 6\end{aligned}$$

3. Parvekirina pîrpêkhate li du pêkhateyan:

Mînak 1: Em encama bikaranîna li jêr bi awayê herî sade

bibînin: $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x + 1}$

Rêbazê parvekirina dirêj:

$$\begin{array}{r}
 x^2 + x \\
 \hline
 x + 1 \overline{) x^3 + 2x^2 + x} \\
 \underline{\bar{x}x^3 \quad \bar{x}x^2} \\
 0 \quad + x^2 + x \\
 \quad \underline{\bar{x}x^2 \quad \bar{x}x} \\
 \quad \quad 0 \quad \quad 0
 \end{array}$$

Ango: $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x + 1} = x^2 + x$

1. Em parvebûyî û parveker berbîpaş rêz bikin.

2. Em pêkhateya yekem a parvebûyî belavî pêkhateya yekem a parveker bikin. $\frac{x^3}{x} = x^2$

3. Em x^2 li encamê binivîsin û piştê hevdanî parveker bikin û encama wê li bin parvebûyî binivîsin û derxistinê çêkin.

4. Em gavên 2 û 3 dubare bikin heta em bigihin encama derxistina dawî.

Rahênan: Em encama parvekirina $x^3 + 1$ li $x + 1$ bibînin:

$$\begin{array}{r}
 x^2 - x + 1 \\
 \hline
 x + 1 \overline{) x^3 \dots\dots\dots + 1} \\
 \underline{\bar{x}x^3 \quad \bar{x}x^2} \\
 0 \quad -x^2 \quad \dots + 1 \\
 \quad \underline{\pm x^2 \quad \pm x} \\
 \quad \quad 0 \quad + x + 1 \\
 \quad \quad \quad \underline{\bar{x}x \quad \bar{x}1} \\
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad \quad 0
 \end{array}$$

Dema rêzkirina berbîpaş, li gorî pêkhateyên kêr, em valahiyan di parvebûyî de dihêlin.

Ango: $\frac{x^3 + 1}{x + 1} = x^2 - x + 1$

HÎNDARÎ

1. Em rahênanên li jêr belav bikin û bi awayê herî sade binivîsin:

$$(x - 7)(x - 2) , (2x + 1)(x - 5) , x(x - 3) , 3(x^2 - 4x)$$

$$(2x - \frac{2}{3})^2 , (x - 9)^2 , (2y + \frac{1}{4})^2 , (2x + \frac{1}{2})^2$$

$$4(2x + 2)^2 , (x - 1)(x + 3) + (2x + 5)^2$$

2. Em A sade bikin û piştre nirxê hejmarî bibînin dema ku $x = 1$ be:

$$A = 5(2x - 1) - 3(x^2 - 1) + x(5x - 1)$$

3. Em encamên bikaranînan li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$\frac{x^3 - 27}{x - 3} , \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2} , \frac{12x^4y^2 + 6xy}{2xy} , \frac{8x^3}{2x} , \frac{48x^3 - 80x^2}{8x^2}$$

4. Rûbera milkêşekê $8x^4y^3 + 12x^3y^4 - 8x^2y^2$ santîmetre dam û dirêjahiya wê $4x^2y^2$ santîmetre ye, em firehiya wê bibînin heger $x = 1$ û $y = 2$ bin.

WANEYA DUYEM: DI HEJMARÊN RÊJEYÎ DE HÊZ

1- Hejmarên bihêz ên pozîtîv:

Em hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1 \times 1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{27}$$

Pênase:

Heger $\frac{a}{b}$ hejmareke rêjeyî be û n hejmareke tam

û pozîtîv be, wê demê: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ caran}}$

Bi awayê $\frac{a}{b}$ bi hêza n tê xwendin. **n caran**

Encam:

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$ Mînak: $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$

2. $\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$ Mînak: $\left(\frac{1}{5}\right)^1 = \frac{1}{5}$

Mînak: Em encamên hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 5} = \frac{4}{25}$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1 \times 1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$$

Hejmara bi hêz a ku bingeha wê negetîv e û hêza wê cot e, pozîtîv e.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{-8}{27}$$

Hejmara bihêz a ku bingeha wê negetîv e û hêza wê kit e, negetîv e.

Rahênan: Em encamên hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3 \times 3}{4 \times 4} = \frac{9}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{6}\right)^2 = \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1 \times 1}{6 \times 6} = \frac{1}{36}$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^3 = \left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{-5 \times 5 \times 5}{3 \times 3 \times 3} = \frac{-125}{27}$$

✚ **Taybetiyên hejmarên bihêz:**

1. Hevdana du hêzên heman bingeh:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m} : n, m \text{ du hejmarên tam û pozîtîv in.}$$

Mînak: Em encamên hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^{3+5} = \left(\frac{3}{4}\right)^8$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{2+4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{2+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^4$$

2. Hêza kertê:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} : n \text{ hejmareke tam û pozîtîv e.}$$

Mînak: Em encama hejmara bihêz a li jêr bibînin:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{(3)^3}{(2)^3} = \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} = \frac{27}{8}$$

3. Hêza hêzê:

$[(\frac{a}{b})^n]^m = (\frac{a}{b})^{n \times m}$: n , m du hejmarên tam û pozîtîv in.

Mînak: Em encamên hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$[(\frac{3}{4})^2]^3 = (\frac{3}{4})^{2 \times 3} = (\frac{3}{4})^6$$

$$[(-\frac{1}{2})^2]^2 = (-\frac{1}{2})^{2 \times 2} = (-\frac{1}{2})^4 = (\frac{1}{2})^4$$

4. Hêza hevdanê:

$(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d})^n = (\frac{a}{b})^n \times (\frac{c}{d})^n$: n hejmareke tam û pozîtîv e.

Mînak: Em encama hejmara bihêz a li jêr bibînin:

$$\begin{aligned} (\frac{1}{2} \times \frac{3}{5})^2 &= (\frac{1}{2})^2 \times (\frac{3}{5})^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{1 \times 1 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{9}{100} \end{aligned}$$

5. Parvekirina du hejmarên bihêz ên heman bingeh:

$\frac{(\frac{a}{b})^n}{(\frac{a}{b})^m} = (\frac{a}{b})^{n-m}$: n , m du hejmarên tam û pozîtîv in û $n > m$

Mînak: Em encama hejmara bihêz a li jêr bibînin:

$$\frac{(\frac{3}{2})^5}{(\frac{3}{2})^2} = (\frac{3}{2})^{5-2} = (\frac{3}{2})^3 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8}$$

2- Hejmarên bihêz ên negetîv:

Em hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$\begin{array}{l} -1 \curvearrowright 2^3 = 8 \curvearrowright \div 2 \\ -1 \curvearrowright 2^2 = 4 \curvearrowright \div 2 \\ -1 \curvearrowright 2^1 = 2 \curvearrowright \div 2 \\ -1 \curvearrowright 2^0 = 1 \curvearrowright \div 2 \\ -1 \curvearrowright 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} \curvearrowright \div 2 \\ -1 \curvearrowright 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \curvearrowright \div 2 \\ 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \end{array}$$

Pênase:

Heger a hejmareke rêjeyî ji bilî sifirê be û n hejmareke tam û negetîv be, wê demê:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{û} \quad a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

Mînak: Em encamên hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$$

$$5^2 = \frac{1}{5^{-2}}$$

Baldarî:

Hemû taybetiyên di hejmarên bihêz ên pozîtîv de, di rewşa ku hêz negetîv be de, rast in.

Mînak 1: Em encama $5^6 \times 5^{-4}$ bibînin:

Rêbaza yekem: Li gorî taybetiyên

$$5^6 \times 5^{-4} = (5)^{6-4} = (5)^2 = 5 \times 5 = 25$$

Rêbaza duyem: Li gorî hejmarên bihêzên negetîv

$$5^6 \times 5^{-4} = \frac{5^6}{5^4} = (5)^{6-4} = (5)^2 = 5 \times 5 = 25$$

Mînak 2: Em encama $\frac{(7)^{-3}}{(7)^{-2}}$ bibînin:

Rêbaza yekem: Li gorî taybetiyan

$$\frac{(7)^{-3}}{(7)^{-2}} = 7^{(-3)-(-2)} = 7^{(-3)+(2)} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$$

Rêbaza duyem: Li gorî hejmarên bihêzên negetîv

$$\frac{7^{-3}}{7^{-2}} = 7^{-3} \times 7^2 = 7^{-3+2} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$$

Mînak 3: Em encama $\left(\frac{6^{-2} \times 6^4}{6^3}\right)^{-2}$ bibînin:

Rêbaza yekem:

$$\begin{aligned} \left(\frac{6^{-2} \times 6^4}{6^3}\right)^{-2} &= \frac{(6^{-2} \times 6^4)^{-2}}{(6^3)^{-2}} = \frac{(6^{-2})^{-2} \times (6^4)^{-2}}{(6)^{3 \times (-2)}} \\ &= \frac{(6)^{(-2) \times (-2)} \times (6)^{(4) \times (-2)}}{(6)^{-6}} \\ &= \frac{6^4 \times 6^{-8}}{6^{-6}} = \frac{6^{4-8}}{6^{-6}} = \frac{6^{-4}}{6^{-6}} \\ &= (6)^{-4-(-6)} = 6^{-4+6} \\ &= 6^2 = 6 \times 6 = 36 \end{aligned}$$

Rêbaza duyem:

$$\begin{aligned} \left(\frac{6^{-2} \times 6^4}{6^3}\right)^{-2} &= \left(\frac{6^{-2+4}}{6^3}\right)^{-2} = \left(\frac{6^2}{6^3}\right)^{-2} = (6^{2-3})^{-2} \\ &= (6^{-1})^{-2} \\ &= 6^{(-1) \times (-2)} \\ &= 6^2 = 6 \times 6 = 36 \end{aligned}$$

Rêbaza sêyem:

$$\begin{aligned}\left(\frac{6^{-2} \times 6^4}{6^3}\right)^{-2} &= \left(\frac{6^4}{6^2 \times 6^3}\right)^{-2} = \left(\frac{6^4}{6^5}\right)^{-2} = (6^{4-5})^{-2} \\ &= (6^{-1})^{-2} \\ &= \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} \\ &= \frac{(1)^{-2}}{(6)^{-2}} = \frac{6^2}{1^2} \\ &= 6^2 \\ &= 6 \times 6 = 36\end{aligned}$$

3- Hêza hejmarê (10):

$$(10)^1 = 10$$

$$(10)^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$(10)^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$

$$(10)^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$$

Pênase: **Hêza hejmarê (10):** $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ caran}}$
 n hejmareke tam e.

Mînak: Em encama hejmarê bihêz a li jêr bibînin:

$$(10)^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

Hejmarê sifirên bi qasî hêzê ye.

$$(10)^9 = 1\,000\,000\,000$$

$$(10)^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

$$(10)^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000}$$

Baldarî:

Hemû taybetiyên hejmarên bihêz ên bi me re derbas bûn, li vir jî rast in.

Mînak: Em encamên hejmarên bihêz ên li jêr bibînin:

$$10^3 \times 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$$

$$\frac{10^7}{10^2} = 10^{7-2} = 10^5$$

$$\frac{10^3}{10^5} = 10^{3-5} = 10^{-2}$$

$$\frac{10^3}{10^{-2}} = 10^{3-(-2)} = 10^{3+(+2)} = 10^5$$

$$(10^{-2})^3 = 10^{-2 \times 3} = 10^{-6}$$

4- Nivîsîna hejmarên gelekî mezin an jî biçûk bi awayê hêza hejmarê 10:

Carinan zehmetî di nivîsîna hejmarên gelekî mezin an jî biçûk de heye. Mîna eşkêla pergala rokê nêzî **118 000 000 000 km** û eşkêla atoma zîvê nêzî **0.00 000 000 000 0288 km** ye.

Pênase:

Rewşa nivîsîna hejmarê rêjeyî bi awayê $a \times 10^n$

Li gorî ku $10 > |a| \geq 1$ û n hejmareke tam e.

Mînak 1: Em hejmarê **58 120 000 000** bi awayê $a \times 10^n$

$$58\,120\,000\,000 = 5.812 \times 10^{10}$$

$$\approx 5.8 \times 10^{10}$$

Cihê bêhinoka dehî di vê mînakê de, di navbera 5 û 8 de ye.

Ji ber ku bêhinok bi qasî 10 pêpilkên diçe aliyê çepê. Em hejmarê belavî 10^{10} bikin û piştre hevdanî heman hejmarê bikin.

Rahênan: Em hejmara **321 000** bi awayê $a \times 10^n$

Mînak 2: Em hejmara **0.000 035** bi awayê $a \times 10^n$

$$0.000\ 035 = 3.5 \times 10^{-5}$$

Di vê mînakê de cihê bêhinoka dehî, di navbera 3 û 5'an de ye.

Mînak 3: Em hejmara **0.00 000 072** bi awayê $a \times 10^n$

$$0.00\ 000\ 072 = 7.2 \times 10^{-7}$$

Di vê mînakê de cihê bêhinoka dehî, di navbera 7 û 2'yan de ye.

HÎNDARÎ

1. Em encamên li jêr bibînin û bi awayê herî sade binivîsin:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4, \quad \left(-\frac{3}{4}\right)^3, \quad (10)^3, \quad (7)^{-3}$$

$$(-2)^{-4}, \quad \left[(-\frac{3}{2})^2\right]^5, \quad \left(\frac{-a^2}{b}\right)^2, \quad \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^5}{\left(\frac{2}{7}\right)^3}$$

$$\frac{5}{(5)^{-3}}, \quad (a^{-1})^{-3}, \quad [(3x)^{-1}]^2, \quad (10^{-2})^{-3}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2, \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2, \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

2. Hejmarên ku ne bi awayê $a \times 10^n$ hatine nivîsîn, kîjan in?

$$6.2 \times 10^5 \quad \dots\dots\dots$$

$$0.4 \times 10^7 \quad \dots\dots\dots$$

$$7.8 \ 134 \times 10^{16} \quad \dots\dots\dots$$

$$5.2 \times 5^{10} \quad \dots\dots\dots$$

$$82.3 \times 10^{-1} \quad \dots\dots\dots$$

$$6.7 \times 10 \quad \dots\dots\dots$$

3. Em hejmarên li jêr bi awayê $a \times 10^n$ binivîsin:

600 000 , 480 000 000 , milyon , 0.0 000 053

WANEYA SÊYEM: RÊZKIRINA BIKARANÎNAN Û KOKDAMIYAN

1- Rêzkirina bikaranînan:

Pêşayî:

1. Çêkirina bikaranînen di hundirê kevanan de.
2. Hesabkirina hejmarên bihêz.
3. Ji çep ber bi rastê ve hevdan û parvekirin.
4. Ji çep ber bi rastê ve komkirin û derxistin.

Mînak: Em encamên bikaranînen li jêr bibînin:

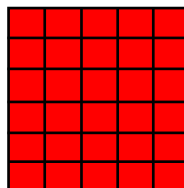
- $3 + (2 + 2 \times 5) \div 2 = 3 + (2 + 10) \div 2$
 $= 3 + 12 \div 2$
 $= 3 + 6 = 9$
- $(2)^3 + 2(5) - 1 = 8 + 10 - 1$
 $= 18 - 1 = 17$
- $20 - 6 \times 3 = 20 - 18 = 2$
- $3(5 + 6) = 3 \times 11 = 33$
- $6\left(\frac{7-5}{6 \div 2}\right) = 6\left(\frac{2}{3}\right)$
 $= \frac{12}{3} = 4$

2- Kokdamî:

Em dizanin ku dama hejmara (a), hevdana hejmara (a) bi xwe ye.

Mînak: $(5)^2 = 5 \times 5 = 25$

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$



Lê belê, dema ku em dama hejmarê zanibin, wê demê bikaranîna van jî ji bo dîtina hejmarê dibe dîtina kokdamiya wê hejmarê.

Em sembola $\sqrt{\quad}$ ji bo nîşankirina kokdamiya pozîtîv a hejmara rêjeyî bi kar tînin.

Pênase: Kokdamiya hejmara pozîtîv (a) hejmara (b) ya ku dama wê yeksanî (a) ye û wiha tê nîşankirin:
 $\sqrt{a} = b$ heger $b^2 = a$ be.

Mînak 1: Em kokdamiya hejmara 25'an bibînin:

$$\sqrt{25} = 5 \text{ an jî } -5$$



Du kok ji hejmara rêjeyî ya pozîtîv re hene, yek ji wan pozîtîv e û ya din jî negetîv e.

Mînak 2: Em kokdamiya hejmara 9'an bibînin:

$$\sqrt{9} = 3 \text{ an jî } -3$$

Mînak 3: Kokdamiya hejmara 2 yeksanî $\mp\sqrt{2}$



Kokdamî ji hejmara negetîv re, tune ye.

Mînak 4: Kokdamiya hejmara $\sqrt{-9}$ tune ye. Ji ber ku hejmareke ku hevdanî xwe bibe û encam (-9) be, tune ye.



Heta ku ji hejmara rêjeyî re kokdamî hebe, divê yeksanî sifirê be yan jî jê mezintir be.

Rahênan: Em kokdamiya hejmarên li jêr bibînin:

$$\sqrt{49} = \dots\dots\dots \qquad \sqrt{1} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{4} = \dots\dots\dots \qquad -\sqrt{16} = \dots\dots\dots$$

Taybetiyên kokan:

1. Hêza koka hejmareke pozîtîv:

$$(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}} : n \text{ hejmareke xwezayî ya cot e û } a > 0$$

Mînak: Em encamên kokdamiyên li jêr bibînin:

$$\begin{aligned} \sqrt{(3)^6} &= 3^{\frac{6}{2}} \\ &= 3^3 \\ &= 3 \times 3 \times 3 \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{7})^4 &= \sqrt{7^4} \\ &= 7^{\frac{4}{2}} \\ &= 7^2 \\ &= 49 \end{aligned}$$



$\sqrt{a^2} = a ; a > 0$
Sûda vê taybetiyê bi kokkirinê di rakirina damî de heye.

Mînak 1: $(AB)^2 = 16 \Rightarrow \sqrt{(AB)^2} = \sqrt{16} \Rightarrow AB = 4$

Mînak 2: Em encamên kokdamiyên li jêr bibînin:

$$\sqrt{400} = \sqrt{(20)^2} = 20$$

$$\sqrt{(5)^2} = 5$$

2. Koka hevdanê:

Heger a , b du hejmarên pozîtîv bin, wê demê:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Mînak: Em encamên bikaranînên li jêr bibînin:

$$\begin{aligned} \sqrt{4 \times 9} &= \sqrt{4} \times \sqrt{9} & \sqrt{2} \times \sqrt{8} &= \sqrt{2 \times 8} \\ &= 2 \times 3 & &= \sqrt{16} \\ &= 6 & &= 4 \end{aligned}$$

3. Kokdamiya parvekirina du hejmarên pozîtîv:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad : b \neq 0$$

Mînak: Em encamên bikaranînên li jêr bibînin:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3} \qquad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{2 \div 2}{8 \div 2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

• Rêbaza giştî ya dîtina kokdamiyê:

1. Em hejmarê li faktorên wê yê tekane dahûrînin.
2. Em faktorên wê bi awayê hejmarên bihêza (2) binivîsin.
3. Em taybetiyên kokan bi kar bînin, wê demê em encamê bi dest dixin.

Mînak: Em encama $\sqrt{144}$ bibînin:

$$\begin{aligned} \sqrt{144} &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2} \\ &= 2 \times 2 \times 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Rahênan: Em kokdamiya hejmara 225 bibînin.

- **Sadekirina kokdamiyan:**

Rêbaza yekem: Em li du hejmaran bigerin ku yek ji wan kokdamiya wê hebe û encama hevdana her du hejmaran, hejmara hatî xwestin be.

Mînak: Em kokdamiyên li jêr sade bikin:

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Rêbaza duyem: Dahûrandina li faktorên tekane.

Mînak: Em $\sqrt{108}$ sade bikin:

$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{108} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

Rahênan: Em $\sqrt{150}$ sade bikin.

✚ Rakirina kokdamiyê ji paranê:

1. Dema ku parana kertê pêkhateyek be: Em par û paranê hevdanî kokdamiya di paranê de bikin.

Mînak: Em kokdamiyê ji paranên kertên li jêr rakin:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} \times 2}{5(\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{6} \div 2}{10 \div 2} = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

2. Dema ku parana kertê du pêkhate be: Em par û paranê, hevdanî hevjimara paranê bikin:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2\sqrt{3}-2}{3-1} = \frac{2\sqrt{3}-2}{2} = \sqrt{3} - 1$$



Em dikarin sûdê ji kokdamiyê di çareya hevkeşeyên ji pileya duyem de bigirin.

Mînak: Em hevkeşeyên li jêr di \mathbb{Q} de çare bikin:

❖ $x^2 = 9$ Bi kokdamiya her du aliyên

$$x = \sqrt{9} = \mp 3$$

Komika çareyan: $\{-3, +3\}$

Ji her hevkeşeyekê ji pileya duyem, du çare hene.

❖ $(x - 1)^2 = 4$ Bi kokdamiya her du aliyên

$$x - 1 = \sqrt{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 1 = 2 \Rightarrow x = 1 + 2 \Rightarrow x = 3 \\ x - 1 = -2 \Rightarrow x = 1 - 2 \Rightarrow x = -1 \end{array} \right.$$

Komika çareyan: $\{-1, 3\}$

❖ $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$ bi kokdamiya her du aliyan

$$x = \sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Komika çareyan: $\{-1, +1\}$

❖ $x^2 + 25 = 0 \Rightarrow x^2 = -25$

Ji ber ku aliye yekem pozîtiv e û aliye duyem negetiv e û pozîtiv yeksanî negetiv nabe. Çareya vê hevkeşeyê di \mathbb{Q} de tune ye.

Ango: Kokdamiya hejmara negetiv tune ye.

Girêftari: Rûbera erdeke bi teşeya damê 625 m^2 e, em dirêjahiya kenara wê bibînin.

Çare: Heger dirêjahiya kenara damê x be, wê demê:

$$\text{Rûber} = \text{kenar} \times \text{kenar}$$

$$S = x \cdot x$$

$$S = x^2$$

$$625 = x^2$$

$$x = \sqrt{625} = 25 \text{ m (Ev dirêjahiya kenara damê ye)}$$

HÎNDARÎ

1. Em encamên bikaranînên li jêr bibînin:

$$\begin{aligned} & 3 + [5 + 2(8 \div 4)] \quad , \quad 2^3 + [4 + (2 - 1)] \quad , \quad 7(6^2 \div 2 \times 3) \\ & (2 \times 6) - (4 \div 2) \quad , \quad 9 + 4 \times 3^2 \quad , \quad 196 \div (7 - 5)^2 \\ & 4 \times 7 - 3^2 \quad , \quad 1^5 + 6^3 - 0^2 \end{aligned}$$

2. Em nirxên hejmarî ji yên li jêr re dema ku $x = 2$ û $y = 5$ be, bibînin: $(x + y)^2$, $(y - x)^2$, $(\frac{x}{y})^2$

3. Em nirxê $16x \div 4y + 3xy$ dema ku $x = 1$ û $y = 2$ be, bibînin.

4. Em kokdamiya hejmarên li jêr bibînin:

$$\begin{aligned} & \sqrt{64} \quad , \quad \sqrt{\frac{1}{9}} \quad , \quad \sqrt{121} \quad , \quad \sqrt{100} \\ & \sqrt{\frac{25}{36}} \quad , \quad \sqrt{(3)^2} \quad , \quad \sqrt{(2)^8} \quad , \quad \sqrt{0.04} \end{aligned}$$

5. Heger $(AB)^2 = 18$ û $(BC)^2 = 100$ û xalên A , B , C li ser heman rastekê bin, em dirêjahiya AC bibînin.

6. Em hevkeşeyên li jêr çare bikin:

$$x^2 = 16 \quad , \quad (x - 3)^2 = 1 \quad , \quad x^2 + 5 = 0 \quad , \quad x^2 - 1 = 35$$

7. Em kokdamiyên li jêr sade bikin:

$$\sqrt{63} \quad , \quad \sqrt{75} \quad , \quad \sqrt{240}$$

8. Rûbera gulîstanekê bi teşeya damê 400 m^2 e, em dirêjahiya kenara wê bibînin.

9. Em kokdamiyê ji paranên kertan bibînin:

$$\frac{1}{\sqrt{7}} \quad , \quad \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} \quad , \quad \frac{8}{\sqrt{5}-1}$$

WANEYA ÇEREM: DI Q DE ÇAREYA HEVKÊŞE Û NEWEKHEVIYAN

1- Di Q de çareya hevkêşeyan

Em berî niha fêr bûbûn ku hevkêşe, yeksaniya di navbera du aliyan de ye û nenasê di nava xwe de digire.

Çareya hevkêşeyê: Dîtina nîrxê nenasê yê ku rastiya yeksaniyê nîşan dike.

Mînak 1: Hejmara (2) çareya hevkêşeya $2x - 1 = 3$ ye?

Em $x = 2$ di hevkêşeyê de bi cih bikin:

$$\Rightarrow 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$$

Em dibînin ku hejmara (2) çareya hevkêşeya $2x - 1 = 3$ ye.

Mînak 2: Hejmara (6) çareya hevkêşeya $3x + 2 = 15$ ye?

Em $x = 6$ di hevkêşeyê de bi cih bikin:

$$\Rightarrow 3(6) + 2 = 18 + 2 = 20 \neq 15$$

Em dibînin ku hejmara (6) ne çareya hevkêşeya $3x + 2 = 15$ ye.

✚ Taybetiyên hevkêşeyê:

1. Zêdekirin an jî derxistina hejmarekê ji her du aliyên hevkêşeyê, rastiya yeksaniyê naguhere:

Heger a, b, c sê hejmarên rêjeyî bin û $a = b$ be, wê demê:

$$a + c = b + c \quad \text{yan jî} \quad a - c = b - c$$

Mînak 1: Em hevkêşeya $x - 2 = 7$ çare bikin:

Em hejmara (2) li her du aliyan zêde bikin:

$$x - 2 + 2 = 7 + 2 \Rightarrow x = 9$$

Mînak 2: Em hevkeşeya $x + 3 = 5$ çare bikin:

Em hejmara (3) ji her du aliyan derxin:

$$x + 3 - 3 = 5 - 3$$

$$x = 2$$

2. Hevdan an jî parvekirina her du aliyên hevkeşeyê li hejmareke ne yeksanî sifirê, rastiya yeksaniyê neguhere:

Heger a, b, c sê hejmarên rêjeyî bin û $a = b$ be, wê demê:

$$a \times c = b \times c \quad \text{yan jî} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{c} : c \neq 0$$



Ji her hevkeşeyekê re, komika bicihbûnê heye. Li gorî ku nirxê nenasê ya ku rastiya hevkeşeyê nîşan dîke di nava xwe de digire û dema ku komika bicihbûnê neyê gotin, dê firehtirîn komika hejmaran \mathbb{Q} be.

Mînak 1: Em hevkeşeya $\frac{x}{3} = 8$ di \mathbb{Z} de çare bikin:

Em her du aliyan hevdanî hejmara (3) bikin:

$$3 \times \frac{x}{3} = 3 \times 8$$

$$x = 24 \in \mathbb{Z}$$

Mînak 2: Em hevkeşeya $-5x = 10$ di \mathbb{Z} de çare bikin.

Em her du aliyan belavî hejmara (-5) bikin:

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{10}{-5}$$

$$x = -2 \in \mathbb{Z}$$

Encam:

Heger ji du hevkêşeyan re heman çare hebe.
Em ji wan re dibêjin yeksan in.

Mînak 1: Em hevkêşeya $2x + 2 = 8$ û piştê hevkêşeya $2x + 5 = 11$ çare bikin. Em çî encamê digirin?

$$\diamond 2x + 2 = 8$$

Em hejmara (2) ji her du aliyan derxin:

$$2x + 2 - 2 = 8 - 2$$

$$2x = 6$$

Em her du aliyan belavî hejmara (2) bikin:

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$$

$$\diamond 2x + 5 = 11$$

Em hejmara (5) ji her du aliyan derxin:

$$2x + 5 - 5 = 11 - 5$$

$$2x = 6$$

Em her du aliyan belavî hejmara (2) bikin:

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$$

Em encam digirin ku her du hevkêşe yeksan in, ji ber ku heman çare ne.

Mînak 2: Em di \mathbb{Q} de hevkeşeya $5x + 8 = 13 - 2x$ çare bikin.

Em $2x$ li her du aliyan zêde bikin:

$$5x + 8 + 2x = 13 - 2x + 2x$$

$$7x + 8 = 13$$

Em hejmara (8) ji her du aliyan derxin:

$$7x + 8 - 8 = 13 - 8$$

$$7x = 5$$

Em her du aliyan belavî hejmara (7) bikin:

$$\frac{7x}{7} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = \frac{5}{7} \in \mathbb{Q}$$

Mînak 3: Em di \mathbb{Q} de hevkeşeya li jêr çare bikin:

$$3(3 - 2x) - (1 + x) = 10 - 13x$$

Em taybetiya belavkirinê bi kar bînin:

$$9 - 6x - 1 - x = 10 - 13x$$

Em $13x$ li her du aliyan zêde bikin:

$$9 - 6x - 1 - x + 13x = 10 - 13x + 13x$$

$$(-6 - 1 + 13)x + 9 - 1 = 10$$

$$6x + 8 = 10$$

Em hejmara (8) ji her du aliyan derxin:

$$6x + 8 - 8 = 10 - 8$$

$$6x = 2$$

Em her du aliyan belavî hejmara (6) bikin:

$$\frac{6x}{6} = \frac{2}{6} \Rightarrow x = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$$

✚ Di girêftariyan de bikaranîna hev kêşeyan:

Girêftarî 1: Lîstikgeha goga pêyan wekî milkêşê ye. Dirêjahiya wê 3 metreyan kêmî sê qatên firehiya wê ye û derdora wê 210 metre ye.

Em her du durahiyên lîstikgehê bibînin.

Çare: Em firehiyê bi sembola x û sê qatên wê dibe $3x$ nîşan bikin.

Dirêjahî dibe: $3x - 3$

Derdor = 210

$2(\text{dirêjahî} + \text{firehî}) = 210$

$2(x + 3x - 3) = 210$

$2(4x - 3) = 210$

$8x - 6 = 210$

$8x - 6 + 6 = 210 + 6$

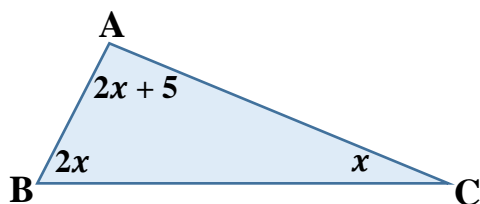
$8x = 216$

$\frac{8x}{8} = \frac{216}{8}$

$x = 27$ m firehî ye.

Dirêjahî: $3(27) - 3 = 81 - 3 = 78$ m

Girêftari 2: Heger ABC sêgoşeyek be, em pîvanên her sê goşeyên wê bibînin:



Çare: Em dizanin ku komkirina pîvanên goşeyên sêgoşeyê yeksanî 180° ye.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$2x + 5 + 2x + x = 180^\circ$$

$$(2 + 2 + 1)x + 5 = 180^\circ$$

$$5x + 5 = 180^\circ$$

Em hejmara (5) ji her du aliyên derxin:

$$5x + 5 - 5 = 180^\circ - 5$$

$$5x = 175^\circ$$

Em her du aliyên belavî hejmara (5) bikin:

$$\frac{5x}{5} = \frac{175^\circ}{5}$$

$$x = 35^\circ \Rightarrow \hat{C} = 35^\circ$$

$$\hat{B} = 2 \times 35 = 70^\circ$$

$$\hat{A} = 2 \times 35 + 5 = 70 + 5 = 75^\circ$$

2- Di \mathbb{Q} de Çareya newekheviyan:

Em berî niha fêr bûbûn ku newekhevî hêmaya $>$ an \geq an $<$ an \leq û semboleke guhêr jî di nava xwe de digire.

Çareya newekheviyê: Dîtina nirxên nenasê yên ku rastiya newekheviyê nîşan dikin.

Mînak 1: $x = 3$ çareya newekheviya $3x > 8$ e?

Em $x = 3$ di newekheviyê de bi cih bikin:

$$3(3) > 8 \Rightarrow 9 > 8 \text{ rast e}$$

Em dibînin ku $x = 3$ çareya newekheviya $3x > 8$ e.

Mînak 2: $x = -1$ çareya newekheviya $x + 3 \leq 1$ ye?

Em $x = -1$ di newekheviyê de bi cih bikin:

$$-1 + 3 \leq 1 \Rightarrow 2 \leq 1 \text{ şaş e}$$

Em dibînin ku $x = -1$ ne çareya newekheviya $x + 3 \leq 1$ ye.

✚ Taybetiyên newekheviyê:

1. Zêdekirin an jî derxistina hejmarekê ji her du aliyên newekheviyê, aliyê wê naguhere.

Heger a, b, c sê hejmarên rêjeyî bin û $a < b$ be, wê demê:

$$a + c < b + c \quad \text{yan jî} \quad a - c < b - c$$

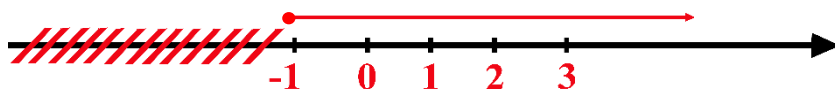
Mînak: Em di \mathbb{Z} de newekheviya $x + 5 \geq 4$ çare bikin.

$$x + 5 \geq 4$$

Em hejmarê (5) ji her du aliyên derxin:

$$x + 5 - 5 \geq 4 - 5 \Rightarrow x \geq -1$$

Nîşankirina newekheviyê li ser rasteka hejmaran:



2. Hevdan an jî parvekirina her du aliyên newekheviyê li hejmareke pozîtîv, aliyê wê naguhere:

Heger a, b, c sê hejmarên rêjeyî bin û $a > b$ be, wê demê:

$$a \times c > b \times c : c \neq 0 \quad \text{yan jî} \quad \frac{a}{c} > \frac{b}{c} : c \neq 0$$

Mînak: Em di \mathbb{Z} de newekheviya $2x \geq 6$ çare bikin:

$$2x \geq 6$$

Em her du aliyên belavî hejmarê (2) bikin:

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{6}{2} \Rightarrow x \geq 3$$

Nîşankirina newekheviyê li ser rasteka hejmaran:



3. Hevdan an jî parvekirina her du aliyên newekheviyê li hejmareke negatîv, aliyê wê diguhere:

Heger a, b, c sê hejmarên rêjeyî bin û $a < b$ be, wê demê:

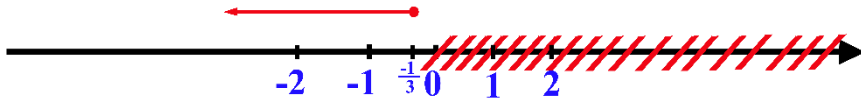
$$a \times c > b \times c : c \neq 0 \quad \text{yan jî} \quad \frac{a}{c} > \frac{b}{c} : c \neq 0$$

Mînak 1: Em di \mathbb{Q} de newekheviya li jêr çare bikin:

$-3x \geq 1$ Em her du aliyên belavî hejmarê (-3) bikin:

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{1}{-3} \Rightarrow x \leq \frac{-1}{3}$$

Nîşankirina newekheviyê li ser rasteka hejmaran:



Mînak 2: Em di \mathbb{Q} de newekheviya li jêr çare bikin:

$$3x - 1 \geq 2x + 2 \quad \text{Em } 2x \text{ ji her du aliyên derxin:}$$

$$3x - 1 - 2x \geq 2x + 2 - 2x$$

$$x - 1 \geq 2$$

$$x \geq 3$$

Nîşankirina newekheviyê li ser rasteka hejmaran:



Têbînî:

Hinek newekheviyên du alî hene mîna $1 < x \leq 3$

\hat{u} ji nêvî ve tîn xwendin:

x yeksanî (3) an jê biçûktir e \hat{u} x ji (1) mezintir e.

HÎNDARÎ

1. Em hev kêşeyên li jêr çare bikin:

$$\diamond x + 17 = 13 \quad \text{Di } \mathbb{N} \text{ de}$$

$$\diamond 2x - 6 = 1 \quad \text{Di } \mathbb{Q} \text{ de}$$

$$\diamond 8x + 4 = 12 \quad \text{Di } \mathbb{Q} \text{ de}$$

$$\diamond 3x + 1 = x - 7 \quad \text{Di } \mathbb{Z} \text{ de}$$

2. Em hev kêşeyên li jêr di \mathbb{Q} de çare bikin:

$$\diamond 3(x + 2) + 7(x - 1) = 12$$

$$\diamond 4(x - 1) - (x - 3) = 0$$

$$\diamond x + 5x - 2 = 2(3 - x)$$

3. Heger komkirina sê hejmarên cot ên li pey hev 966 be, em her sê hejmaran bibînin.

4. Heger hejmareke xwezayî du qatê hejmareke din a xwezayî be û komkirina wan 108 be, em her du hejmaran bibînin.

5. Temenê zilamekî sê qatan li temenê kurê wî ye û piştî du salan komkirina temenên wan dibe 52 sal, temenê zilam û kurê wî çiqas e?

6. Em newekheviyên li jêr di \mathbb{Q} de çare bikin û çareyên wan li ser rasteka hejmaran nîşan bikin.

$$\diamond x + 4 > 1$$

$$\diamond 6x + 1 \geq 5x - 3$$

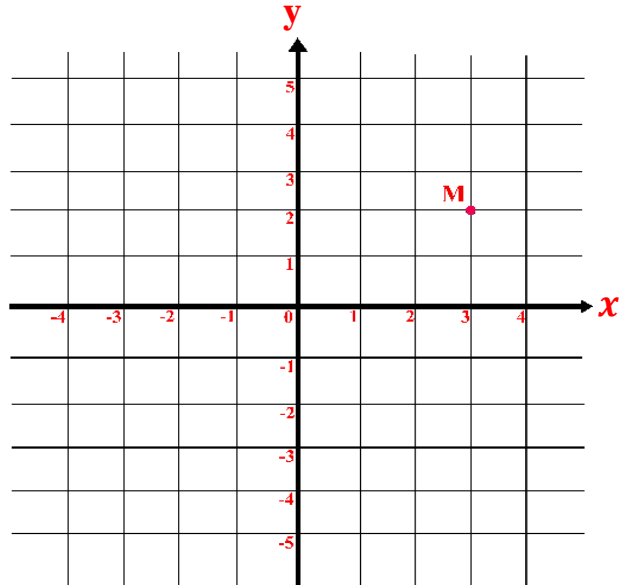
$$\diamond 4x - 2(x - 1) \leq 0$$

$$\diamond 3\left(7x - \frac{1}{3}\right) \geq 20x - 1$$

WANÉYA PÊNCEM: HEJMARÊN RÊJEYÎ Q Û KORDÎNAT

Em berî niha fêr bûbûn ku kordînat bi du tewareyan (asoyî û tîkî) tê nîşankirin. Coteke rêzkerî ji her xaleke di kordînatê de heye, li ser tora kordînatê tê nîşankirin.

Mînak: Em tora kordînatê ya li jêr bibînin:



Tewareya asoyî: x

Tewareya tîkî: y

Cota rêzkerî ya xala M: $(3, 2)$

Em dibînin ku:

- * Tewareya asoyî û tîkî, du rastekên hejmaran ên hevîk in û di xalekê de (O) hevqetîn in (navenda kordînatê).
- * Her du teware kordînatê li çar çaryekan belav dikin.

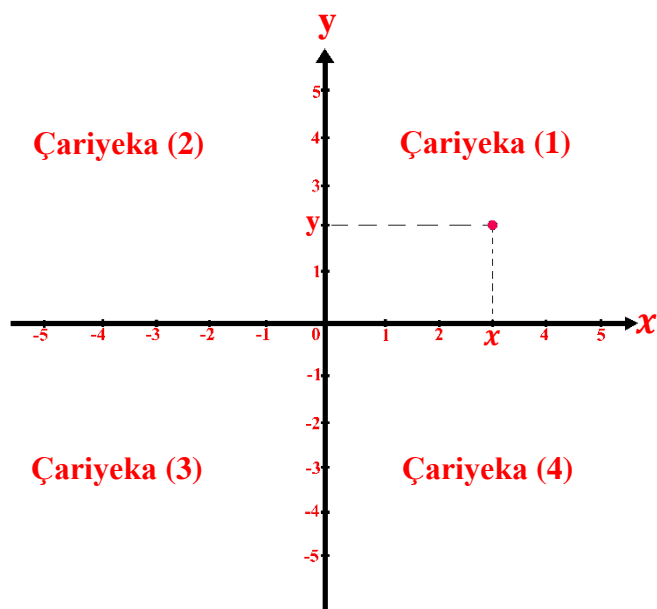
Çaryeka yekem: Her xaleke $M(x, y)$ di çaryeka yekem de, êxistina wê li ser X $x > 0$ û êxistina wê li ser Y $y > 0$ e.

Çaryeka duyem: Her xaleke $M(x, y)$ di çaryeka duyem de, êxistina wê li ser X $x < 0$ û êxistina wê li ser Y $y > 0$ e.

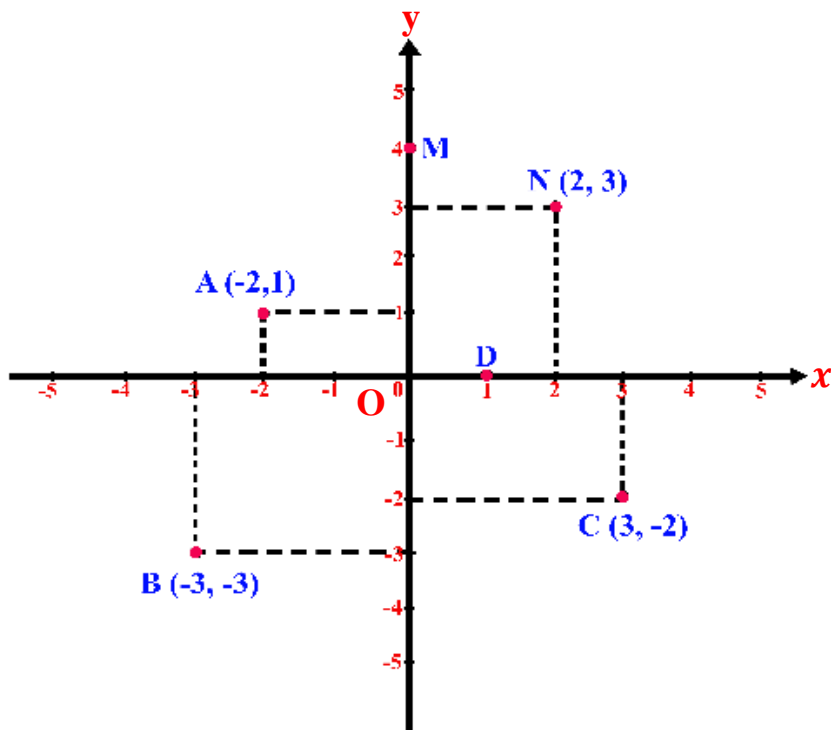
Çaryeka sêyem: Her xaleke $M(x, y)$ di çaryeka sêyem de, êxistina wê li ser X $x < 0$ û êxistina wê li ser Y $y < 0$ e.

Çariyeka çarem: Her xaleke $M(x, y)$ di çaryeka çarem de, êxistina wê li ser X $x > 0$ û êxistina wê li ser Y $y < 0$ e.

- * Her xalek li ser tewareya asoyî be, wê demê $x = \text{hejmar}$ û $y = 0$
- * Her xalek li ser tewareya tîkî be, wê demê $x = 0$ û $y = \text{hejmar}$
- * Xala navenda kordînatê: $x = 0$ û $y = 0$



Mînak: Em xalên li ser tora kordînatê ya li jêr bibînin:



Xala $N(2, 3)$ di çaryeka yekem de ye.

xala $A(-2, 1)$ di çaryeka duyem de ye.

xala $B(-3, -3)$ di çaryeka sêyem de ye.

xala $C(3, -2)$ di çaryeka çarem de ye.

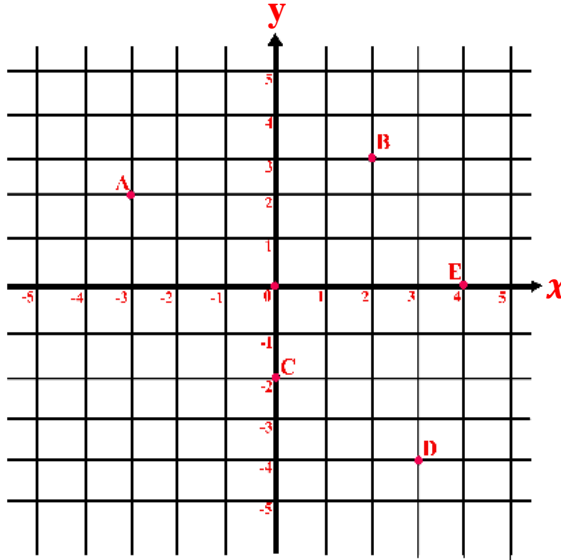
xala $D(1, 0)$ li ser tewareya asoyî ye.

xala $M(0, 4)$ li ser tewareya tîkî ye.

xala $O(0, 0)$ li ser navendê ye.

HÎNDARÎ

1. Em cotên rêzkerî yên xalên B , A , C , D û E li ser tora kordînatê nîşan bikin:



2. Em xalên li jêr li ser tora kordînatê nîşan bikin:

$A(-2, -3)$, $D(1, -4)$, $C(-3, 0)$

$E(\frac{7}{2}, -1)$, $O(0, 0)$, $N(3.2, 1)$

3. Em çaryek an jî tewareya ku xalên li jêr di nava xwe de digire, nîşan bikin:

$(1, 3)$ endama çaryeka

$(-2, 4)$ endama çaryeka

$(0, 2)$ endama tewareya

BEŞA DUYEM: HEJMARÊN RAST (ℝ)

- 1. KOKKABÎ Û HEJMARÊN NERÊJEYÎ**
- 2. KOMIKA HEJMARÊN RAST**
- 3. BIKARANÎNÊN LI SER HEJMARÊN RAST**

WANEYA YEKEM: KOKKABÎ Û HEJMARÊN NERÊJEYÎ

- **Dama tam:**

Pênase:

Ew hejmara pozîtîv a ku bi awayê dama hejmareke rêjeyî angò **(hejmareke rêjeyî)²** tê nivîsîn.

Mînak: 1 bi awayê $(1)^2$ tê nivîsîn.

4 bi awayê $(2)^2$ tê nivîsîn.

25 bi awayê $(5)^2$ tê nivîsîn.

$\frac{9}{16}$ bi awayê $(\frac{3}{4})^2$ tê nivîsîn.

- **Kaba tam:**

Pênase:

Ew hejmara rêjeyî ya ku bi awayê kaba hejmareke rêjeyî angò **(hejmareke rêjeyî)³** tê nivîsîn.

Mînak: 1 bi awayê $(1)^3$ tê nivîsîn.

8 bi awayê $(2)^3$ tê nivîsîn.

27 bi awayê $(3)^3$ tê nivîsîn.

$\frac{8}{125}$ bi awayê $(\frac{2}{5})^3$ tê nivîsîn.

• Kokdamiya hejmarê rêjeyî:

Pênase: Kokdamiya hejmareke rêjeyî ya pozîtîv (a), ew hejmar a ku dama wê yeksanî (a) ye.

Mînak: $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ ji ber ku $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

Encam:

1. Kokdamiya sifirê, sifir e. **Ango:** $\sqrt{0} = 0$
2. Du kokên her hejmareke rêjeyî hene, yek ji wan pozîtîv e û ya din jî negetîv e, mîna $\sqrt{25} = \mp 5$
3. Kokdamiya hejmarê rêjeyî ya negetîv tune ye.

Mînak: Kokdamiya $\sqrt{-4}$ tune ye.

Rahênan: Em encamên kokdamiyên li jêr bibînin:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$\sqrt{0.04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$$

Têbînî $\rightarrow \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2} = \left|\frac{a}{b}\right|$

Mînak: $\sqrt{\left(\frac{-7}{3}\right)^2} = \left|\frac{-7}{3}\right| = \frac{7}{3}$

✚ Kokkabiya hejmara rêjeyî:

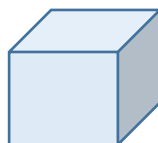
Me di geometrî de dît ku:

Qebareya kabê = kenar \times kenar \times kenar

Kaba ku dirêjahiya kenara wê 5 cm ye, wê demê:

Qebareya wê = ... \times ... \times ...

$$= \dots \text{ cm}^3$$



Lê belê, heger qebareya kabekê 125 cm^3 , dirêjahiya kenara wê çî qas e?

Divê em li hejmarekê bigerin ku hevdanî xwe sê caran bibe û encam 125 be.

Em dikarin sêdê ji dahurandina hejmarê li faktorên tekane bigirin, wê demê: $5 \times 5 \times 5 = 125$

Dirêjahiya kenara kabê = 5 cm

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Hejmara 5 kokkabiya hejmara 125 e û bi vî awayî tê nivîsîn:

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

Mînak: Em kokkabiya hejmara $\sqrt[3]{1\ 000}$ bibînin:

$$\begin{array}{r|l} 1\ 000 & 2 \\ 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{1\ 000} &= \sqrt[3]{2^3 \times 5^3} \\ &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

Pênase:

Kokkabiya hejmareke rêjeyî (a), ew hejmara (b) ye ku kaba wê yeksanî (a) ye û bi sembola $\sqrt[3]{a} = b$ tê nîşankirin li gorî ku $b^3 = a$

Encam:

1. Kokkabiya hejmareke rêjeyî ya pozîtîv, hejmareke pozîtîv e.

Mînak: $\sqrt[3]{8} = 2$ ji ber ku $2 \times 2 \times 2 = 8$

2. Kokkabiya hejmareke rêjeyî ya negetîv, hejmareke negetîv e.

Mînak: Kokkabiya $\sqrt{-27} = -3$ ji ber ku:

$(-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

3. Kokkabiya sifirê, sifir e. **Ango:** $\sqrt[3]{0} = 0$

4. Kokkabiyeke tenê ji hejmara rêjeyî re heye, ew jî hejmareke rêjeyî ye.

Rahênan: Em kokkabiyeke li jêr bibînin:

$\sqrt[3]{1} = \dots\dots$, $\sqrt[3]{64} = \dots\dots$, $\sqrt[3]{-216} = \dots\dots$

Têbînî:

Em dikarin kokkabiyeke di çareya hevkeşeyan de bi kar bînin.

Mînak: Em di \mathbb{Q} de, hevkeşeyên li jêr çare bikin:

$$\diamond x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8} = 2$$

Komika çareyê: $\{2\}$

$$\diamond x^3 + 9 = 8$$

$$x^3 = 8 - 9$$

$$x^3 = -1$$

$$x = \sqrt[3]{-1} = -1$$

Komika çareyê: $\{-1\}$

$$\diamond (x - 2)^3 = 125$$

$$x - 2 = \sqrt[3]{125}$$

$$x - 2 = 5$$

$$x = 5 + 2$$

$$x = 7$$

Komika çareyê: $\{7\}$

Komika hejmarên nerêjeyî(\mathbb{Q}):

Me berî niha nas kiriye ku hejmara rêjeyî, ew hejmara ku bi vî awayî tê nivîsîn: $\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \hat{u} b \neq 0$

Mînak 1: $\frac{5}{2} = 2.5$ hejmareke rêjeyî ye, ji ber ku bi awayê hejmara dehî ya bidawî tê nivîsîn.

Mînak 2: $\frac{1}{3} = 0.\bar{3}$ hejmareke rêjeyî ye, ji ber ku bi awayê hejmara dehî ya bêdawî û dubareyok tê nivîsîn.

Lê belê, hinek hejmar hene bi awayê hejmara dehî ya bidawî û hejmara dehî ya bêdawî û dubareyok nayên nivîsîn.

Mînak: $\sqrt{2} = 1.4142135\dots$ hejmareke dehî bêdawî û nedubareyok e.

Em ji van hejmaran re dibêjin, hejmarên nerêjeyî û bi sembola \mathbb{Q}' tên nîşankirin.

Pênase: Hejmara nerêjeyî, ew hejmara ku bi awayê $\frac{a}{b}$ nayê nivîsîn li gorî ku: $a, b \in \mathbb{Z} \hat{u} b \neq 0$

Hinek mînak li ser hejmarên nerêjeyî:

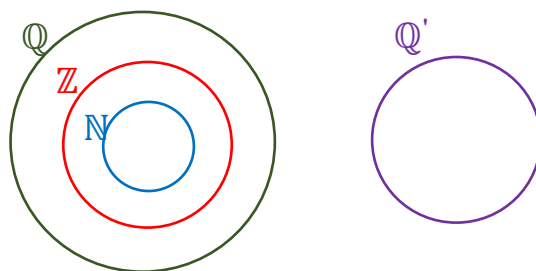
1. Kokdamiyên hejmarên pozîtîv ên ku ne damên tam in:

Mînak: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$...

2. Kokkabiyan hejmarên ku ne kabên tam in:

Mînak: $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{-4}$, $\sqrt[3]{-5}$...

3. Rêjeya giroverkirî π li gorî ku: $\pi = 3.1428571\dots$ yan jî $\frac{22}{7}$



$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$$

Rahênan: Em valahiyên li jêr bi \mathbb{Q} an jî \mathbb{Q}' dagirin.

$$\sqrt[3]{-1} \in \dots\dots$$

$$0 \in \dots\dots$$

$$\sqrt{6} \in \dots\dots$$

$$|-\frac{2}{5}| \in \dots\dots$$

$$\pi \in \dots\dots$$

$$4.7 \times 10^{-5} \in \dots\dots$$

$$\sqrt[3]{-4} \in \dots\dots$$

$$\sqrt[3]{-9} \in \dots\dots$$

✚ Dîtina nirxekî giroverkirî ji hejmara nerêjeyî re:

Mînak: Em hewil bidin ku nirxekî giroverkirî ji hejmara $\sqrt{2}$ re bibînin:

Em li kokdamiyên du hejmarên damên tam ku $\sqrt{2}$ di navbera wan de be bigerin:

Em hejmarên $\sqrt{1}$ û $\sqrt{4}$ dibînin:

Ango: $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2$

Ango: $\sqrt{2} = 1 + \text{hejmareke dehî}$

Ji bo dîtina vê hejmara dehî, em nîrxên hejmarên li jêr bibînin:

$$(1.1)^2 = 1.21$$

$$(1.2)^2 = 1.44$$

$$(1.3)^2 = 1.69$$

$$(1.4)^2 = 1.96$$

$(1.5)^2 = 2.25$ Em li vir bisekinin, ji ber ku encam ji 2'yan mezintir e.

Em dibînin ku: $1.96 < 2 < 2.25 \Rightarrow 1.4 < \sqrt{2} < 1.5$

Ango: $\sqrt{2} = 1.4 + \text{hejmareke dehî}$

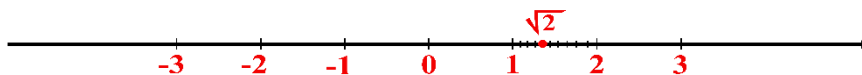
Ango: $1.41 < \sqrt{2} < 1.42$

Bi vê awayî tê nivîsîn: $\sqrt{2} \approx 1.4$

✚ Nîşankirina hejmarên nerêjeyî li ser rasteka hejmaran:

Mînak 1: Em xala ku $\sqrt{2}$ li ser rasteka hejmaran nîşan dike, bibînin:

Me dît ku $\sqrt{2} \approx 1.4$



Mînak 2: Em hejmara $\sqrt{5}$ li ser rasteka hejmaran nîşan bikin:

Em dibînin ku $\sqrt{5}$ di navbera $\sqrt{4}$ û $\sqrt{9}$ de ye.

Ango: $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3$

Ango: $\sqrt{5} = 2 +$ hejmareke dehî

Ji bo dîtina vê hejmara dehî, em nîrxên hejmarên li jêr bibînin:

$(2.1)^2 = 4.41$

$(2.2)^2 = 4.84$

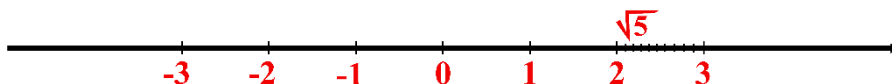
$(2.3)^2 = 5.29$ Em li vir bisekinin, ji ber ku encam ji 5'an mezintir e.

Em dibînin ku: $4.84 < 5 < 5.29 \Rightarrow 2.2 < \sqrt{5} < 2.3$

Ango: $\sqrt{5} = 2.2 +$ hejmareke dehî ye.

Ango: $2.22 < \sqrt{5} < 2.23$

Bi vî awayî tê nivîsîn: $\sqrt{5} \approx 2.2$



✚ Di \mathbb{Q}' de çareya hevkeşeyan:

Mînak 1: Em hevkeşeya li jêr di \mathbb{Q}' de çare bikin.

$$x^2 = 2 \Rightarrow x = \mp \sqrt{2}$$

Komika çareyê: $\{-\sqrt{2}, +\sqrt{2}\}$

Mînak 2: Em dirêjahiya kenara dama ku rûbera wê 5 cm^2 be bibînin:

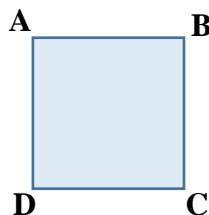
Heger dirêjahiya kenara damê x be:

Rûbera damê = kenar \times kenar

$$5 = x \times x$$

$$5 = x^2$$

$$x = \mp \sqrt{5}$$



Ji ber ku dirêjahiya perçerastekan ne negetîv e, em ê nirxê pozîtîv hilbijêrin:

$x = +\sqrt{5}$ dirêjahiya kenara damê ye.

Mînak 3: Em hevkeşeya li jêr di \mathbb{Q} de çare bikin:

$$x^3 - 3 = 0 \Rightarrow x^3 = 3$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{3}$$

Komika çareyê: $\{\sqrt[3]{3}\}$

HÎNDARÎ

1. Em kokkabiya hejmarên li jêr bibînin:

$$343 \quad , \quad -27 \quad , \quad 4851 \quad , \quad -64$$

2. Em di \mathbb{Q} de hevkeşeyên li jêr çare bikin:

$$x^3 = 1 \quad , \quad x^3 + 2 = -6$$

$$(x + 1)^3 = 28 \quad , \quad (2x - 1)^3 - 100 = 54$$

3. Em dirêjahiya kenara kaba ku qebareya wê 216 cm^3 e, bibînin.

4. Em bibînin kîjan ji hejmarên li jêr rêjeyî yan jî nerêjeyî ne:

$$\frac{3}{2} \quad , \quad \sqrt{5} \quad , \quad \sqrt{\frac{4}{9}} \quad , \quad -5 \quad , \quad \sqrt{11} \quad , \quad \frac{22}{7}$$

5. Em du hejmarên tam ên li pey hev ku $\sqrt{11}$ di navbera wan de be, bibînin.

6. Em nirxekî giroverkirî ji hejmarê $\sqrt{3}$ bibînin û li ser rasteka hejmaran nîşan bikin.

7. Em hevkeşeyên li jêr di \mathbb{Q} de çare bikin:

$$x^2 - 3 = 0 \quad , \quad x^3 + 8 = 0 \quad , \quad x^3 - 1 = 0$$

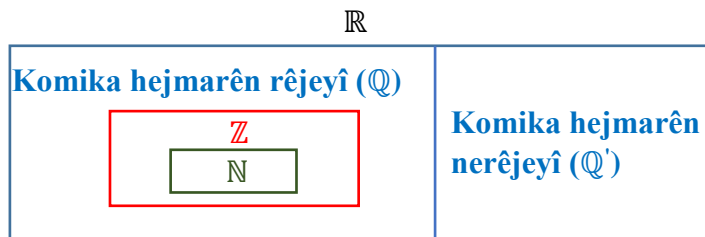
8. Em dirêjahiya kenara dama ku rûbera wê 7 cm^2 be, bibînin.

9. Em derdora girovera ku rûbera wê $3\pi \text{ cm}^2$ be, bibînin.

WANeya DUYEM: KOMIKA HEJMARÊN RAST (\mathbb{R})

Me di waneyên çûyî de dît ku komika hejmarên rêjeyî (\mathbb{Q}) û hejmarine din weke $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, π ... yê komika hejmarên nerêjeyê, çêdikin.

Yekgirtina komikên \mathbb{Q} û \mathbb{Q}' komikeke nû çêdike. Bi navê komika hejmarên rast (\mathbb{R}) tê nîşankirin. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$



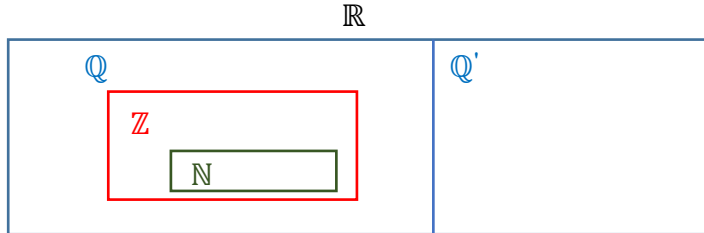
1. $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$
2. Her hejmareke xwezayî yan tam an rêjeyî yan jî nerêjeyî, hejmareke rast e.
 $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \quad \hat{u} \quad \mathbb{Q}' \subset \mathbb{R}$
3. Her hejmareke rast bi xalekê li ser rasteka hejmaran tê nîşankirin.

Em dibînin ku:

1. Hejmara sifirê li ser rasteka hejmaran, xala navendê ye.
2. Hejmarên rast ên pozîtîv li aliyê rastê yê sifirê ne (\mathbb{R}^+).
3. Hejmarên rast ên negetîv li aliyê çepê yê sifirê ne (\mathbb{R}^-).
4. $\mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^-$
5. \mathbb{R}^* hejmarên rast ên pozîtîv û negetîv ji bilî sifirê ne.

Rahênan: Em hejmarên li jêr li cihê gunçaw di teşeyê de deynin.

$\frac{1}{2}$, -3 , 8 , $\sqrt{2}$, 4 , $\frac{5}{7}$, $\sqrt[3]{-2}$, $\sqrt{9}$, 0 , 6



+ Di \mathbb{R} de rêzkirina hejmaran:



Heger a , b du xal ji rasteka hejmaran bin û (b) li aliyê rastê yê (a) be, wê demê: $b > a$

Heger (a) li aliyê çepê yê (b) be, wê demê: $a < b$

Lê belê, heger xala (a) li ser xala (b) be, wê demê: $a = b$

Her wiha ji bo hemû xalên li ser rasteka hejmaran, bi heman rêbazê ye.

Ji ber ku her hejmareke rast beramberî xalekê li ser rasteka hejmaran e, wê demê em dibêjin komika hejmarên rast, komikeke rêzkirî ye.

Mînak: Em hejmarên li jêr berbipêş, rêz bikin:

$\sqrt{27}$, $-\sqrt{45}$, $\sqrt{2}$, 6 , 0 , $\sqrt[3]{-1}$

Rêzkirin: $-\sqrt{45}$, $\sqrt[3]{-1}$, 0 , $\sqrt{2}$, $\sqrt{27}$, 6

✚ Navber:

Pênase:

Ew binkomika ji komika hejmarên rast e.

1- Navbera sînokirî:

Heger $a, b \in \mathbb{R}$ bin û $a < b$ be, wê demê:

1. Navbera girtî $[a, b] : [a, b] = \{x : a \leq x \leq b : x \in \mathbb{R}\}$ bi vî awayî tê nîşankirin:



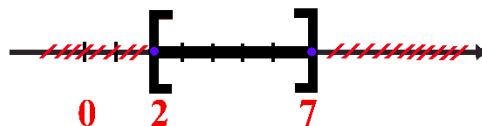
2. Navbera vekirî $]a, b[:]a, b[= \{x : a < x < b : x \in \mathbb{R}\}$ bi vî awayî tê nîşankirin:



Mînak: Em her du navberên $[2, 7]$ û $] - 1, 3[$ bi rêbaza taybetiya hevbeş binivîsin û piştre li ser rasteka hejmaran nîşan bikin:

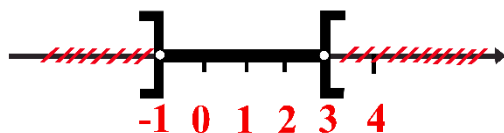
$$[2, 7] = \{x : 2 \leq x \leq 7 : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



$$]-1, 3[= \{x : -1 < x < 3 : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



3. Navbera nîvgirtî û nîvvekirî:

$$[a, b[: [a, b[= \{x : a \leq x < b : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



$$]a, b] :]a, b] = \{x : a < x \leq b : x \in \mathbb{R}\}$$

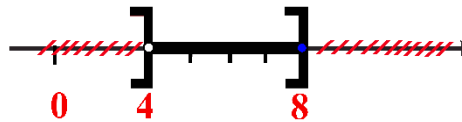
Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



Mînak: Em her du navberên $]4, 8]$ û $[-2, 3[$ bi rêbaza taybetiya hevbeş binivîsin û piştê li ser rasteka hejmaran nîşan bikin:

$$]4, 8] = \{x : 4 < x \leq 8 : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



$$[-2, 3[= \{x : -2 \leq x < 3 : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



2- Navberên nesînorkirî:

- * Em dizanin ku çî qasî rasteka hejmaran ji aliyê rastê ve dirêj bibe, hejmarên rast ên pozîtîv hene û em dibêjin diçe $+\infty$ (pozîtîv bêdawî, $+\infty \notin \mathbb{R}$)

($+\infty$ ne hejmar e, lê belê ji her hejmareke rast mezintir e.)

- * Çî qasî rasteka hejmaran ji aliyê çepê ve jî dirêj bibe, hejmarên rast ên negetîv hene û em dibêjin diçe $-\infty$

(negetîv bêdawî, $-\infty \notin \mathbb{R}$)

- * Xalên ku simbolên $+\infty$, $-\infty$ li ser rasteka hejmaran nîşan bikin, tune ne.



Heger (a) hejmareke rast be, em navberên li jêr dibînin:

1. Navbera nesînorkirî û ji aliyê çepê ve girtî:

$$[a, +\infty[: [a, +\infty[= \{x : x \geq a : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



2. Navbera nesînorkirî û ji aliyê çepê ve vekirî:

$$]a, +\infty[:]a, +\infty[= \{x : x > a : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



3. Navbera nesînorkirî û ji aliyê rastê ve girtî:

$$]-\infty, b] :]-\infty, b] = \{x : x \leq b : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



4. Navbera nesînorkirî û ji aliyê rastê ve vekirî:

$$]-\infty, b[:]-\infty, b[= \{x : x < b : x \in \mathbb{R}\}$$

Nîşankirina wê li ser rasteka hejmaran:



Rahênan: Em her du navberên $]3, +\infty[$ û $]-\infty, -1]$ bi rêbazê taybetiya hevbeş binivîsin û piştre li ser rasteka hejmaran nîşan bikin.

Têbînî: Komika hejmarên rast, bi navbera $]-\infty, +\infty[$ tê nîşankirin.

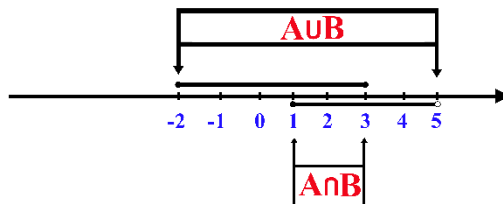
✚ Bikaranînen li ser navberan:

Ji ber ku navber binkomika komika hejmarên rast (\mathbb{R}) e, em dikarin bikaranînen yekgirtin, qetandin, ferq û temamkerê bi alîkariya rasteka hejmaran bi kar bînin.

Mînak 1: Heger $A = [-2, 3]$ û $B = [1, 5[$ du navber bin, em $A \cap B$ û $A \cup B$ bibînin:

$$A \cap B = [1, 3]$$

$$A \cup B = [-2, 5[$$



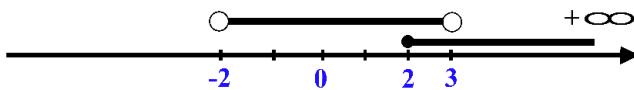
Mînak 2: Heger $C =]-2, 3[$ û $D = [2, +\infty[$ du navber bin, em $D \setminus C$, $D \cap C$, $D \cup C$, D' û C' bibînin:

$$D \setminus C = [3, +\infty[$$

$$D \cap C = [2, 3[$$

$$D' =]-\infty, 2[$$

$$C' =]-\infty, -2] \cup [3, +\infty[$$



Dema çareya newekheviyên ji pileya yekem û bi nenasekî, em dikarin komika çareya wê bi awayê navberan binivîsin.

Mînak: Em komika çareyên newekheviya li jêr di \mathbb{R} de bibînin û li ser rasteka hejmaran nîşan bikin û piştê bi awayê navberan binivîsin:

$$2x - 1 \geq 5$$

Em hejmar (1) li her du aliyên zêde bikin:

$$2x - 1 + 1 \geq 5 + 1$$

$$2x \geq 6$$

Em her du aliyên belavî hejmar (2) bikin:

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{6}{2}$$

$$x \geq 3$$



Komika çareyan: $[3, +\infty[$

Rahênan: Em komika çareyên newekheviya li jêr di \mathbb{R} de bibînin, li ser rasteka hejmaran nîşan bikin û piştê bi awayê navberan binivîsin:

$$5 - 3x > 11$$

HÎNDARÎ

1. Em hêmaya ✓ an jî ✗ li pêşiya hevokên li jêr binivîsin:

- Her hejmareke xwezayî, hejmareke rast e.
- Her hejmareke tam, hejmareke rast e.
- Her hejmareke rast, hejmareke rêjeyî ye.
- Her hejmareke rast, hejmareke nerêjeyî ye.

2. Em hejmarên li jêr berbipaş rêz bikin:

$$\sqrt{12} \quad , \quad -\sqrt{17} \quad , \quad \sqrt{20} \quad , \quad 3 \quad , \quad 0 \quad , \quad -\sqrt[3]{8}$$

3. Em komikên li jêr bi awayê navberan binivîsin û piştrewan li ser rasteka hejmaran nîşan bikin:

$$A = \{x : 0 < x < 2 : x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{x : 0 \leq x \leq 4 : x \in \mathbb{R}\}$$

$$C = \{x : -2 \leq x < 3 : x \in \mathbb{R}\}$$

$$D = \{x : -3 < x \leq -1 : x \in \mathbb{R}\}$$

4. Em hêmaya \in an jî \notin di valahiyan de binivîsin, ji bo rave rast bibe:

$$2 \dots\dots\dots]-1, 3]$$

$$\sqrt{2} \dots\dots\dots [1, 2]$$

$$-3 \dots\dots\dots]-1, 3[$$

$$4 \dots\dots\dots]0, 5]$$

5. Em komikên li jêr bi awayê navberan binivîsin û piştre wan li ser rasteka hejmaran nîşan bikin:

$$A = \{x : x \geq 3 : x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{x : x > 2 : x \in \mathbb{R}\}$$

$$C = \{x : x < -7 : x \in \mathbb{R}\}$$

$$D = \{x : x \leq \sqrt[3]{-8} : x \in \mathbb{R}\}$$

6. Em hêmaya ✓ li pêşiya raveyên rast û ✗ li pêşiya raveyên şaş binivîsin.

$$[-2, 5] \setminus \{2, 5\} =]-2, 5[$$

$$]-1, 3] \cup \{-1, 0\} = [-1, 0]$$

$$]-1, +\infty[\cap]-\infty, -5] = \emptyset$$

$$[2, 5] \setminus \{0\} = [2, 5[$$

$$[-1, 3] \cap]1, 4[= [1, 3]$$

$$[0, +\infty[\setminus]-\infty, 5] =]5, +\infty[$$

7. Em newekheviyên li jêr di \mathbb{R} de çare bikin, komika çareyan li ser rasteka hejmaran nîşan bikin û piştre bi awayê navberan binivîsin:

$$2x - 1 \geq -3 \quad , \quad -3 - 5x \leq 7$$

WANEYA SÊYEM: BIKARANÎNÊN LI SER HEJMARÊN RAST (\mathbb{R})

Me berî niha bikaranînen li ser hejmarên rêjeyî (\mathbb{Q}) dît û niha jî em bikaranînen li ser hejmarên nerêjeyî (\mathbb{Q}') bibînin.

1- Komkirin û derxistina kokan:

Em komkirin an jî derxistina pêkhatyên kokî yê heman li gorî ku em qatên kokan kom bikin û heman kokê binivîsin, çêkin.

Mînak 1: Em encamên bikaranînen li jêr bibînin:

- ❖ $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = (2 + 3)\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
- ❖ $\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = (1 - 7)\sqrt{2} = -6\sqrt{2}$
- ❖ $\sqrt{5} - \sqrt{5} = (1 - 1)\sqrt{5} = 0 \times \sqrt{5} = 0$
- ❖ $\sqrt{7} + \sqrt{7} = (1 + 1)\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

Mînak 2: Em encamên bikaranîna li jêr bibînin:

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + \sqrt{5} - 1$$

Di vê rewşê de em pêkhatyên heman kokî, tenê kom bikin:

$$\begin{aligned} (3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}) + (4\sqrt{5} + \sqrt{5}) - 1 = \\ -\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 1 \end{aligned}$$

Mînak 3: Em awayê herî sade ji bikaranîna li jêr re bibînin:

$$\begin{aligned} \sqrt{32} - \sqrt{18} + 6\sqrt{8} &= \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} + 6\sqrt{4 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 12\sqrt{2} \\ &= (4 - 3 + 12)\sqrt{2} = 13\sqrt{2} \end{aligned}$$

✚ Taybetiyên komkirina hejmarên rast:

1. Komkirin di \mathbb{R} de girtî ye: Komkirina du hejmarên rast, hejmareke rast e.

Heger $a, b \in \mathbb{R}$ bin, wê demê: $a + b = c \in \mathbb{R}$

Mînak: Heger $2, \sqrt{3} \in \mathbb{R}$ bin, wê demê: $2 + \sqrt{3} \in \mathbb{R}$

2. Komkirin di \mathbb{R} de hevguhêr e:

Heger $a, b \in \mathbb{R}$ bin, wê demê: $a + b = b + a$

Mînak: Heger $3, \sqrt{5} \in \mathbb{R}$ bin, wê demê: $3 + \sqrt{5} = \sqrt{5} + 3$

3. Komkirin di \mathbb{R} de yekgirtî ye:

Heger $a, b, c \in \mathbb{R}$ bin, wê demê:

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$$

Mînak: Heger $3, \sqrt{2}, \sqrt{5} \in \mathbb{R}$ bin, wê demê:

$$(3 + \sqrt{2}) + \sqrt{5} = 3 + (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 3 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

4. Li gorî komkirinê sifir endamê bêbandor e: Encama komkirina çî hejmarî bi sifirê re, heman hejmar e.

Heger $a \in \mathbb{R}$ be, wê demê: $a + 0 = 0 + a = a$

Mînak: Heger $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ be, wê demê: $\sqrt{3} + 0 = 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$

5. Li gorî komkirinê ji her hejmareke rast re dij heye:

Heger $a \in \mathbb{R}$ be, wê demê hejmara dij jê re heye $-a \in \mathbb{R}$ li gorî ku: $a + (-a) = -a + a = 0$

Mînak: Heger $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ be, wê demê hejmara dij wê $-\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ li gorî ku: $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$



1. Derxistin di \mathbb{R} de ne hevguhêr e. Em mînakekê bibêjin.

2. Derxistin di \mathbb{R} de ne yekgirtî ye. Em mînakekê bibêjin.

2- Hevdana kokan:

Em qatên kokan hevdanî hev bikin û kokan hevdanî hev bikin.

Mînak: Em encama bikaranînên li jêr bibînin:

$$\begin{aligned}\diamond 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} &= (2 \times 5)(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \\ &= 10\sqrt{3 \times 3} \\ &= 10\sqrt{9} = 10 \times 3 = 30\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\diamond 4\sqrt{2} \times 5\sqrt{7} &= (4 \times 5)(\sqrt{2} \times \sqrt{7}) \\ &= 20\sqrt{2 \times 7} = 20\sqrt{14}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\diamond -3 \times 5\sqrt{2} &= (-3 \times 5)\sqrt{2} \\ &= -15\sqrt{2}\end{aligned}$$

Taybetiyên hevdana hejmarên rast:

1. Hevdan di \mathbb{R} de girtî ye: Hevdana du hejmarên rast, hejmareke rast e.

Heger $a, b \in \mathbb{R}$ bin, wê demê: $a \times b \in \mathbb{R}$

Mînak: Heger $5, \sqrt{2} \in \mathbb{R}$ bin, wê demê: $5 \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \in \mathbb{R}$

2. Hevdan di \mathbb{R} de hevguhêr e:

Heger $a, b \in \mathbb{R}$ bin, wê demê: $a \times b = b \times a$

Mînak: Heger $3, \sqrt{2} \in \mathbb{R}$ bin, wê demê:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \times 3 = 3\sqrt{2} \end{array} \right\} 3 \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times 3 = 3\sqrt{2}$$

3. Hevdan di \mathbb{R} de yekgirtî ye:

Heger $a, b, c \in \mathbb{R}$ bin, wê demê:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$$

Mînak: Heger $\sqrt{2}, 5, \sqrt{2} \in \mathbb{R}$ bin, wê demê:

$$(\sqrt{2} \times 5) \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2 \times 2} = 5\sqrt{4} = 5 \times 2 = 10$$

$$\sqrt{2} \times (5 \times \sqrt{2}) = \sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2 \times 2} = 5\sqrt{4} = 5 \times 2 = 10$$

Em dibînin ku: $(\sqrt{2} \times 5) \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times (5 \times \sqrt{2}) = 10$

4. Li gorî hevdanê sifir endamê mijok e:

Heger $a \in \mathbb{R}$ be, wê demê: $a \times 0 = 0 \times a = 0$

Em mînakekê li ser wê bidin.

5. Li gorî hevdanê yek endamê bêbandor e: Encama hevdana çî hejmarê bi yekê re, heman hejmar e.

Heger $a \in \mathbb{R}$ be, wê demê: $a \times 1 = 1 \times a = a$

Mînak: Heger $2\sqrt{5} \in \mathbb{R}$ be, wê demê: $2\sqrt{5} \times 1 = 1 \times 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

6. Li gorî hevdanê ji her hejmareke rast re, ji bilî sifirê vajî heye:

Heger $a \in \mathbb{R}$ be û $a \neq 0$ be, wê demê hejmara vajî jê re heye $\frac{1}{a} \in \mathbb{R}$ li gorî ku:

$$a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$$

Mînak: Heger $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ be, wê demê hejmara vajiya wê $\frac{1}{\sqrt{3}} \in \mathbb{R}$ ye li gorî ku: $\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 1$

7. Belavkirina hevdanê li komkirinê:

Heger $a, b, c \in \mathbb{R}$ bin, wê demê:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

Mînak: Em encama bikaranîna li jêr bibînin:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5}(3 + \sqrt{5}) &= 2\sqrt{5} \times 3 + 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} + 2 \times 5 \\ &= 6\sqrt{5} + 10 \end{aligned}$$

✚ **Dija komkirin û derxistina du hejmaran:**

Dija $a + b = -a - b$ ango: $-(a + b) = -a - b$

Dija $a - b = -a + b$ ango: $-(a - b) = -a + b$

Ango: Dema ku berî kevanê hêmaya (-) hebe, wê demê bi mercê dijkirina hejmarên di hundirê kevanê de, em kevanê radikin.

Em dijên kevanên li jêr bibînin:

$$-(\sqrt{3} + 2) = -\sqrt{3} - 2$$

$$-(7 - \sqrt{5}) = -7 + \sqrt{5}$$

$$-(-3 + 2x) = 3 - 2x$$

Mînak: Em encama A bi awayê herî sade bibînin:

$$A = (1 + \sqrt{2}) - (5 + 7\sqrt{2}) - 1$$

$$= 1 + \sqrt{2} - 5 - 7\sqrt{2} - 1$$

$$= -6\sqrt{2} - 5$$

Berî vê kevanê hêmaya (+) heye. Ji ber vê yekê em ê kevanê bêyî ku hundirê wê biguherin, rakin.

Rahênan: Em encama B bi awayê herî sade binivîsin:

$$B = -(2x + 5) + (3x - 2) + 5$$

✚ Belavkirina $(a + b)(c + d)$:

Em dizanin ku:

$$(a + b)(c + d) = a \times (c + d) + b \times (c + d)$$

$$= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

Mînak: Em $(\sqrt{3} + 1)(5 + \sqrt{3})$ belav bikin û bi awayê herî sade binivîsin:

$$(\sqrt{3} + 1)(5 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}(5 + \sqrt{3}) + 1(5 + \sqrt{3})$$

$$= \sqrt{3} \times 5 + \sqrt{3} \times \sqrt{3} + 1 \times 5 + 1 \times \sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{3} + 3 + 5 + \sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{3} + 8$$

3- Parvekirina kokan:

Em qatên kokan belavî hev bikin û kokan belavî hev bikin.

Mînak: Em encamên bikaranînên li jêr bibînin:

$$\begin{aligned}\diamond \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} &= \left(\frac{6}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 3\left(\sqrt{\frac{3}{3}}\right) \\ &= 3\sqrt{1} \\ &= 3 \times 1 = 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\diamond \frac{2\sqrt{5}}{8\sqrt{10}} &= \left(\frac{2 \div 2}{8 \div 2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}\right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{5 \div 5}{10 \div 5}}\right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{1}{4\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Rahênan: Em bi mamoste re goftûgo bikin:

1. Parvekirina kokan hevguhêr e?
2. Parvekirina kokan yekgirtî ye?

HÎNDARÎ

1. Em valahiyan ji bo raveyeke rast bi dest bixin, dagirin:

$$\sqrt{2} + 5 = 5 + \dots\dots$$

$$\sqrt{11} + (-\sqrt{11}) = \dots\dots$$

$$2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \dots\dots$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots\dots$$

$$3 \times \sqrt{5} = \sqrt{5} \times \dots\dots$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{7} = \dots\dots$$

Hejmara dij ji hejmara $-\sqrt{8}$ ev e:

Li gorî hevdanê endamê bêbandor, ev e:

Vajiya hejmara $\frac{3}{\sqrt{2}}$ ev e:

2. Em bikaranînen li jêr bikin awayê herî sade:

$$\sqrt{2} (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) \quad , \quad (\sqrt{7} - 3) \times \sqrt{7}$$

3. Em encamên bikaranînen li jêr bibînin:

$$\frac{\sqrt{84}}{\sqrt{7}} \quad , \quad \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} \quad , \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} \quad , \quad \sqrt{\frac{4}{24}}$$

4. Em encamên bikaranînen li jêr bi awayê herî sade bibînin:

$$A = \sqrt{50} - 3\sqrt{32} + \sqrt{2} \quad , \quad B = \sqrt{75} + 2\sqrt{27} - \sqrt{3}$$

$$C = (\sqrt{3} + 2) - (\sqrt{3} + 1) - 1 \quad , \quad D = -(2x + 1) + (x - 3) + 1$$

5. Em bikaranînen li jêr bê kevanan binivîsin:

$$-(5 + 2a) \quad , \quad -(1 + \sqrt{3}) \quad , \quad -(3 - x) \quad , \quad -(-6 - \sqrt{5})$$

6. Em bikaranînen li jêr belav bikin û piştê bikin awayê herî sade:

$$A = (\sqrt{2} + 3)(4 + \sqrt{2}) \quad , \quad B = 3(5x - 1) - 4(-2x + 3)$$

BEŞA SÊYEM: AMAR (ISTATISTÎK)

TABLOYÊN DUBAREYÊ

WANE: TABLOYÊN DUBAREYÊ

Ji bo hêsankirina xwendina daneyên amarî, em dikarin wan di tabloyan de birêxistin bikin.

1- Tabloya dubareyê:

Mînak: Em tabloya dubareyê ji daneyên li jêr re çêkin:

2 , 1 , 3 , 2 , 3 , 2 , 7 , 2 , 1 , 7 , 2 , 5

Hejmar	1	2	3	5	7
dubare	2	5	2	1	2

2- Tabloya nîşanên dubareyê:

Mînak: Em tabloya nîşanên dubareyê ji daneyên li jêr re çêkin:

6 , 1 , 6 , 3 , 4 , 6 , 1 , 6 , 6 , 6 , 1 , 4 , 6
6 , 6 , 1 , 6 , 4 , 5 , 6 , 6 , 1 , 4 , 5 , 1

Hejmar	Nîşanên dubareyê	dubare
1	++++	6
3		1
4		4
5		2
6	++++ +++	12

3- Tabloya girûpan:

Dema ku daneyên amarî gelek bin, em dikarin ji bo hêsankirina xwendina wan, wan li girûpan belav bikin.

Mînak: Em dixwazin tabloya dubareyê ya girûpan ji nirxandinên 30 xwendekarên refa 8 di branşê bîrkariyê de çêkin:

12 , 13 , 7 , 6 , 8 , 5 , 4 , 7 , 10 , 7 , 9
13 , 12 , 15 , 9 , 11 , 12 , 11 , 9 , 2 , 17
8 , 13 , 3 , 14 , 9 , 3 , 20 , 14 , 5

Heta ku em tabloya dubareyê ya girûpan çêkin:

1. Em mezintirîn û biçûktirîn nirx jê re bibînin û cudahiye hesab bikin:

Mezintirîn nirx = 20 û biçûktirîn nirx = 2

Cudahî = 20 - 2 = 18

2. Em daneyan li girûpên di dirêjahiyê de yeksan in, belav bikin. Mîna 6 girûpan ku dirêjahiya her girûpekê = $\frac{18}{6} = 3$

3. Em van girûpên li jêr bi dest dixin:

Girûpa yekem: [2 , 5[

Girûpa duyem: [5 , 8[

Girûpa sêyem: [8 , 11[

Girûpa çarem: [11 , 14[

Girûpa pêncem: [14 , 17[

Girûpa şeşem: [17 , 20]

4. Em daneyan di tabloya nîşanên dubareyê de bi rêxistin bikin:

Girûp	Nîşanên dubareyê	dubare
[2, 5[4
[5, 8[+++	6
[8, 11[+++	7
[11, 14[+++	8
[14, 17[3
[17, 20]		2

5. Heger em stûna nîşanên dubareyê rakin, em ê tabloya dubareyê ya girûpan bi dest bixin û em dikarin stûnê yan jî asoyî binivîsin:

Girûp	[2, 5[[5, 8[[8, 11[[11, 14[[14, 17[[17, 20]
dubare	4	6	7	8	3	2

Ji bo naskirina navenda girûpa yekem: $C_1 = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$

Em navendên girûpên din bibînin.



1. Em ji komika xwendekarên di mînaka çûyî de re dibêjin, **daneya amarî**.

2. Em ji hejmara xwendekaran re dibêjin qebareya daneyê û bi sembola (n) tê nîşankirin.

Di mînaka çûyî de: $n = 30$

3. Hejmara xwendekarên ku nirxandina wan $[2, 5[= 4$ (4 dubareya nirxandina $[2, 5[$ e)

4. Em ji tabloya dawî re dibêjin, tabloya girûpan.

✚ Navînî:

Ji ber ku gelek rêbaz ji bo tabloyên amarî hene, em navînî di van rêbazan de nas bikin.

1. Di rewşa daneyan de:

Navînî ji hejmarên x_1, x_2, \dots, x_n dibe encama parvekirina komkirina van hejmaran li hejmara wan:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Mînak: Em navîniya hejmarên 3 , 1 , 2 , 7 , 2 bibînin:

$$\bar{x} = \frac{3 + 1 + 2 + 7 + 2}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

2. Di rewşa tabloyên dubareyê de:

Navîniya daneyên x_1, x_2, \dots yên ku dubareyên wan li pey hev in n_1, n_2, \dots bi vî awayî ye:

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots}{n_1 + n_2 + \dots} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots}{n}$$

Mînak: Li gorî tabloya li jêr, em navînî bibînin:

Hejmar	6	8	10	11	12
dubare	2	3	6	4	1

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{6 \times 2 + 8 \times 3 + 10 \times 6 + 11 \times 4 + 12 \times 1}{2 + 3 + 6 + 4 + 1} = \frac{12 + 24 + 60 + 44 + 12}{16} \\ &= \frac{152}{16} \\ &= 9.5\end{aligned}$$

3. Di rewşa tabloya dubareyê ya girûpan de:

Navînî bi vî awayî ye:

$$\bar{x} = \frac{\text{navenda girûpa yekem} \times \text{dubareya wê} + \text{navenda girûpa duyem} \times \text{dubareya wê} + \dots}{\text{komkirina dubareyan}}$$

Mînak: Li gorî tabloya li jêr, em navînî bibînin:

Girûp	[0, 4[[4, 8[[8, 12[[12, 16]
dubare	2	4	3	1

Em navendên girûpan bibînin:

$$\text{Navenda girûpa yekem: } C_1 = \frac{0+4}{2} = 2$$

$$\text{Navenda girûpa duyem: } C_2 = \frac{4+8}{2} = 6$$

$$\text{Navenda girûpa sêyem: } C_3 = \frac{8+12}{2} = 10$$

$$\text{Navenda girûpa çarem: } C_4 = \frac{12+16}{2} = 14$$

Tabloya girûpan, dibe bi vî awayî:

Girûp	[0, 4[[4, 8[[8, 12[[12, 16]
Navenda girûpê	2	6	10	14
Dubareya girûpê	2	4	3	1

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{2 \times 2 + 6 \times 4 + 10 \times 3 + 14 \times 1}{2 + 4 + 3 + 1} = \frac{4 + 24 + 30 + 14}{10} \\ &= \frac{72}{10} \\ &= 7.2\end{aligned}$$

Rahênan: Heger daneya amarî ya rojên destûran ên 50 karkerên di kargehekê de kar dikin di salekê de hebe, em navîni bibînin:

15 , 6 , 15 , 8 , 8 , 14 , 5 , 9 , 5 , 7
 17 , 9 , 18 , 15 , 6 , 10 , 1 , 11 , 12 , 6
 10 , 14 , 13 , 9 , 16 , 8 , 1 , 3 , 5 , 8
 11 , 2 , 17 , 15 , 6 , 14 , 11 , 10 , 6 , 13
 3 , 10 , 2 , 15 , 2 , 8 , 7 , 12 , 18 , 3 , 13

Alîkarî: Em dikarin 4 girûpan hilbijêrin û piştre navîniya daneyê bibînin.

4- Tabloya dubareya komkirî ya berbijor û nîşankirina wê ya girafikî:

Mînak: Heger tabloya li jêr belavkirina dubareyî ya dirêjahiya 100 xwendekarên dibistanekê bi santîmetreyê nîşan dike.

Girûp	Dubare
[115 , 120[8
[120 , 125[12
[125 , 130[19
[130 , 135[23
[135 , 140[18
[140 , 145[13
[145 , 150]	7

Em dixwazin tabloya dubareya komkirî ya berbijor ji vê daneyê re çêkin û girafikî nîşan bikin.

Em bipirsin:

- Gelo dirêjahiyên xwendekarên di vê tabloyê de ji 115 cm kêmtir, hene? **Na**

- Gelo dirêjahiyên xwendekarên di vê tabloyê de ji 135 cm kêmtir, hene û çi qas in?

Erê, $8 + 12 + 19 + 23 = 62$ xwendekar

- Çawa em ê hejmara xwendekarên ku dirêjahiyên wan ji 145 cm kêmtir e, bibînin?

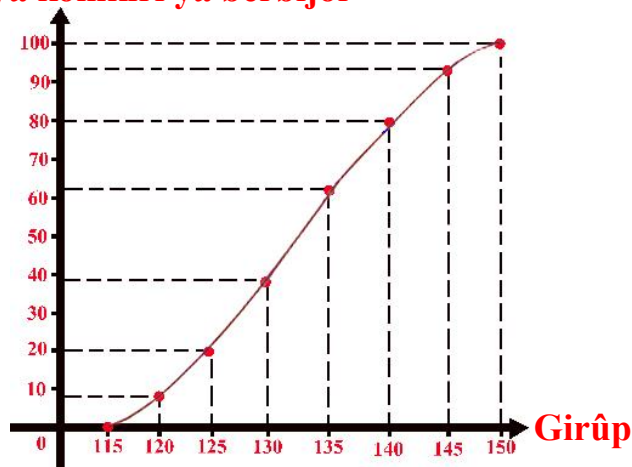
Em hejmara xwendekarên di girûpên dirêjahiyên ji 145 cm kêmtir, kom bikin.

- Ji bo bersivdayîna pirsên çûyî bi awayekî hêsan, em dikarin tabloyeke komkirî ya berbijor weke li jêr çêkin:

Pêkhateyên jorîn ên girûpan	Dubareya komkirî ya berbijor
Ji 115 kêmtir	0
Ji 120 kêmtir	$0 + 8 = 8$
Ji 125 kêmtir	$8 + 12 = 20$
Ji 130 kêmtir	$20 + 19 = 39$
Ji 135 kêmtir	$39 + 23 = 62$
Ji 140 kêmtir	$62 + 18 = 80$
Ji 145 kêmtir	$80 + 13 = 93$
Ji 150 kêmtir	$93 + 7 = 100$

Ji bo nîşankirina vê tabloya girafîkî, em tewareya asoyî ji bo komikan û tewareya stûnî ji bo dubareya komkirî ya berbijor, çêkin:

Dubareya komkirî ya berbijor



5- Tabloya dubareyê ya komkirî ya berbijêr û nîşankirina wê ya girafîkî:

Di mînaka çuyî de ya ku dirêjahiyên 100 xwendekaran nîşan dike:

- Gelo dirêjahiyên xwendekarên ji 115 cm bêtir, hene? **Na**

- Gelo dirêjahiyên xwendekarên ji 140 cm bêtir, hene û çiqas in?

Erê, $7 + 13 = 20$ xwendekar

- Gelo dirêjahiyên xwendekarên ji 125 cm bêtir, hene û çiqas in?

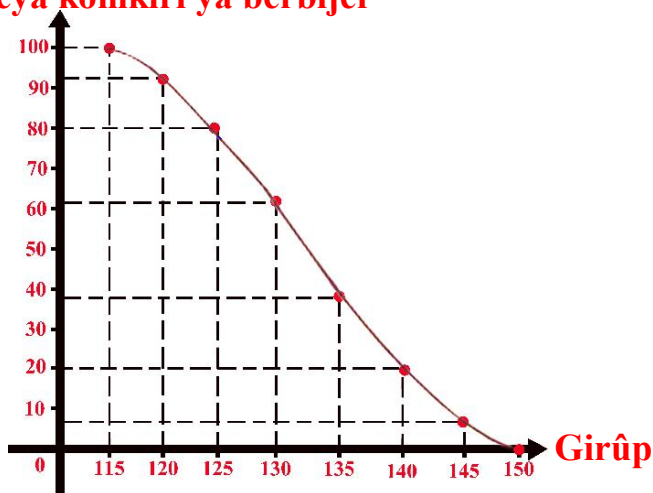
Erê, $19 + 23 + 18 + 13 + 7 = \dots\dots$ xwendekar

- Ji bo bersivdayîna pirsên çûyî bi awayekî hêsan, em dikarin tabloyeke komkirî ya berbijêr weke li jêr çêkin:

Pêkhateyên jêrîn ên girûpan	Dubareya komkirî ya berbijêr
Ji 115 bêtir	100
Ji 120 bêtir	$100 - 8 = 92$
Ji 125 bêtir	$92 - 12 = 80$
Ji 130 bêtir	$80 - 19 = 61$
Ji 135 bêtir	$61 - 23 = 38$
Ji 140 bêtir	$38 - 18 = 20$
Ji 145 bêtir	$20 - 13 = 7$
Ji 150 bêtir	$7 - 7 = 0$

Ji bo nîşankirina vê tabloya girafîkî, em tewareya asoyî ji bo komikan û tewareya stûnî ji bo dubareya komkirî ya berbijêr, çêkin.

Dubareya komkirî ya berbijêr



HÎNDARÎ

1. Em navînî ji hejmarên li jêr re bibînin:

3 , 10 , 9 , 5 , 1

2. Tabloya li jêr hejmara encamên ku tîmeke goga pêyan di 20 lîstikan de girtine, nîşan dike:

Hejmara encaman	0	2	5	3
Hejmara lîstikan	7	7	4	2

Em navîniya hejmarên encamên vê tîmê, di her lîstikekê de bibînin.

3. Em navîneya daneya di tabloya girûpên li jêr de bibînin:

Girûp	Dubare
[10 , 20[10
[20 , 30[20
[30 , 40[25
[40 , 50[30
[50 , 60]	15
Komkirin	100

4. Tabloya li jêr temenên 50 karkerî di kargehekê de nîşan dike:

Girûp	Dubare
[20 , 25[6
[25 , 30[7
[30 , 35[10
[35 , 40[10
[40 , 45[9
[45 , 50[3
[50 , 55]	5

- Em di teşeyekê de, girafîka dubareya komkirî ya berbîjor û berbîjêr ji vê daneyê re xêz bikin.

- Ji teşeyê em:

- Hejmara karkerên ku temenên wan ji 35 salî mezintir, bibînin.
- Hejmara karkerên ku temenên wan ji 45 salî biçûktir, bibînin.

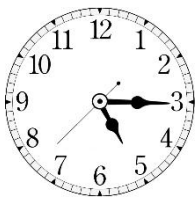
BEŞA GEOMRTÎ

BEŞA YEKEM: SÎMETRÎKÎ

1. SÎMETRÎKIYA NAVENDÎ
2. SÎMETRÎKIYA TEWAREYÎ

WANEYA YEKEM: SÎMETRÎKIYA NAVENDÎ

Dema ku em li demjimêra bi dîwar ve daleqandî dinêrin.



Yan jî li xalîçeya di odeyê de dinêrin.

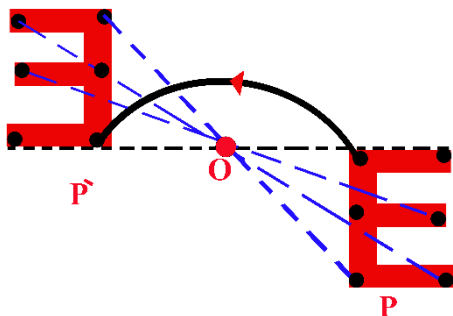


Em dibînin ku teşe di gelek cihan de dubare dibin.

Sîmetrîkiya
navendî:

Em ji du teşeyan P , P' re dibêjin li gorî xala O sîmetrîk in, heger teşeyek bi ya din re yeksaneyî be bi zivirandina nîv dewre li derdora O

Em ji O re dibêjin navenda sîmetrîkî.



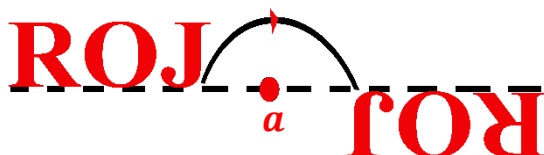
Em ji sîmetrîkiya li gorî xalekê re dibêjin sîmetrîkiya navendî.

Taybetî:

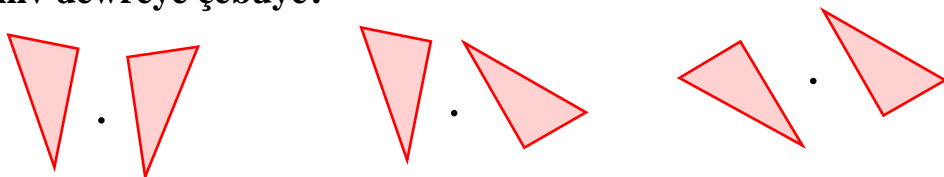
Sîmetrîkiya navendî, dirêjahî, goşe û rûberan, bi taybet li ser heman rastekê û teşe naguhere.

Hevbera teşeyekê, teşeyeke pê re yeksaneyî ye, lê alî diguhere.

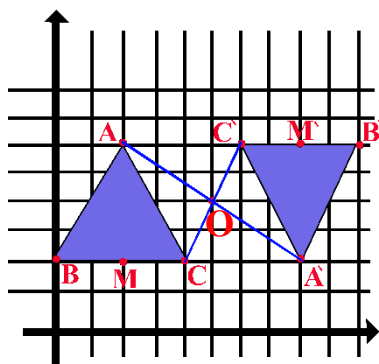
Mînak 1: Em hevbera peyva ROJ li gorî xala (a) bibînin:



Rahênan: Kîjan sêgoşe ji zivirandina sêgoşeya din bi qasî niv dewreyê çêbûye?



Mînak 2: Em hevbera teşeya li jêr li gorî xala (O) bibînin:



Sêgoşeyên ABC û $A'B'C'$ li gorî xala (O) sîmetrîk in.

1. Em dibînin ku $AM = A'M' = 4 \text{ cm}$ û $BC = B'C' = 4 \text{ cm}$

Ango: Sîmetrîkiya navendî dirêjahiyên naguhere.

2. Em dibînin ku: $\widehat{A} = \widehat{A'}$ û $\widehat{B} = \widehat{B'}$ û $\widehat{C} = \widehat{C'}$

Ango: Sîmetrîkiya navendî goşeyan naguhere.

3. Em dibînin ku B , M , C li ser heman rastekê ne, wê demê B' , M' , C' li ser heman rastekê ne.

Ango: Sîmetrîkiya navendî çêbûna xalan li heman rastekê naguhere.

4. Rûbera sêgoşeya ABC:
$$S_{(ABC)} = \frac{BC \times AM}{2}$$

$$= \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

Rûbera sêgoşeya A'B'C':
$$S_{(A'B'C')} = \frac{B'C' \times A'M'}{2}$$

$$= \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

Ango: Sîmetrîkiya navendî rûberan naguhere.

5. Em dibînin ku ABC sêgoşe ye, wê demê hevbera wê jî A'B'C' sêgoşe ye

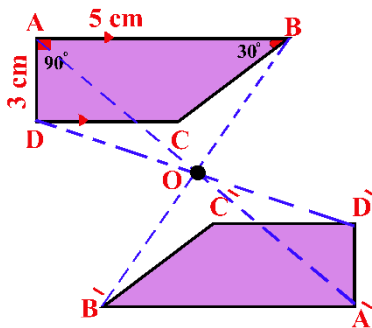
Ango: Sîmetrîkiya navendî teşeyan naguhere.

Rahênan: Teşeyên ABCD û A'B'C'D' li gorî (O) sîmetrîk in.

1. Em A'B' û A'D' bibînin.

2. Em pîvanên $\widehat{A'}$ û $\widehat{B'}$ bibînin.

3. Di teşeya A'B'C'D' de rasteka rastênhevî C'D' çi ye?

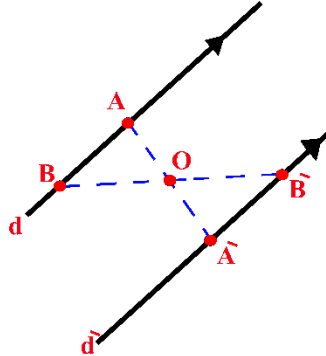


✚ Dîtina hevber li gorî xalekê:

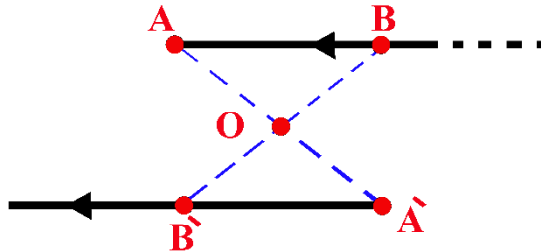
1. Xala A' hevbera xala A ye, ya ku xala O dike nîveka perçerasteka AA'



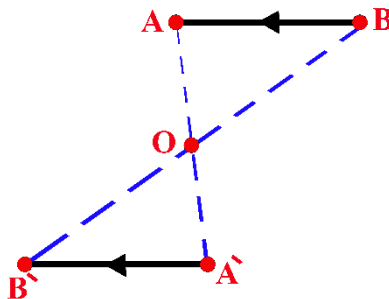
2. Hevbera rastekekê li gorî xalekê, rastekeke rastênhevî wê ye.



3. Hevbera nîvrastekekê li gorî xalekê, nîvrastekeke rastênhevî wê ye.



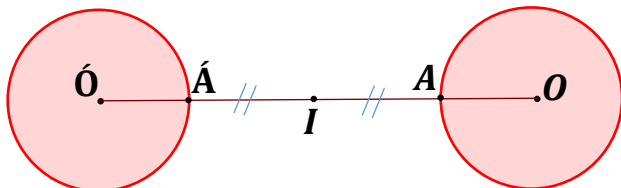
4. Hevbera perçerastekekê li gorî xalekê, perçerastekeke rastênhevî wê ye û heman dirêjahiya wê ye.



5. Hevbera bazinekî ku navenda wî (O) li gorî xalekê, bazinekî ku navenda wê (O') ye.

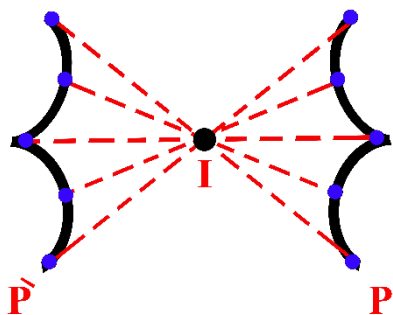
Xala O' hevbera xala O ye, li gorî xala I

Her du bazin heman nîveşkêl in.



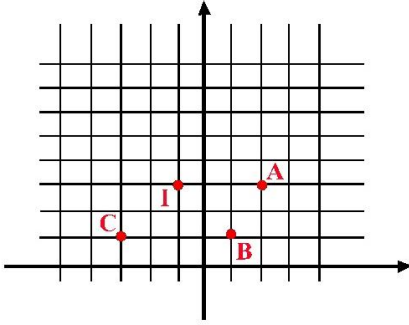
6. Hevbera teşeya P li gorî xala I teşeya P' ye.

Em teşeya P li xalan belav bikin, piştre hevberên wan bibînin û xalên bidestxistî bigihînin hev. Bi heman rêzkerinê, em P' bibînin.

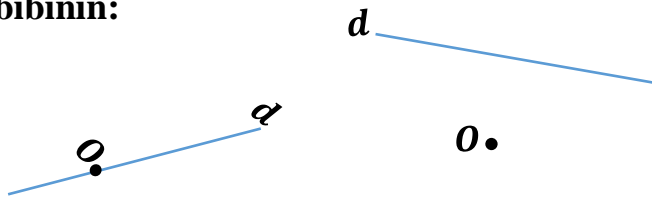


HÎNDARÎ

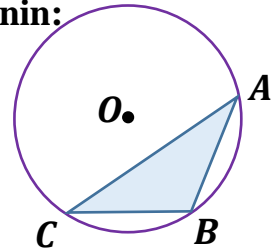
1. Di teşeya li jêr de, em hevberên xalên A , B , C li gorî I bibînin:



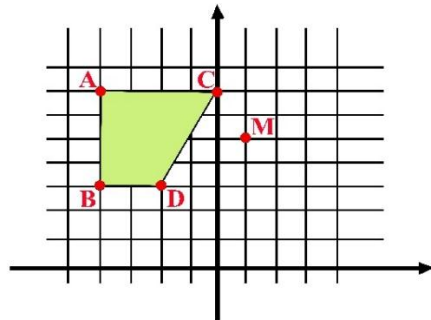
2. Di her du teşeyên li jêr de, em hevbera rasteka (d) li gorî xala (O) bibînin:



3. Heger A , B , C li ser bazinê ku navenda wê (O) bin, em hevbera xalên A , B , C li gorî (O) bibînin:



4. Em hevbera teşeya ABCD li gorî xala (M) bibînin û piştê dirêjahiyên A'B' , A'C' , B'D' bibînin:



WANEYA DUYEM: SÎMRTRÎKIYA TEWAREYÎ

Dema ku em li şerbik binêrin



Yan jî li sênîyê binêrin



Em dibînin ku teşe li gorî xêzika sor, li du parçeyên yeksan parve dibin.

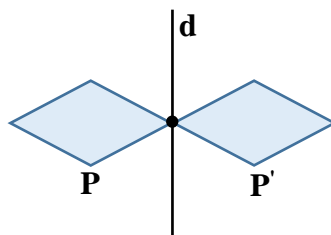
Sîmetrîkiya
tewareyî:

Em ji du teşeyan P , P' re dibêjin li gorî rasteka d sîmetrîk in, heger teşeyek bi ya din re yeksaneyî be dema tewandina teşe li derdora d

Em ji d re dibêjin tewareya sîmetrîkî.

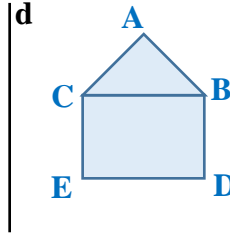
✚ Taybetî:

Dema tewandina teşe li derdora tewareyekê, xwe naguhere:

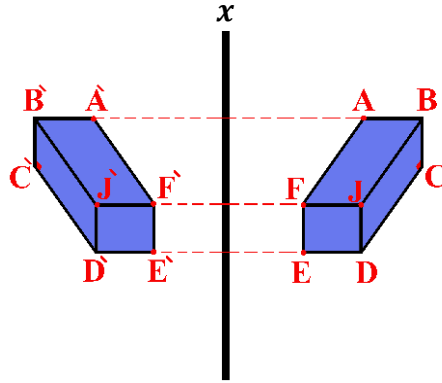


1. Her xalek ji tewareya sîmetrîkî, xaleke xwecih e.
2. Sîmetrîkiya tewareyî dirêjahîyan naguhere.
3. Sîmetrîkiya tewareyî pîvanên goşeyan naguhere.
4. Sîmetrîkiya tewareyî hevtîkî naguhere.
5. Sîmetrîkiya tewareyî rastênhevî naguhere.
6. Em ji sîmetrîkiya tewareyî re dibêjin, vajîkirin.

Rahênan: Em hevbera teşeya ABDEC li gorî rasteka d bibînin:



Mînak: Teşeyên ABCDEFJ û A'B'C'D'E'F'J' li gorî rasteka x sîmetrîk in.



Em dibînin ku:

1. $B'C'$ hevbera BC ye û heman dirêjahiya wê ye, ango $BC = B'C'$ û hwd.

Ango: Sîmetrîkiya tewareyî dirêjahiyan naguhere.

2. $B'\hat{C}'D'$ hevbera $B\hat{C}D$ ye, heman pîvana wê ye û hwd.

Ango: Sîmetrîkiya tewareyî goşeyan naguhere.

3. $ED \perp DJ \Rightarrow$ hevbera wê: $E'D' \perp D'J'$

Ango: Sîmetrîkiya tewareyî hevtîkiyê naguhere.

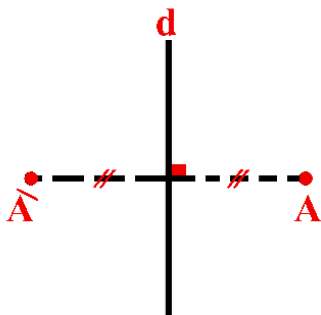
4. $JD \parallel FE \Rightarrow$ hevbera wê: $J'D' \parallel F'E'$

Ango: Sîmetrîkiya tewareyî rastênheviyê naguhere.

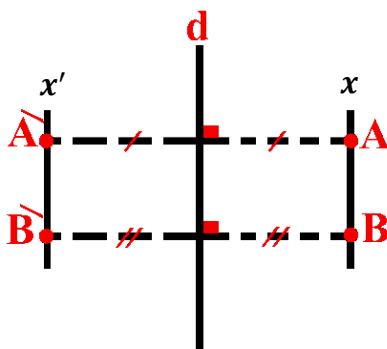
✚ Li gorî rastekekê dîtina hevber:

1. Hevbera xalekê li gorî rastekekê.

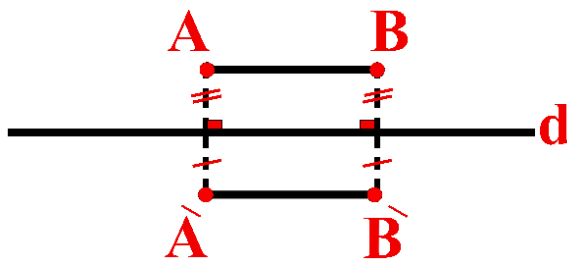
Heger rasteka d tewareya perçerasteka AA' be, wê demê xalên A û A' li gorî rasteka d sîmetrîk in.



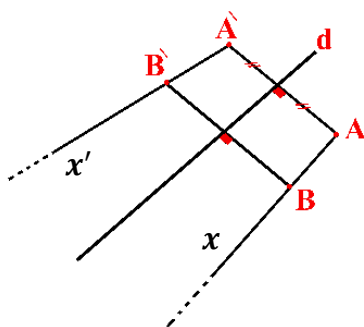
2. Hevbera rastekekê li gorî rastekekê, rastekeke din e.



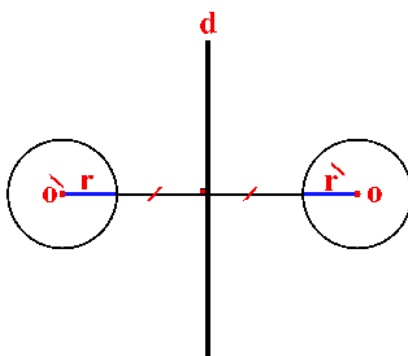
3. Hevbera perçerastekekê li gorî rastekekê.



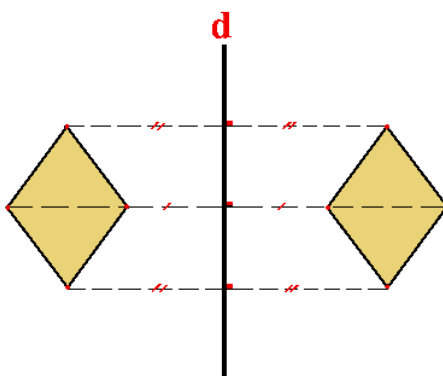
4. Hevbera nîvrastekekê li gorî rastekekê.



5. Hevbera bazinekî ku navenda wê (O) li gorî rastekekê.



6. Hevbera teşeya P li gorî rastekekê.



✚ Navend û tewareyên sîmetrîkiyê:

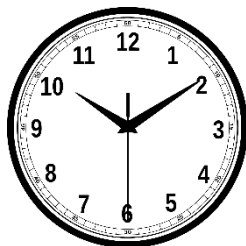
Navenda sîmetrîkiyê:

Xala (O) navenda sîmetrîkiyê yê teşeya P ye, heger P hevbera xwe be li gorî xala (O).

Ango hevbera her xalekê ji teşeyê, heman xal ji heman teşeyê ye.

Mînak: Demjimêr, li gorî xala gihiştina her du tîran, teşeyeke sîmetrîk e.

Em ji wê xalê re dibêjin navenda sîmetrîkiyê.



Tewareya sîmetrîkiyê:

Em ji rasteka d re dibêjin tewareya sîmetrîkiyê ji teşeya P re ye, heger hevbera her xaleke ji P li gorî d xaleke ji heman teşe be.

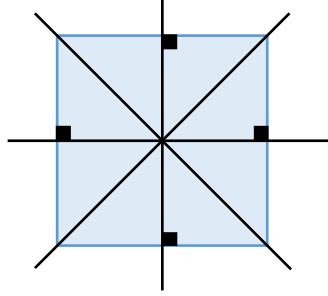
Mînak: Em tewareya sîmetrîkiyê di teşeya li jêr de, bibînin:



✚ Navend û tewareyên sîmetrîkiyê yê teşeyên diyar:

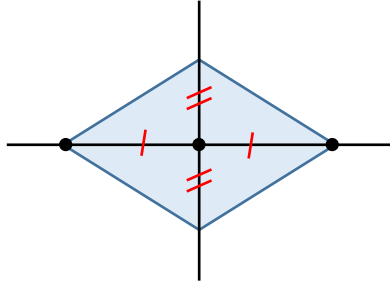
Dam:

Çar tewareyên sîmetrîkiyê û navendeke tenê ya sîmetrîkiyê jê re hene.



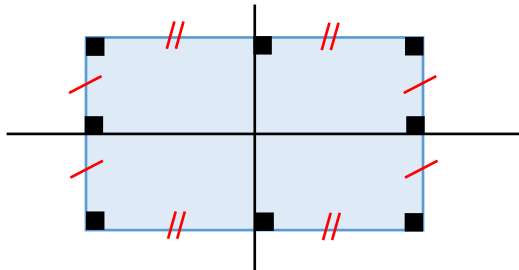
Çargoşeya hemkenar:

Du tewareyên sîmetrîkiyê û navendeke tenê ya sîmetrîkiyê jê re hene.



Milkêş:

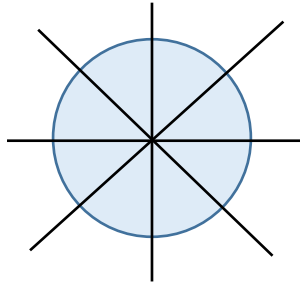
Du tewareyên sîmetrîkiyê û navendeke tenê ya sîmetrîkiyê jê re hene.



Bazin:

Her rastekeke di navendê re diçe,
tewareya sîmetrîkiyê ye.

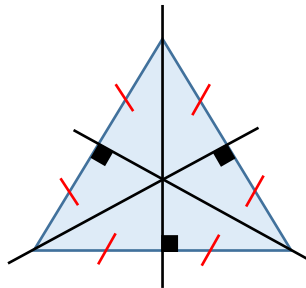
Navendeke tenê ya sîmetrîkiyê jê
re heye.



**Sêgoşeya
hemkenar:**

Sê tewareyên sîmetrîkiyê jê re
hene.

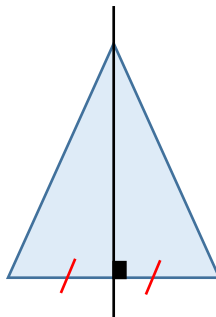
Navenda sîmetrîkiyê jê re tune ye.



**Sêgoşeya
duhemkenar:**

Tewareyeke sîmetrîkiyê jê re heye.

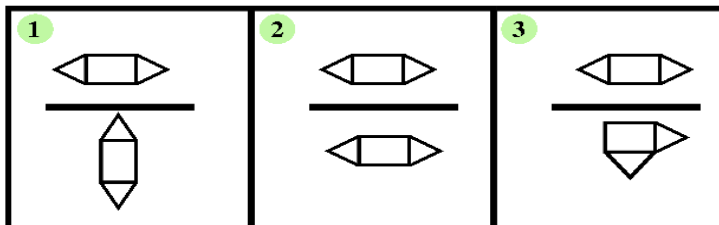
Navenda sîmetrîkiyê jê re tune ye.



HÎNDARÎ

1. Di rewşên li jêr de, bersiveke rast heye, em nîşan bikin:

- Li jêr li gorî tewareyê, du teşe sîmetrîk in:



- Ji yekê ji van teşeyan re, tewareya sîmetrîkiyê tune ye:

Bazin , kenarên rastênhev , milkêş

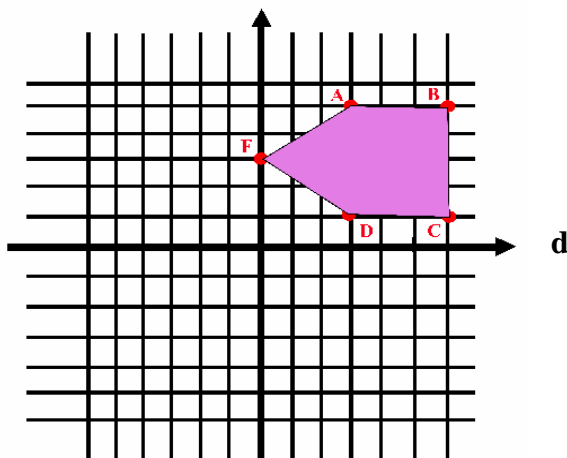
- Ji yekê ji van teşeyan re, tewareyeke sîmetrîkiyê heye:

Dam , sêgoşeya hemkenar , sêgoşeya du hemkenar

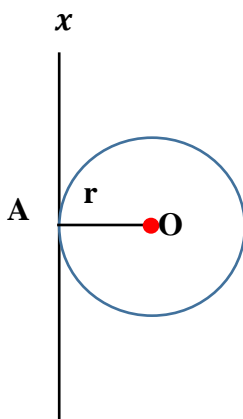
2. Em hevbera jimarên li jêr li gorî rasteka d xêz bikin:

1 7 4 d

3. Em hevbera teşeya P li gorî d xêz bikin:

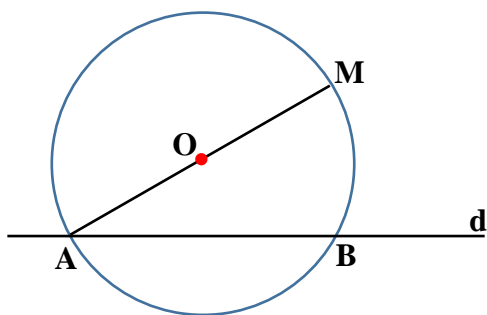


4. Em hevbera bazinê ku navenda wê (O) li gorî rasteka x xêz bikin:



5. Di teşeya li jêr de:

- Em xala O' hevbera O li gorî rasteka d xêz bikin.
- Hevbera xala A li gorî xala O çi ye?
- Em bazinê C' hevbera bazinê C li gorî rasteka d xêz bikin.
- Em xala M' hevbera M li gorî rasteka d xêz bikin.
- Heger 3 cm dirêjahiya nîveşkêla bazinê C be, em dirêjahiya AM' bibînin.



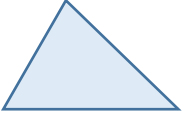
BEŞA DUYEM: PIRGOŞE Û SÊGOŞE

- 1. PIRGOŞE**
- 2. SÊGOŞE**
- 3. DI SÊGOŞEYÊ DE XÊZIKÊN NAVÎN**
- 4. XWEZAYA TEŞEYÊN ÇARGOŞEYÎ**

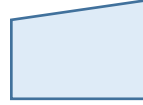
WANEYA YEKEM: PIRGOŞE

1- Pirgoşe:

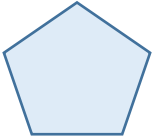
Em teşeyên li jêr bibînin:



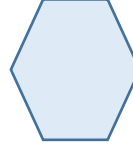
Sêgoşe ye û sê kenarên wê hene.



Çargoşe ye û çar kenarên hen wê.



Pêncgoşe ye û Pênc kenarên wê hene.



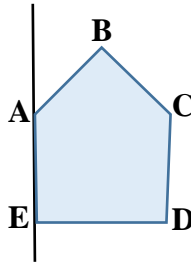
Şeşgoşe ye, şeş kenarên wê hene.

Pirgoşe:

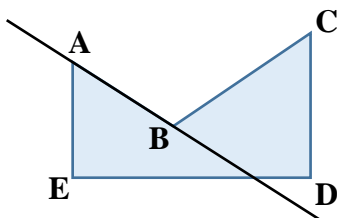
Ew teşeyên geometriyî yên girtî ne û bi sê kenaran an jî bêtir in.

Du cureyên pirgoşeyê hene:

1. Pirgoşeya qop: Pirgoşe li aliyekî tenê yê rastekekê ye ku di kenarekî re diçe.



2. Pirgoşeya rûçal: Pirgoşe li du aliyên rastekekê ku di kenarekî re diçe.

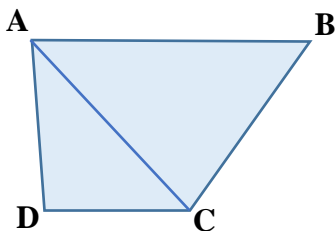


Hemû pirgoşeyên ku em dixwînin qop in, heger ji bilî wisa neyê gotin.

✚ Di pirgoşeyan de eşkêl:

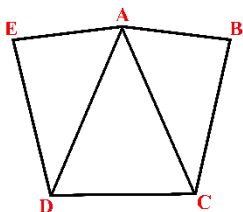
Di pirgoşeya çargoşeyî de, em dikarin eşkêleke tenê ji her sergoşeyekê xêz bikin. Wê demê em du sêgoşeyan bi dest dixin.

Komkirina pîvanên goşeyên hundirîn $= 2 \times 180 = 360^\circ$



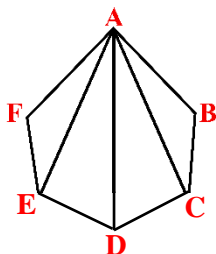
Di pirgoşeya pêncgoşeyî de, em dikarin du eşkêlan ji her sergoşeyekê xêz bikin. Wê demê em sê sêgoşeyan bi dest dixin.

Komkirina pîvanên goşeyên hundirîn $= 3 \times 180 = 540^\circ$



Di pirgoşeya şeşgoşeyî de, em dikarin sê eşkêlan ji her sergoşeyekê xêz bikin, wê demê em çar sêgoşeyan bi dest dixin.

Komkirina pîvanên goşeyên hundirîn = $4 \times 180 = 720^\circ$



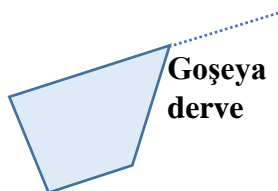
Heger hejmara kenaran n be, wê demê hejmara sêgoşeyên ji xêzkirina eşkêlan ji her sergoşeyekê çêbûyî $n - 2$ ye û komkirina pîvanên goşeyên hundirîn $(n - 2) \times 180^\circ$ ye.

Rahênan: Em valahiyên di tabloya li jêr dagirin:

Navê pirgoşeyê	Heftgoşe	Heştgoşe	Nehgoşe	Dehgoşe
Hejmara kenaran	7	8	9
Hejmara sêgoşeyên di her pirgoşeyeke çêbûyî de	5	6
Komkirina	$5 \times 180 = 900^\circ$

+ Di pirgoşeyê de goşeya derve:

Pênase: Goşeya derve di pirgoşeyê de, ew goşeya di navbera kenarekê û dirêjbûna kenara cîranê wê de ye.



Encam:

Li cem her sergoşeyekê, em dibînin ku komkirina pîvanên hundirîn û derve yeksanî 180° ye.

Mînak: Komkirina goşeyên derve û yên hundirîn yê pirgoşeya çargoşeyî yeksanî $4 \times 180 = 720^\circ$

Wê demê, komkirina goşeyên hundirîn: $2 \times 180 = 360^\circ$

\Rightarrow komkirina goşeyên derve: $720 - 360 = 360^\circ$

Encam:

Komkirina pîvanên goşeyên derve yê pirgoşeya qop ku hejmara kenarên wê n be yeksanî 360° ye.

✚ Pirgoşeya birêkûpêk:

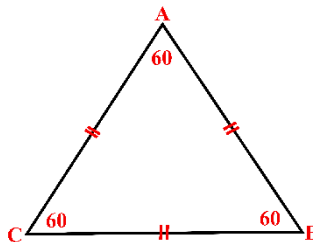
Pênase:

Ew pirgoşeya ku dirêjahiya kenarên wê û pîvanên goşeyên wê, yeksan in.

Hinek pirgoşeyên birêkûpêk:

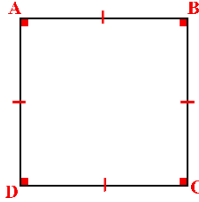
Sêgoşeya hemkenar:

Pirgoşeyeke birêkûpêk e, ji ber ku dirêjahiyên her sê kenarên wê û pîvanên her sê goşeyên wê yeksan in û pîvana her goşeyekê 60° ye.



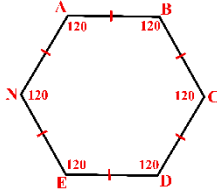
Dam:

Pirgoşeyeye birêkûpêk e, ji ber ku dirêjahiyên her çar kenarên wê û pîvanên her çar goşeyên wê yeksan in û pîvana her goşeyekê 90° ye.



Şeşgoşeya birêkûpêk:

Pirgoşeyeye birêkûpêk e, ji ber ku dirêjahiyên her şeş kenarên wê û pîvanên her şeş goşeyên wê yeksan in û pîvana her goşeyekê 120° ye.



Encam:

Pîvana her goşeyekê hundirîn a pirgoşeya birêkûpêk ku hejmara kenarên wê yeksanî (n) be bi vî awayî ye: $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

Mînak 1: Em pîvana goşeya hundirîn a heştgoşeya birêkûpêk bibînin:

$$\begin{aligned} \text{Pîvana goşeya hundirîn} &= \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} = \frac{(8-2) \times 180}{8} \\ &= \frac{6 \times 180}{8} = 135^\circ \end{aligned}$$

Mînak 2: Em hejmara kenarên pirgoşeya birêkûpêk a ku pîvana goşeyeke wê 120° ye, bibînin:

Em dizanin ku pîvana her goşeyeke hundirîn $= \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

$$120 = \frac{(n-2) \times 180}{n} \quad \Rightarrow \quad (n-2) \times 180 = 120n$$

$$\Rightarrow 180n - 360 = 120n$$

Em $(120n)$ ji her du aliyan derxin:

$$\Rightarrow 180n - 360 - 120n = 120n - 120n$$

$$\Rightarrow 60n - 360 = 0$$

$$\Rightarrow 60n - 360 + 360 = 360$$

$$\Rightarrow 60n = 360$$

$$\Rightarrow n = \frac{360}{60} = 6 \quad \text{hejmara kenaran e.}$$

Rêbazeke din:

Pîvana goşeya derve $= 180 -$ pîvana goşeya hundirîn

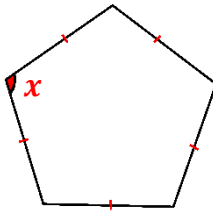
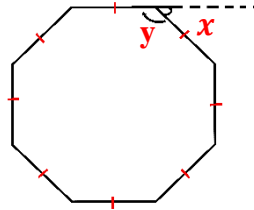
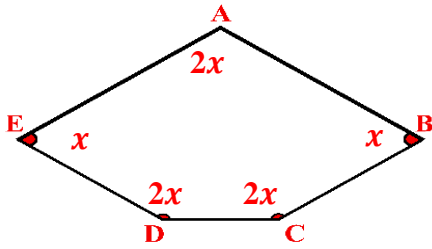
$$= 180 - 120 = 60^\circ$$

Em dizanin ku komkirina goşeyên derve $= 360^\circ$

Wê demê, hejmara kenaran $= 360 \div 60 = 6$

HÎNDARÎ

1. Em pîvanên goşeyên nenas bibînin:



2. Em hejmara kenarên pirgoşeya birêkûpêk a qop ku pîvana goşeyeke wê 140° be, bibînin.

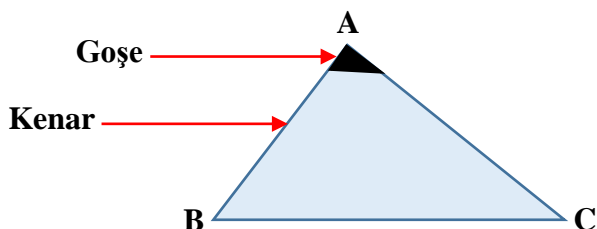
3. Heger pîvana goşeyeke derve ya pirgoşeyeke birêkûpêk yeksanî 30° be, em hejmara kenarên vê pirgoşeyê bibînin.

Komkirina pîvanên goşeyên wê yê hundirîn çi qas e?

WANEYA DUYEM: SÊGOŞE

Sêgoşe:

Pirgoşeyeke qop e, ji sê kenar û sê goşeyan pêk tê.

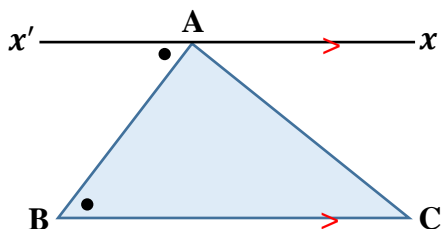


1- Komkirina pîvanên goşeyên sêgoşeyê:

* Em fêr bûne ku komkirina pîvanên goşeyên hundirîn ên sêgoşeyê, yeksanî 180° ye.

Ango: $\widehat{B} + \widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$

Tekezirin:



Em ji A rastekekê xêz bikin ku: $x'x \parallel BC$

Em dibînin ku:

$x'\widehat{A}B + B\widehat{A}C + C\widehat{A}x = 180^\circ$ ji ber ku goşeyeke rast e.

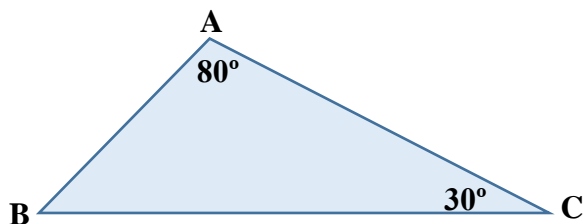
Lê belê:

$x'\widehat{A}B = A\widehat{B}C$ ji ber ku berovajî hundir in.

$C\widehat{A}x = A\widehat{C}B$ ji ber ku berovajî hundir in.

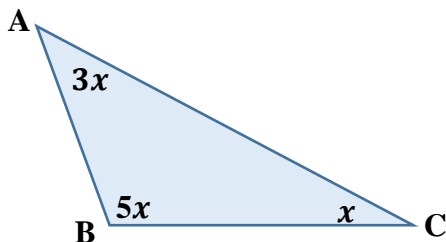
Wê demê: $A\widehat{B}C + B\widehat{A}C + A\widehat{C}B = 180^\circ$

Mînak 1: Em pîvana goşeya B bibînin:



$$\begin{aligned}\hat{B} + \hat{A} + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + 80^\circ + 30^\circ = 180^\circ \\ &\Rightarrow \hat{B} + 110^\circ = 180^\circ \\ &\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 110^\circ \\ &\Rightarrow \hat{B} = 70^\circ\end{aligned}$$

Mînak 2: Em pîvana her goşeyekê di sêgoşeya li jêr de bibînin:

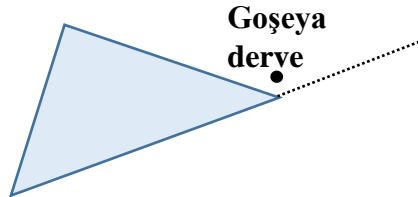


$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow 3x + 5x + x = 180 \\ &\Rightarrow 9x = 180 \\ &\Rightarrow \frac{9x}{9} = \frac{180}{9} \\ &\Rightarrow x = 20 \\ &\Rightarrow \hat{C} = 20^\circ \\ \hat{A} &= 3 \times 20 = 60^\circ \quad \hat{B} = 5 \times 20 = 100^\circ\end{aligned}$$

2- Di sêgoşeyê de goşeya derve:

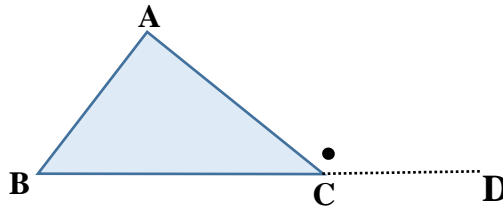
Goşeya derve:

Goşeya di navbera dirêjbûna kenarekê û kenara cîrana wê de ye.



* Pîvana goşeyeke derve ya sêgoşeyê, yeksanî komkirina pîvanên goşeyên hundirîn ên ne cîranê wê ne.

Tekezkin:



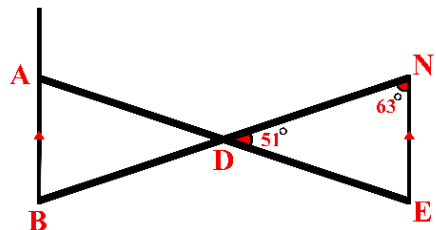
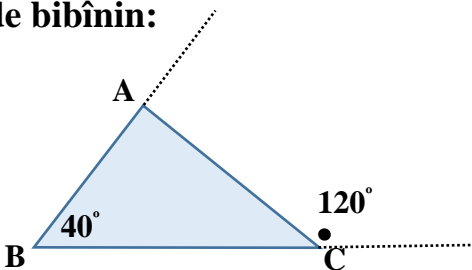
Em dibînin ku: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

Lê belê: $D\hat{C}A + B\hat{C}A = 180^\circ$ ji ber ku goşeya rast e.

Wê demê: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = D\hat{C}A + B\hat{C}A$

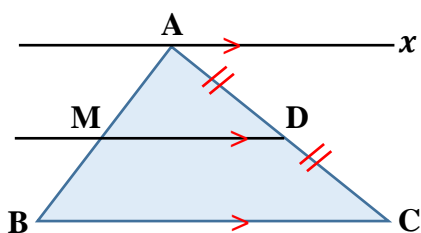
Em \hat{C} ji her du aliyên derxin: $\hat{A} + \hat{B} = D\hat{C}A$

Rahênan: Em pîvana \hat{A} ya derve bi pileyan di rewşên li jêr de bibînin:



3- Perçerastekên di sêgoşeyê de:

- * Perçerasteka di nîveka kenarekî re biçe û rastênhevî kenara sêyem be, wê demê di nîveka kenara sêyem re diçe.



Tekezirin:

ABC sêgoşe ye, tê de: D nîveka AC ye û $DM \parallel BC$

Em tekez bikin ku M nîveka AB ye.

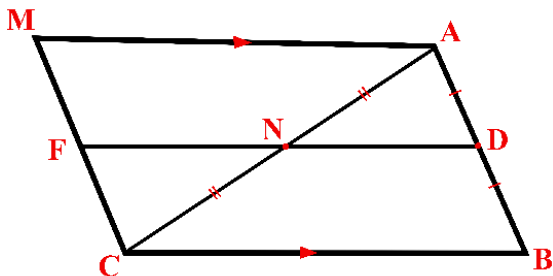
Em rasteka Ax xêz bikin ku rastênhevî BC be, wê demê em sê rastekên rastênhev û du rastekbiran bi dest dixin.

$$AD = DC \Rightarrow AM = MB \Rightarrow M \text{ nîveka } AB \text{ ye.}$$

Encam:

Di sêgoşeyekê de perçerasteka du nîvekên kenaran digihîne hev, rastênhevî kenara sêyem e û dirêjahiya wê yeksanî nivê dirêjahiya kenara sêyem e.

Mînak 1: Heger ABC sêgoşeya be ku tê de D nêveka AB , N nêveka AC û $BC \parallel AM$ be, em tekez bikin ku F nêveka MC ye.



Em dibînin ku di sêgoşeya ABC de:

D nêveka AB ye
 N nêveka AC ye

} $CB \parallel ND$

Di heman demê de em dibînin ku:

$ND \parallel CB$
 $MA \parallel CB$

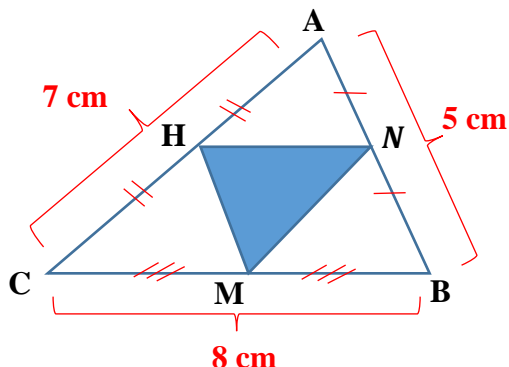
} $MA \parallel ND$

Em di sêgoşeya AMC de jî dibînin:

N nêveka AC ye
 $MA \parallel FN$

} F nêveka MC

Mînak 2: Heger ABC sêgoşeyek be ku tê de N nîveka AB , M nîveka CB û H nîveka CA be, em derdora sêgoşeya NMH bibînin:



Em dibînin ku di sêgoşeya ABC de:

N nîveka AB ye }
 H nîveka AC ye } $BC \parallel NH$

$$NH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} (8) = 4 \text{ cm}$$

N nîveka AB ye }
 M nîveka CB ye } $AC \parallel NM$

$$NM = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} (7) = 3.5 \text{ cm}$$

H nîveka CA ye }
 M nîveka CB ye } $AB \parallel HM$

$$HM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} (5) = 2.5 \text{ cm}$$

$$P = NH + HM + MN = 4 + 3.5 + 2.5 = 10 \text{ cm}$$

4- Teoriya Pythagoras (Fîsagors) :

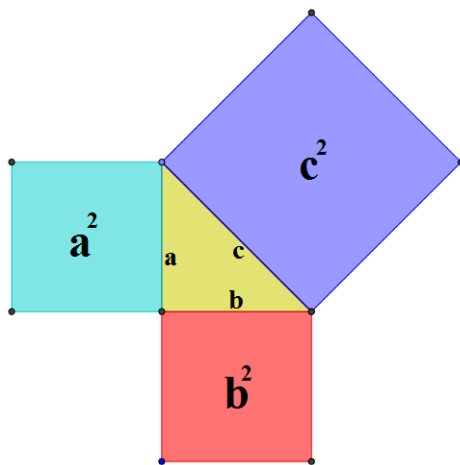
Ronîkirin:

Pythagoras (fîsagors) (495 – 570 bz)
filozof û zanyarekî Yûnanî ye.

Teoriya Pythagoras çêkir



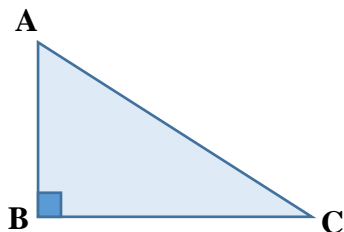
$$a^2 + b^2 = c^2$$



ABC sêgoşeyêke di B de tîk e.

Em ji AC re dibêjin jen (jen beramberî goşeya tîk e)

Em ji AB , BC re dibêjin kenarên tîk ji ber ku goşeya tîk çêdike.

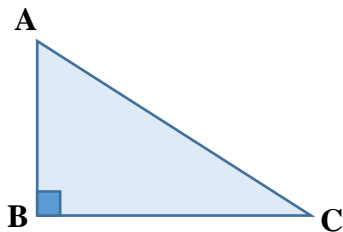


**Teoriya
pythagoras:**

Di sêgoşeya tîk de: Rûbera dama li ser jen çêkirî, yeksanî komkirina rûberên damên li ser kenarên tîk, çêkirî ye.

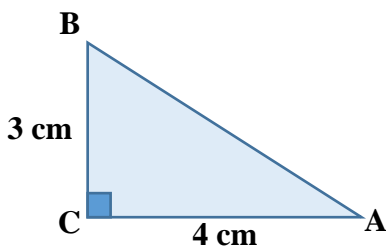
Ango: Di sêgoşeya ABC ya di B de tîk: $AB^2 + BC^2 = AC^2$

Jena wê AC dirêjtirîn kenara wê ye.



Sûd ji teoriya Pythagoras di hesabkirina dirêjahiya kenarekê di sêgoşeya tîk de, dema ku her du kenarên din diyar bin, tê girtin.

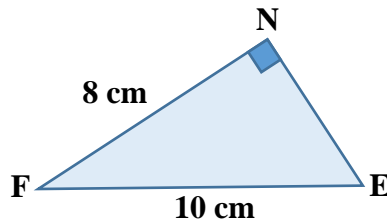
Mînak 1: Em dirêjahiya BA di sêgoşeya li jêr de bibînin:



$$\begin{aligned}\text{Li gorî Pythagoras: } BA^2 &= BC^2 + CA^2 \\ &= (3)^2 + (4)^2 \\ &= 9 + 16 \\ &= 25\end{aligned}$$

$$BA = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Mînak 2: Em dirêjahiya NE di sêgoşeya li jêr de bibînin:



Li gorî Pythagoras: $FE^2 = EN^2 + NF^2$

$$(10)^2 = EN^2 + (8)^2$$

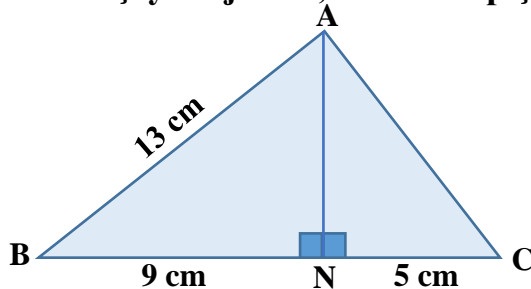
$$100 = EN^2 + 64$$

Em hejmara (4) ji her du aliyên derxînin:

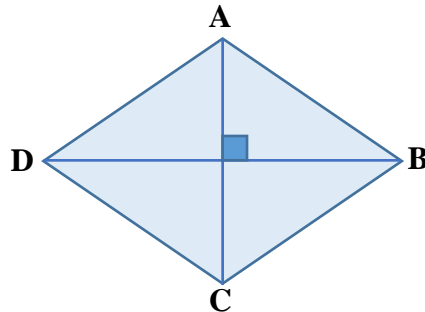
$$100 - 64 = EN^2$$

$$36 = EN^2 \Rightarrow EN = \sqrt{36} = 6$$

Rahênan 1: Di teşeya li jêr de, em AN û piştî AC bibînin:

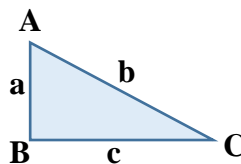


Rahênan 2: Em dirêjahiya kenara çargoşeya hemkenar a ku dirêjahiyên eşkêlên wê 6 cm û 8 cm be, bibînin:



✚ Teoriya vajiya Pythagoras:

Heger dirêjahiyên kenarên sêgoşeyekê a , b , h bin û $a^2 + b^2 = h^2$ pêk bîne, wê demê sêgoşe di sergoşeya beramberî kenara ku dirêjahiya wê h de, tîk e.



Mînak 1: Di teşeya li jêr de

sêgoşe tîk e yan na û jena wê kîjan e?

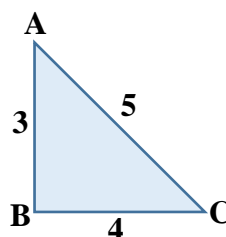
Dirêjtirîn kenar:

$$AC = 5 \Rightarrow AC^2 = (5)^2 = 25$$

$$AB^2 + BC^2 = (3)^2 + (4)^2 = 9 + 16 = 25$$

Em dibînin ku: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

Sêgoşe di B de tîk e û jena wê AC ye.



Mînak 2: Heger $AB = 8$ cm , $BC = 5$ cm û $AC = 7$ cm be, sêgoşeya ABC tîk e yan na?

Dirêjtirîn kenar: $AB = 8 \Rightarrow AB^2 = (8)^2 = 64$

$$AC^2 + BC^2 = (7)^2 + (5)^2 = 49 + 25 = 74$$

Em dibînin ku: $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$

Sêgoşe ne tîk e.

Teoriya
vajiya
pythagoras:

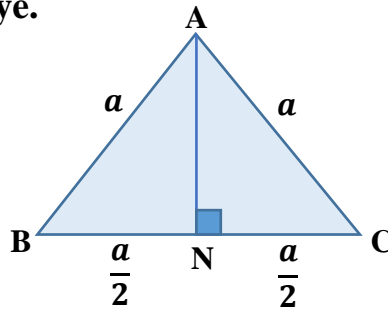
Heger komkirina damên dirêjahiyên du kenaran yeksanî dama kenara sêyem be, wê demê sêgoşe tîk e û jena wê kenara sêyem e.

✚ sêgoşeya hemkenar:

1- Dîtina bilindahiyê di sêgoşeya hemkenar de:

Heger ABC sêgoşeyeke hemkenar be ku dirêjahiya kenara wê a be, AN bilindahî ye.

Ji ber ku AN bilindahî ye, wê demê xêzika navîn, nîveka goşe û tewareyê ye.



Ji sêgoşeya tîk ANC li gorî pythagoras:

$$AC^2 = AN^2 + NC^2 \Rightarrow a^2 = AN^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow a^2 = AN^2 + \frac{a^2}{4}$$

Em $\frac{a^2}{4}$ ji her du aliyan derxin:

$$\Rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = AN^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = AN^2$$

$$\Rightarrow \frac{4a^2 - a^2}{4} = AN^2$$

$$\Rightarrow \frac{3a^2}{4} = AN^2$$

$$\Rightarrow AN = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

Encam:

Bilindahî di sêgoşeya hemkenar de ya ku dirêjahiya kenara wê a be bi vî awayî ye: $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

2- Hesabkirina rûbera sêgoşeya hemkenar:

$$S = \frac{\text{binke} \times \text{bilindahî}}{2} = \frac{BC \times AN}{2}$$

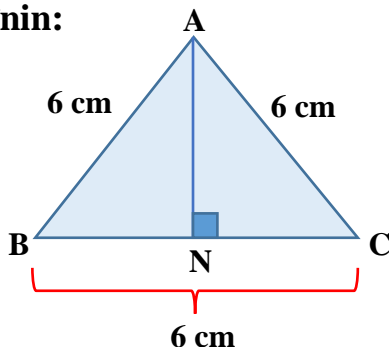
$$= \frac{a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



Rûbera sêgoşeya hemkenar a ku dirêjahiya kenara wê a be bi vî awayî ye: $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

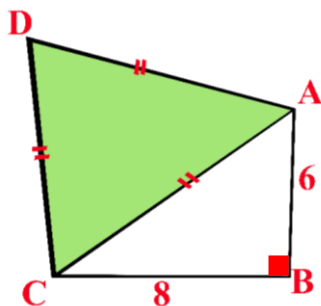
Mînak: Em bilindahî û rûbera sêgoşeya hemkenar a ku dirêjahiya kenara wê 6 cm ye, bibînin:



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

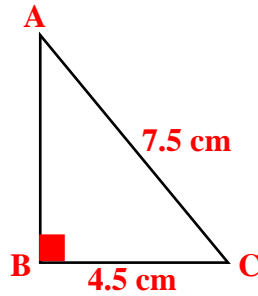
$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$$

Rahênan: Di teşeya li jêr de, em rûbera sêgoşeya DAC, bibînin:

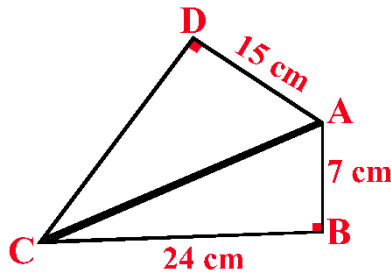


HÎNDARÎ

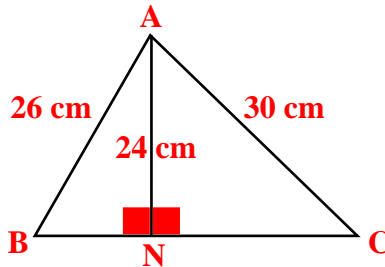
1. Em dirêjahiya AB di sêgoşeya ABC ya di B de tîk e, bibînin:



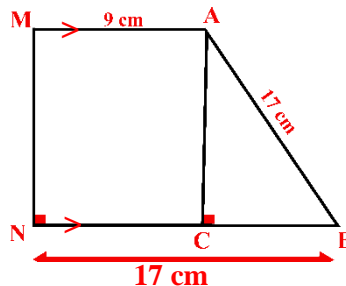
2. Di teşeya li jêr de, em dirêjahiya AC û piştire CD bibînin:



3. Di teşeya li jêr de, em rûbera sêgoşeya ABC, bibînin:



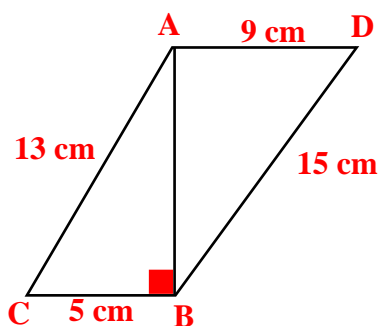
4. Di teşeya li jêr de, em rûbera kelketa ABNM, bibînin:



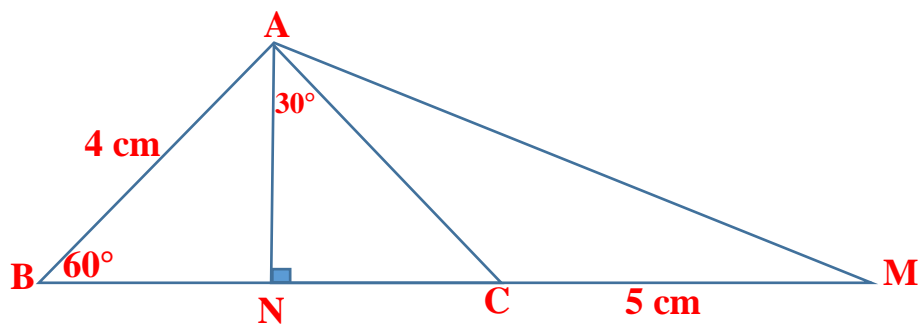
5. Gelo (6 , 8 , 10) dirêjahiyên kenarên sêgoşeyeke tîk, nîşan dikin yan na?

6. Gelo (3 , 4 , 8) dirêjahiyên kenarên sêgoşeyeke tîk, nîşan dikin yan na?

7. Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku sêgoşeya DAB, tîk e:

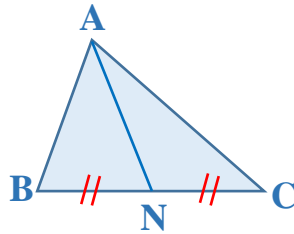


8. Di teşeya li jêr de, em rûbera sêgoşeya ABC û piştira sêgoşeya ACM, bibînin:



WANÉYA SÊYEM: DI SÊGOŞEYÊ DE XÊZIKÊN NAVÎN

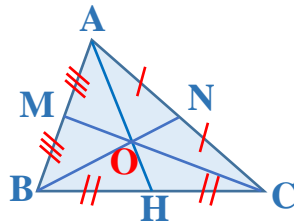
Em dizanin ku di sêgoşeyê de xêzika navîn, ew perçerasteka ku sergoşeya sêgoşeyê û nîveka kenara beramberî wê digihîne hev.



Em dibînin ku di sêgoşeya ABC de, AN xêzika navîn e.

- Di sêgoşeya ABC de:

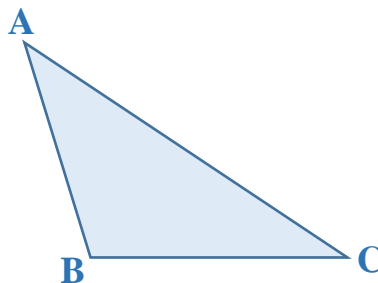
AH, BN, CM sê xêzikên navîn in ku di xalekê de digihêjine hev.



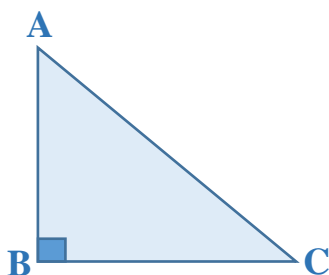
Encam:

Xêzikên navîn di sêgoşeyê de, di xaleke di hundirê sêgoşeyê de, digihêjine hev.
Ev xal, di fızıya de bi navê navenda giraniya sêgoşeyê tê naskirin.

Em her sê xêzikên navîn di sêgoşeya li jêr de xêz bikin, em çi dibînin?



Em her sê xêzikên navîn di sêgoşeya li jêr de xêz bikin, em çî dibînin?



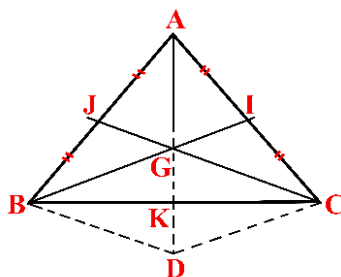
Teoriya (1):

Xala hevbirîna xêzikên navîn di sêgoşeyê de, her yek ji wan li du perçeyan parve dike ku her perçeyek du qatê ya din be û perçeyê kin bi aliyê kenarê ve ye.

Tekezirin:

Heger ABC sêgoşeyek be û I, J nîvekên kenarên AC û AB bin, em xala hevbirîn BI û CJ bi sembola G nîşan bikin.

Em tekez bikin ku AG xêzika navîn ji vê sêgoşeyê re a sêyem e û teoriya hatî xwestin encam bigirin.



Kar:

Em hevbera A li gorî xala G xêz bikin û bi sembola D nîşan bikin, wê demê: $AG = GD$

Di sêgoşeya ABD de: $BD \parallel JG \Rightarrow BD = 2 JG$

Di sêgoşeya ADC de: $DC \parallel GI \Rightarrow DC = 2 GI$

Çargoşeya BGCD kenarên rastênhev e, ji ber ku tê de her du kenarên beramber rastênhev in.

Eşkêlên kenarên rastênhev di nivî de hevqetîn in.

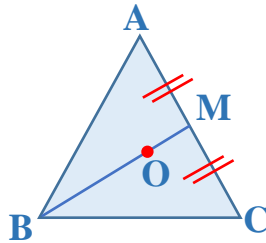
Ango: $BK = KC \Rightarrow AK$ di sêgoşeyê de, xêzika navîn a sêyem e.

Wê demê: $BG = 2 GI$ ji ber ku: $BG = DC \hat{=} DC = 2 GI$

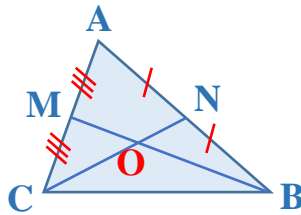
$CG = 2 GJ$ ji ber ku: $CG = BD \hat{=} BD = 2 GJ$

$AG = 2 GK$ ji ber ku: $AG = GD \hat{=} GK = KD$

Rahênan 1: Di sêgoşeya ABC de, O xala hevbirîna xêzikên navîn e, heger $BM = 12$ cm be, em $BO \hat{=} OM$ bibînin:

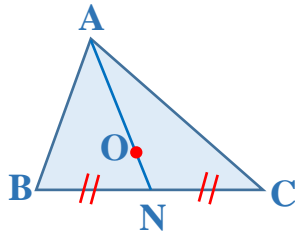


Rahênan 2: Di sêgoşeya ABC de, O xala hevbirîna xêzikên navîn e, heger $CN = 15$ cm, $BM = 18$ cm $\hat{=} AB = 20$ cm, em $ON \hat{=} OB$ bibînin $\hat{=} piştire$ derdora sêgoşeya ONB bibînin:



Rastiyek:

Heger AN xêzika navîn di sêgoşeya ABC de be $\hat{=} O$ xalek ji AN be $\hat{=} AO = 2ON$ be, wê demê: O xala hevbirîna xêzikên navîn di vê sêgoşeyê de ye.

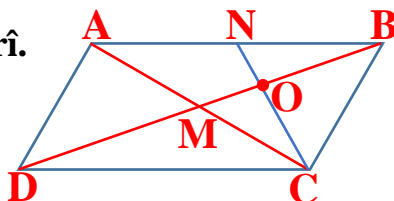


Mînak: ABCD kenarên rastênhev in û M xala hevbirîna eşkêlên wan e.

O xaleke li ser MB li gorî ku: $BO = 2OM$

CO hat xêzkirin û AB di N de birî.

Em tekez bikin ku $AN = BN$



Çare: Em dibînin ku ABCD kenarên rastênhev in \Rightarrow eşkêlên wê di nîvî de hevbirîn in.

\Rightarrow M nîveka AC ye \Rightarrow MB xêzika navîn e

Di sêgoşeya ABC de: $O \in MB$ û $BO = 2OM$

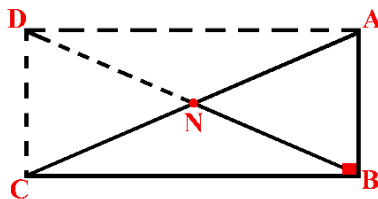
\Rightarrow O xala hevbirîna xêzikên navîn di sêgoşeya ABC de ye.

Di sêgoşeya ABC de, CN xêzika navîn e.

$\Rightarrow AN = BN$

Teoriya (2): Dirêjahiya xêzika navîn di sêgoşeya tîk de ya ku ji sergoşeya tîk tê xêzkirin, yeksanî nîvê dirêjahiya jena vê sêgoşeyê ye.

Heger ABC sêgoşeyeke di B de tîk be û BN xêzika navên be, em tekez bikin ku $BN = \frac{1}{2} AC$



Kar:

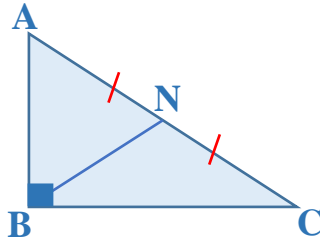
Heger D hevbera B be li gorî xala N $\Rightarrow ND = NB$ (N nîveka BD)

Di teşeya ABCD de: AC û BD di nêvî de hevbirîn in \Rightarrow teşeya ABCD kenarên rastênhev in.

$\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow$ teşeya ABCD milkêş e \Rightarrow eşkêlên wê yeksan in.

$BD = AC$ lê belê: $BN = \frac{1}{2} BD \Rightarrow BN = \frac{1}{2} AC$

Mînak: Di teşeya li jêr de, $AC = 6$ cm, em BN bibînin:



ABC sêgoşeyeke di B de tîk e û BN xêzika navîn e \Rightarrow

$$BN = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} (6) = 3 \text{ cm}$$

Teoriya (3):

Heger dirêjahiya xêzika navîn di sêgoşeyekê de ku ji sergoşeyekê xêzkirî be, yeksanî nivê dirêjahiya kenara beramberî wê sergoşeyê ye. Wê demê goşeya wê sergoşeyê tîk e.

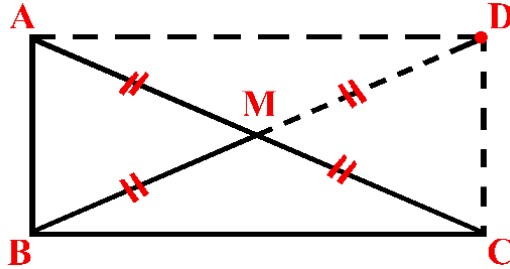
Heger ABC sêgoşeyek be û BM xêzika navîn be li gorî ku:

$$BM = AM = MC$$

$$\Rightarrow BM = \frac{1}{2} AC$$

Em tekez bikin ku:

$$\hat{B} = 90$$



Kar:

Em hevbera xala B li gorî M xêz bikin û bi sembola D nîşan bikin, wê demê: $BM = MD$

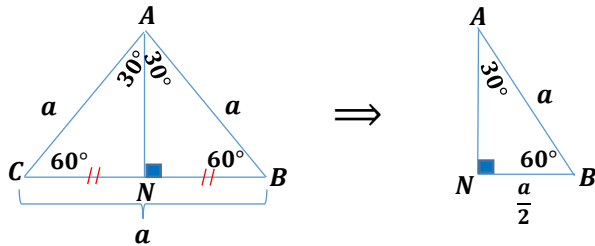
$$BM = \frac{1}{2} BD$$

$$BD = AC$$

$$BM = \frac{1}{2} AC$$

Di teşeya $ABCD$ de, AC û BD yeksan in û di nêvî de hevbirîn in. \Rightarrow Teşeya $ABCD$ milkêş e $\Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$

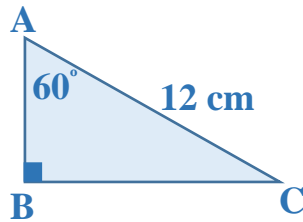
Encam: Di sêgoşeya tîk de, dirêjahiya kenara beramberî goşeya ku pîvana wê 30° be, yeksanî nivê dirêjahiya jenê û vajiya wê jî rast e.



Mînak: Di teşeya li jêr de, em AB bibînin:

Em pîvana goşeya C bibînin:

$$\begin{aligned} \widehat{C} &= 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) \\ &= 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$



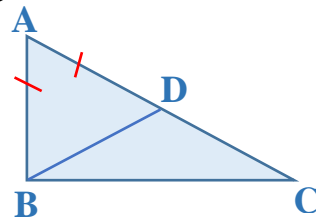
Di sêgoşeya ABC de ya di B de tîk: $\widehat{C} = 30^\circ$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2} AC \Rightarrow AB = \frac{1}{2} (12) = 6 \text{ cm}$$

Teoriya (4): Heger dirêjahiyên du kenaran di sêgoşeyekê de cuda bin, wê demê dirêjtirîn kenar beramberî mezintirîn goşeyê û vajiya wê jî rast e.

Heger ABC sêgoşeyek be ku: $AC > AB$

Em tekez bikin ku $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$



Kar:

Em xalekê D li ser kenara AC bibin ku: $AB = AD$

Wê demê sêgoşeya ABD duhemkenar e.

$$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ADB} \dots\dots\dots (1)$$

\widehat{ADB} goşeyêke derve ye di sêgoşeya BDC de.

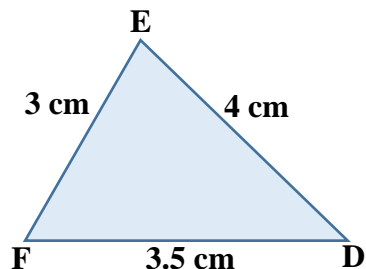
$$\Rightarrow \widehat{ADB} > \widehat{ACB} \dots\dots\dots (2)$$

Ji (1) û (2) em dibînin ku:

$$\widehat{ABD} > \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{ABC} > \widehat{ACB}$$

Mînak: Di sêgoşeya EFD de ya li jêr em pîvanên goşeyên wê berbipaş rêz bikin:

$$ED > DF > FE \Rightarrow \widehat{F} > \widehat{E} > \widehat{D}$$

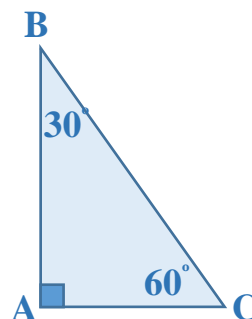


Ji ber ku heger dirêjahiyên kenarên sêgoşeyekê cuda bin, pîvanên goşeyên beramberî wan jî cuda ne û kenara dirêjtirîn beramberî goşeya mezintirîn e.

Teoriya vajî: Heger pîvanên du goşeyan di sêgoşeyekê de cuda bin, wê demê mezintirîn goşe beramberî kenara dirêjtirîn e û dirêjtirîn kenara sêgoşeyê beramberî mezintirîn goşeya sêgoşeyê ye û kintirîn kenara sêgoşeyê beramberî biçûktirîn goşeya sêgoşeyê ye.

Mînak: Di sêgoşeya ABC de ya li jêr em dirêjahiyên kenarên wê berbipaş rêz bikin:

$$\widehat{A} > \widehat{C} > \widehat{B} \Rightarrow BC > BA > AC$$



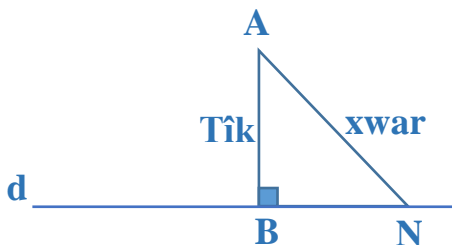
Ji ber ku heger pîvanên goşeyên sêgoşeyekê cuda bin, dirêjahiyên kenarên beramberî wan jî cuda ne û goşeya mezintirîn, beramberî kenara dirêjtirîn e.

Encam(1):

Di sêgoşeya tîk de, jen dirêjtirîn kenar e, ji ber ku beramberî goşeya mezintirîn e (90°).

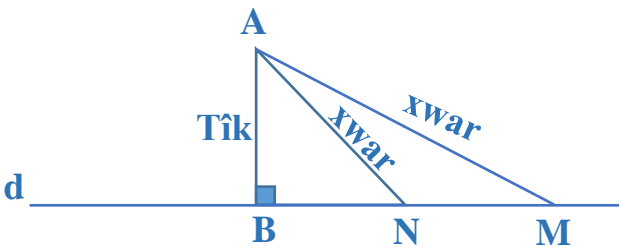
Encam(2):

Dirêjahiya rasteka tîk ji dirêjahiya rasteka xwar ku ji xalekê xêzkirî ne, biçûktir e.



Encam(3):

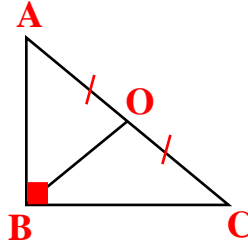
Heger durahiyên du rastekên xwar ji cihê rasteka tîk cuda bin, dirêjahiyên her du rastekên xwar cuda ne û dirêjtirîn rasteka xwar ji cihê rasteka tîk a herî dûr e.



HÎNDARÎ

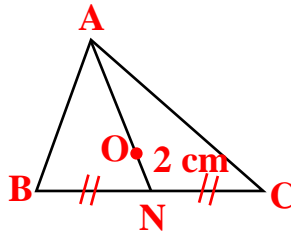
1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Heger di sêgoşeya li jêr de dirêjahiya $AC = 8$ cm be, dirêjahiya BO :



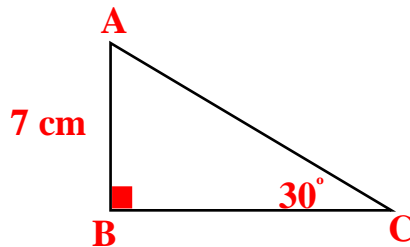
2 cm , 4 cm , 8 cm

- Heger O xala hevbirîna xêzikên navîn ên di sêgoşeya li jêr de be, wê demê dirêjahiya AN :



6 cm , 2 cm , 4 cm

- Dirêjahiya jena AC di sêgoşeya li jêr de:

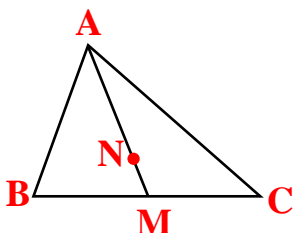


14 cm , 7 cm , 20 cm

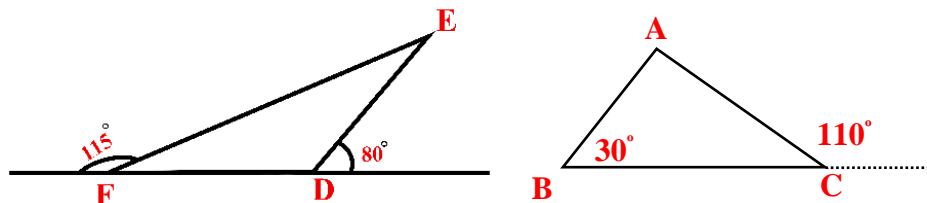
2. Heger ABC sêgoşeyeke ku tê de:

M nîveka BC , $N \in AM$, $AN = 20$ cm , $NM = 10$ cm

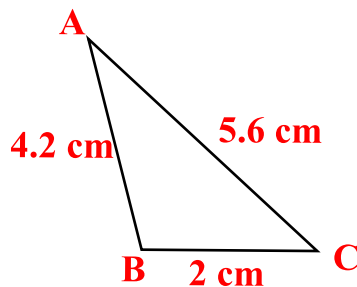
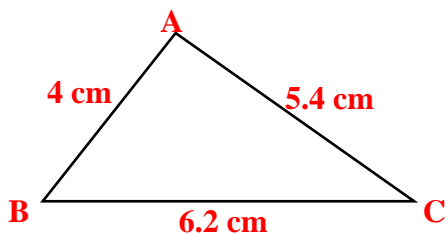
Çima N navenda giraniya sêgoşeya ABC ye?



3. Em pîvanên goşeyên sêgoşeya ABC berbipêş û pîvanên goşeyên sêgoşeya EDF berbipaş, rêz bikin:



4. Li gorî teşeyên li jêr, em valahiyan bi $>$ an $<$ dagirin:



\hat{A} \hat{C}

\hat{A} \hat{C}

\hat{B} \hat{C}

\hat{B} \hat{A}

\hat{A} \hat{B}

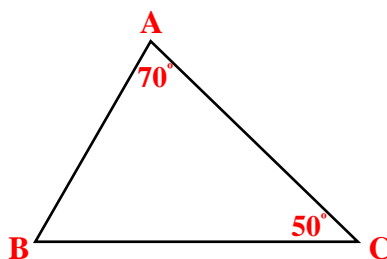
\hat{C} \hat{B}

5. Li gorî teşeyên li jêr, em valahiyan bi $>$ an $<$ an $\hat{=}$ dagirin:

AC AB

AC BC

AB BC

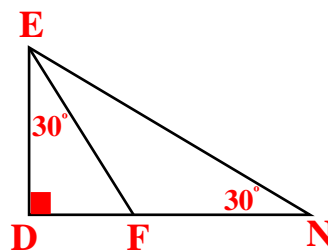


EN ED

ED FD

EN ND

EF FN

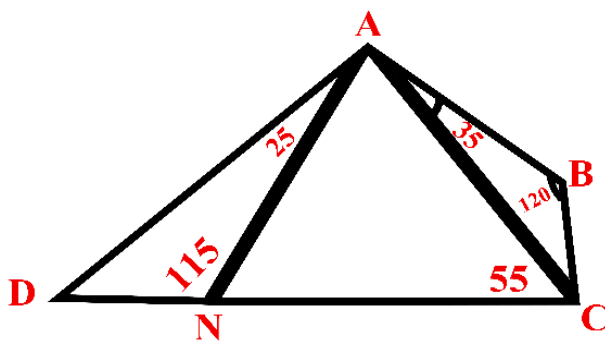


BC AB

CN AC

AN AD

CN AN

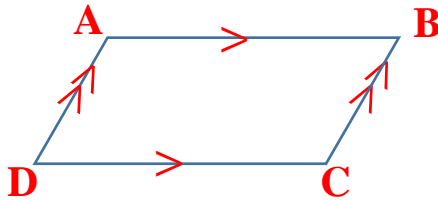


WANEYA ÇAREM: XWEZAYA TEŞEYA ÇARGOŞEYÎ

Li kenarên rastêhevê, veguhestina teşeya çargoşeyî.

1- Pênaseya kenarên rastêhev:

Pênase: Kenarên rastêhev, teşeyeke çargoşeyî ye ku her du kenarên beramber, rastêhev in.



$ABCD$ kenarên rastêhev in $\Rightarrow AB \parallel DC \quad \hat{u} \quad AD \parallel BC$

* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, kenarên rastêhev in. Bes e ku her du kenarên wê yên beramber, rastêhev bin.

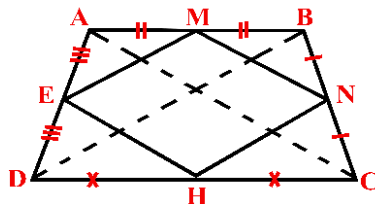


$ABCD$ teşeyeke çargoşeyî ye ku:
 $AB \parallel DC \quad \hat{u} \quad AD \parallel BC$

$ABCD$ kenarên rastêhev in.

Mînak: $ABCD$ ya li jêr teşeyeke çargoşeyî ye.

Em tekez bikin ku $MNHE$ kenarên rastêhev in.



- Di sêgoşeya ABC de:

N nîveka BC ye }
 M nîveka AB ye } MN \\\ AC (1)

(Di sêgoşeyekê de perçerasteka ku nîvekên du kenaran digihîne hev, rastênhevî kenara sêyem e)

- Di sêgoşeya ACD de:

E nîveka DA ye }
 H nîveka DC ye } EH \\\ AC (2)

Ji (1) û (2) em dibînin ku: MN \\\ EH

(Rastekên rastênhevî rasteka sêyem, rastênhev in.)

- Di sêgoşeya DBC de:

N nîveka CB ye }
 H nîveka DC ye } NH \\\ BD (3)

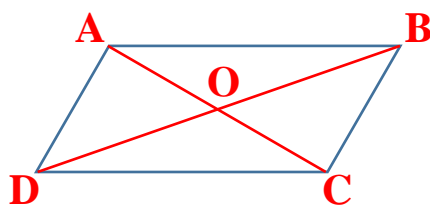
- Di sêgoşeya BAD de:

M nîveka AB ye }
 E nîveka AD ye } EM \\\ DB (4)

Ji (3) û (4) em dibînin ku: HN \\\ EM

⇒ Teşeya MNHE kenarên rastênhev in, ji ber ku her du kenarên beramber, rastênhev in.

2- Eşkêlên kenarên rastêhev, di nêvî de hevbirîn in:



Teşeya ABCD kenarên rastêhev in û O xala hevbirîna eşkêlên wê ye.



$$OB = OD$$

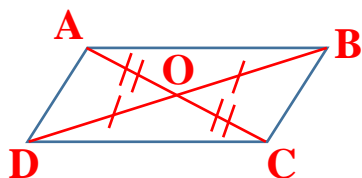
$$OA = OC$$

Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, kenarên rastêhev in. Bes e ku eşkêlên wê di nêvî de, hevbirîn bin.

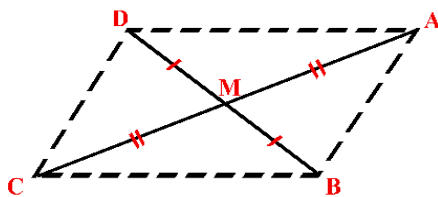
ABCD teşeyeke çargoşeyî ye û O xala hevbirîna eşkêlên wê ye. $OB = OD$ û $OA = OC$



ABCD kenarên rastêhev in.



Mînak: Li gorî teşeya li jêr, em tekez bikin ku ABCD kenarên rastêhev in:



$$MA = MC$$

$$MD = MB$$



Teşeya ABCD kenarên rastêhev in, ji ber ku eşkêlên wê di nêvî de, hevbirîn in.

3- Di kenarên rastênhev de, her du kenarên beramber yeksan in:

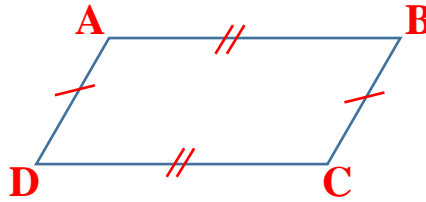


ABCD kenarên rastênhev in

$$AB = DC$$

$$AD = BC$$

* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, kenarên rastênhev in. Bes e ku her du kenarên wê yên beramber, yeksan bin.



ABCD teşeyeke çargoşeyî ye

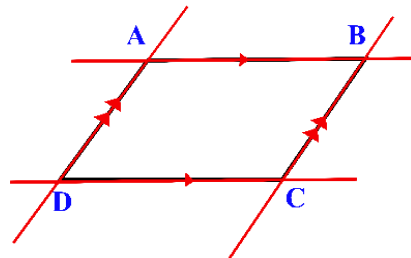
$$AB = DC \quad \hat{u} \quad AD = BC$$

ABCD kenarên rastênhev in.

Encam:

Heger di teşeyeke çargoşeyî de du kenarên beramberhev, rastênhev û yeksan bin, ew teşe kenarên rastênhev in.

4- Di kenarên rastênhev de, her du goşeyên beramber yeksan in.



ABCD kenarên rastênhev in

$$\hat{A} = \hat{C}$$

$$\hat{B} = \hat{D}$$

$AB \parallel DC$

BC rastekbir e

} \widehat{B} tamamkera \widehat{C} ji ber goşeyên hundirîn in.... (1)

$BC \parallel AD$

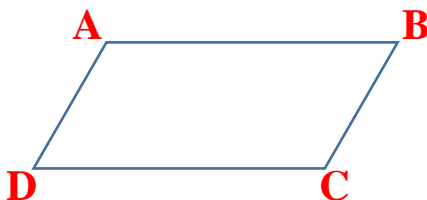
DC rastekbir e

} \widehat{C} tamamkera \widehat{D} ji ber goşeyên hundirîn in.... (2)

Ji (1) û (2) em dibînin ku: $\widehat{B} = \widehat{D}$ ji ber ku tamamkerên goşeyekê yeksan in.

Bi heman rêbazê em dibînin ku: $\widehat{A} = \widehat{C}$

* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, kenarên rastênhev in. Bes e ku her du goşeyên wê yên beramber, yeksan bin.

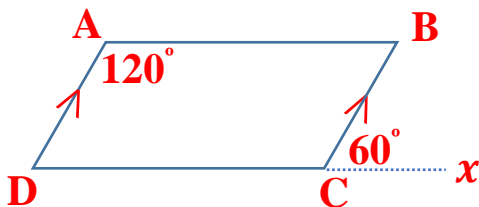


ABCD teşeyeke çargoşeyî ye

$$\widehat{B} = \widehat{D} \quad \hat{u} \quad \widehat{A} = \widehat{C}$$

ABCD kenarên rastênhev in.

Mînak: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku ABCD kenarên rastênhev in.



Em dibînin ku:

$$\widehat{BCD} = 180 - 60 = 120^\circ \text{ ji ber ku tamamkera } \widehat{BCx} \text{ e.}$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{C} = 120^\circ$$

$$\widehat{D} = \widehat{BCx} = 60^\circ \text{ sîmetrîk in}$$

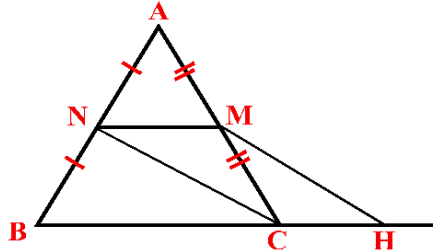
$\widehat{B} = 360 - (120 + 120 + 60) = 60^\circ$ ji ber ku komkirina goşeyên hundirîn ên teşeyên çargoşeyî yeksanî 360° ye.

$$\widehat{D} = \widehat{B} = 60^\circ$$

Em dibînin ku teşe, kenarên rastêhev in. Ji ber her du goşeyên wê yê beramber, yeksan in.

Mînak: Di teşeya li jêr de, $CH = \frac{1}{2} BC$

Em tekez bikin ku teşeya NMHC, kenarên rastêhev in.



Em di sêgoşeya ABC de dibînin ku:

N nîveka AB ye

M nîveka AC ye

$$NM \parallel BC \Rightarrow NM \parallel CH$$

$$NM = \frac{1}{2} BC = CH$$

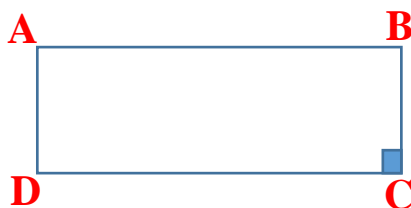
\Rightarrow Teşeya NMHC, kenarên rastêhev in. Ji ber ku du kenarên beramber NM û CH rastêhev û yeksan in.

✚ Veguhestina kenarên rastênhev li milkêşê:

1- Pênaseya milkêşê:

Pênase:

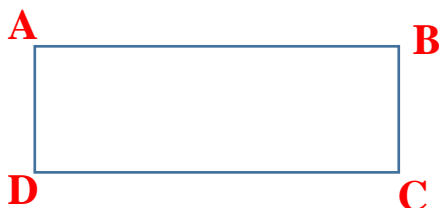
Milkêş, kenarên rastênhev in heger goşeyeke wê tîk be.



ABCD milkêş e

ABCD kenarên rastênhev in û goşeyeke wê tîk e.

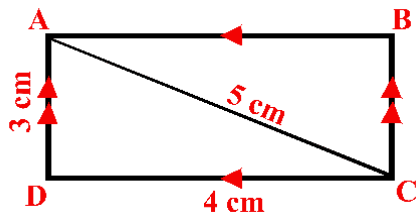
* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, milkêş e. Bes e ku kenarên wê rastênhev be û goşeyeke wê tîk be.



ABCD kenarên rastênhev in ku $\hat{B} = 90^\circ$

ABCD milkêş e

Mînak: Em tekez bikin ku teşeya ABCD milkêş e.



$AB \parallel DC$
 $AD \parallel BC$

Teşeya ABCD kenarên rastêhev in.

Em tekez bikin ku goşeyeke wê tîk e.

Li gorî teoriya vajiya Pythagoras di sêgoşeya ADC de:

$$AC = 5 \text{ cm} \Rightarrow AC^2 = (5)^2 = 25$$

$$AD^2 + DC^2 = (3)^2 + (4)^2$$

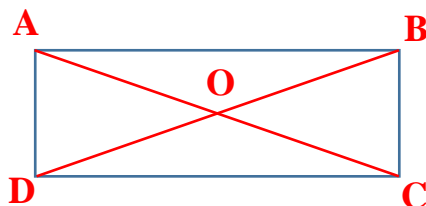
$$= 9 + 16$$

$$= 25$$

$$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + DC^2$$

Sêgoşeya ADC di D de tîk e \Rightarrow Teşeya ABCD kenarên rastêhev in û tê de \widehat{D} tîk e \Rightarrow Teşe milkêş e.

2- Eşkêlên milkêşê yeksan in:

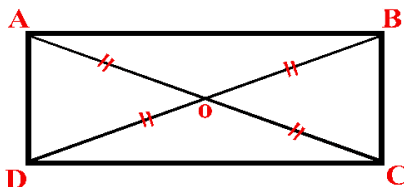


ABCD milkêş e

Eşkêlên wê yeksan in \Rightarrow

$$AC = BD$$

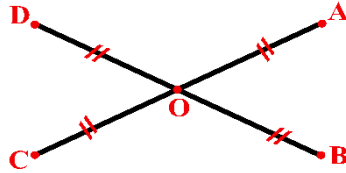
* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, milkêş e. Bes e ku kenarên rastêhev in û her du eşkêlên wê yeksan in.



ABCD kenarên rastênhev in
ku $BD = AC$

ABCD milkêş e

Mînak: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku ABCD milkêş e.



$$OA = OC$$

$$OB = OD$$

Eşkel di nêvî de hevbirîn in

\Rightarrow Teşeya ABCD kenarên rastênhev in.

$AC = BD \Rightarrow$ Eşkel yeksan in.

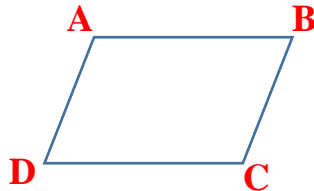
Em dibînin ku teşe milkêş e. Ji ber ku kenarên rastênhev in û eşkêlên wê, yeksan in.

✚ Veguheştina kenarên rastênhev li çargoşeya hemkenar:

1- Pênaseya çargoşeya hemkenar:

Pênase:

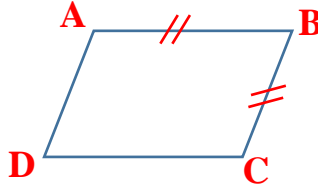
Çargoşeya hemkenar, kenarên rastênhev e ku du kenarên wê yên cîran yeksan in.



ABCD çargoşeya
hemkenar e

ABCD kenarên rastênhev in
ku $AB = BC$

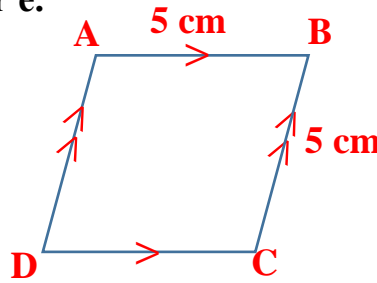
* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, çargoşeya hemkenar e. Bes e ku kenarên rastênhev in û du kenarên wê yê cîran yeksan in.



ABCD kenarên rastênhev in
ku $AB = BC$

ABCD çargoşeya
hemkenar e

Mînak: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku ABCD çargoşeya hemkenar e.



Em dibînin ku:

$AB \parallel DC$

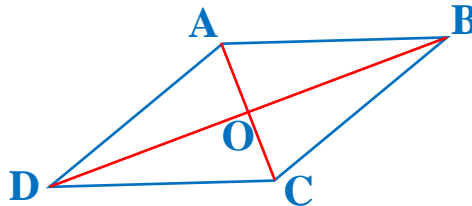
$AD \parallel BC$

Teşeya ABCD kenarên rastênhev in, tê de:

$AB = BC = 5 \text{ cm}$

\Rightarrow Teşe çargoşeya hemkenar e.

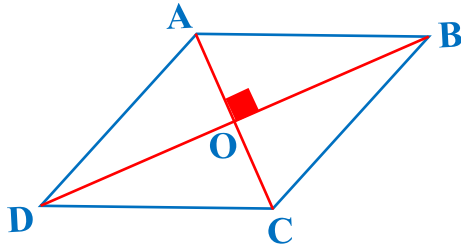
2- Eşkêlên çargoşeya hemkenar hevtîk in:



ABCD çargoşeya
hemkenar e

ABCD kenarên rastênhev in
ku $AC \perp BD$

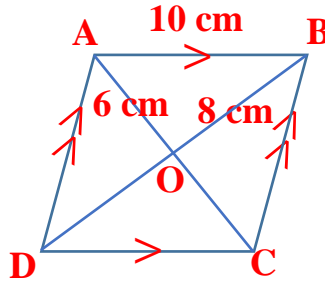
* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, çargoşeya hemkenar e. Bes e ku kenarên rastênhev be û her du eşkêlên wê hevîk bin.



ABCD kenarên rastênhev in
ku $AC \perp BD$

ABCD çargoşeya
hemkenar e

Mînak: Em tekez bikin ku teşeya li jêr, çargoşeya hemkenar e.



$AB \parallel DC$

$AD \parallel BC$

Teşeya ABCD kenarên rastênhev in.

Di sêgoşeya ABO de, ji bo tekezkirina hevîkiya eşkêlên kenarên rastênhev, em vajiya Pythagoras bi kar bînin.

$$AB = 10 \text{ cm} \Rightarrow AB^2 = (10)^2 = 100$$

$$AO^2 + OB^2 = (6)^2 + (8)^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow AB^2 = AO^2 + OB^2$$

Em dibînin ku sêgoşeya di O de tîk e $\Rightarrow AC \perp BD$

\Rightarrow Teşeya çargoşeya hemkenar e. Ji ber ku kenarên rastênhev in û eşkêlên wê hevîk in.

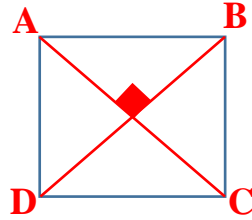
✚ Dam:

Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, dam e. Bes e em rewşekê ji rewşên li jêr tekez bikin:

1. Heger her du eşkêlên milkêşê hevtîk bin, dam e.
2. Heger goşeyeke çargoşeya hemkenar tîk be, dam e.
3. Heger eşkêlên çargoşeya hemkenar yeksan bin, dam e.

Mînak 1: ABCD milkêş e û $AC \perp BD$

Em encamê bigirin ku ABCD dam e.

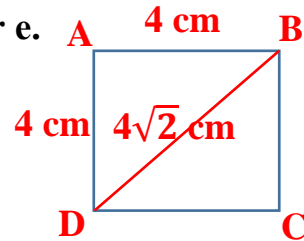


Em dibînin ku ABCD milkêş e û $AC \perp BD$

\Rightarrow Teşeya ABCD dam e, ji ber ku milkêş e û eşkêlên wê hevtîk in.

Mînak 2: ABCD çargoşeya hemkenar e.

Em encamê bigirin ku ABCD dam e.



ABCD çargoşeya hemkenar e, em tekez bikin ku goşeya A tîk e.

Li gorî vajiya Pythagoras:

$$DB = 4\sqrt{2} \Rightarrow DB^2 = (4\sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32$$

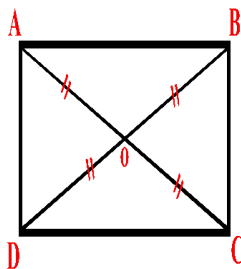
$$DA^2 + AB^2 = (4)^2 + (4)^2 = 16 + 16 = 32$$

$$\Rightarrow DB^2 = DA^2 + AB^2$$

\Rightarrow Sêgoşeya DAB di A de tîk e $\Rightarrow \hat{A}$ tîk e \Rightarrow Teşeya ABCD dam e, ji ber ku çargoşeya hemkenar e, goşeyeke wê tîk e.

Mînak 3: ABCD çargoşeya hemkenar e, tê de: $AC = BD$

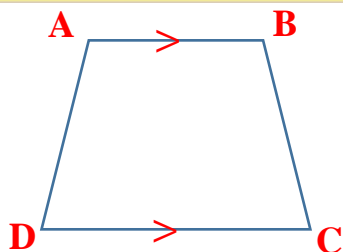
Em encamê bigirin ku ABCD dam e.



Ji ber ku teşe çargoşeya hemkenar e û eşkêlên wê yeksan in, wê demê teşe dam e.

✚ Kelkot:

Pênase: Teşeyeke çargoşeyî ye, tê de du kenarên tenê yên beramber rastênhev in û ne yeksan in û her du kenarên din xwar in.



ABCD kelkot e.



$AB \parallel DC$
 $AB \neq DC$

* Heta em tekez bikin ku teşeya çargoşeyî, kelkot e. Bes e ku her du kenarên wê yên beramber, rastênhev û ne yeksan bin.

ABCD teşeyeke çargoşeyî ye ku $AB \parallel DC$ û $AB \neq DC$



ABCD kelkot e

Mînak: ABC sêgoşeyêke û M, N nîvekên kenarên AB û AC ne.

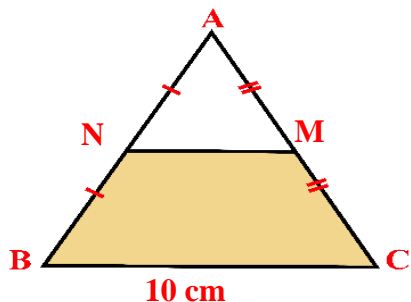
Em tekez bikin ku çargoşeya NMCB kelkote.

Em dibînin ku:

M nîveka AC ye

N nîveka AB ye

$NM \parallel BC$



$$MN = \frac{1}{2} (BC)$$

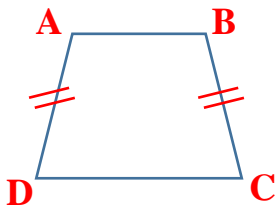
$$= \frac{1}{2} (10) = 5 \text{ cm}$$

(ji ber ku di sêgoşeyê de, perçerasteka ku nîvekên du kenaran digihîne hev, rastênhevî kenara sêyem e û yeksanî nîvê wê ye.)

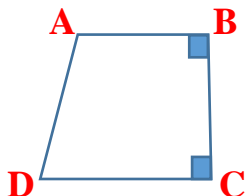
Em dibînin ku teşe kelkote, ji ber ku her du kenarên wê tenê yên beramber rastênhev in û ne yeksan in.

Têbînî:

1. Heger dirêjahiyên her du kenarên xwar yeksan bin, dibe kelkote du hemkenar û goşeyên binkeyê yeksan in:



2. Heger kenarekî xwar li ser her du binkeyan tîk be, dibe kelkote tîk:



HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Heger eşkêlên kenarên rastêhev hevîk bin, wê demê dibe:

Milkêş , çargoşeya hemkenar , dam

- Heger goşeyeke kenarên rastêhev tîk be, wê demê dibe:

Milkêş , çargoşeya hemkenar , dam

- Heger dirêjahiyên du kenarên cîran di kenarên rastêhev de yeksan bin, wê demê dibe:

Milkêş , çargoşeya hemkenar , dam

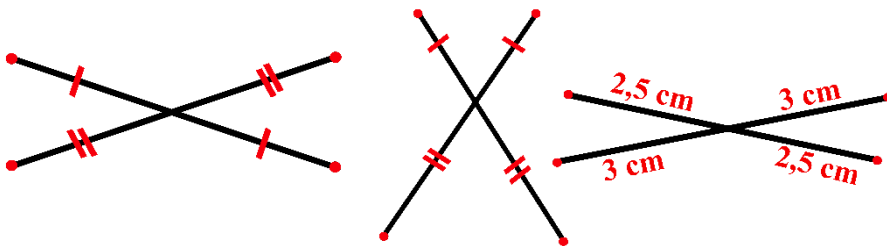
- Heger dirêjahiyên eşkêlên kenarên rastêhev yeksan bin, wê demê dibe:

Milkêş , çargoşeya hemkenar , dam

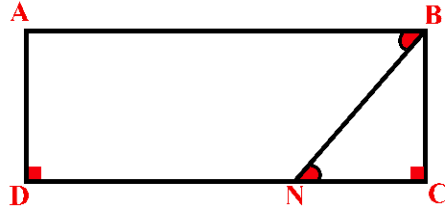
- Heger dirêjahiyên eşkêlên kenarên rastêhev yeksan û hevîk bin, wê demê dibe:

Milkêş , çargoşeya hemkenar , dam

2. Di teşeyên li jêr de yên ku eşkêlên wan hatine xêzkirin, kîjan kenarên rastêhev in.



3. Di teşeya li jêr de:

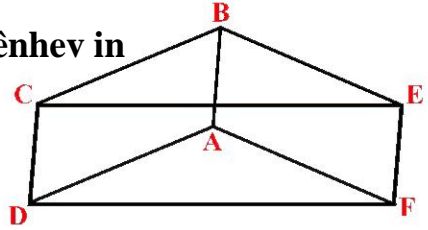


- Heger $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ be, em tekez bikin ku $AD \parallel BC$
- Heger $\hat{ABN} = \hat{BNC}$ be, em tekez bikin ku $AB \parallel DC$
- Em tekez bikin ku ABCD milkêş e.
- Gelo çargoşeya ABCD milkêş e yan na û çima?

4. ABCD û AB EF kenarên rastênhev in

Em tekez bikin ku teşeya

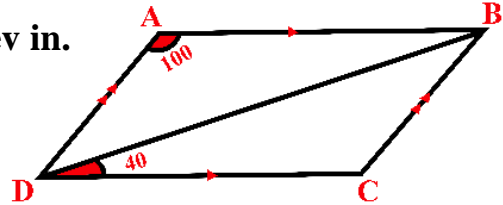
CEFD kenarên rastênhev in.



5. ABCD kenarên rastênhev in.

Em tekez bikin

ku çargoşeya hemkenar e.



6. Di teşeya li jêr de, ABCD kelkota du hemkenar e.

- Em yeksaneyiya sêgoşeyên

ADM û BNC tekez bikin.

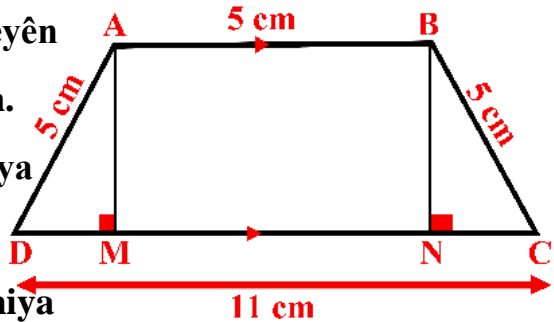
- Em tekez bikin ku teşeya

ABNM milkêş e.

- Em dirêjahiya bilindahiya

kelkotê BN bibînin.

- Em rûbera kelkotê bibînin.



BEŞA SÊYEM: PIRAMÎD

1. RÛBERA KÊLEKÊ Û YÊ TEVAHIYÊ YÊ PIRAMÎDÊ

2. QEBAREYA PIRAMÎDÊ

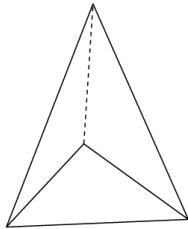
WANEYA YEKEM: RÛBERA KÊLEKÊ Û YÊ TEVAHIYÊ YÊ PIRAMÎDÊ

1- Pênaseya piramîdê:

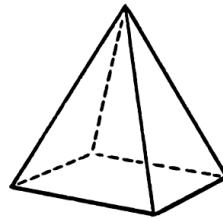
Teşeyêke geometrî ye, girêdayî şaristaniya feroniyan e. Beriya 5000 sal piramîd li bakurê Afrîkayê hatine avakirin.



Em her du teşeyên li jêr bibînin:



(1)

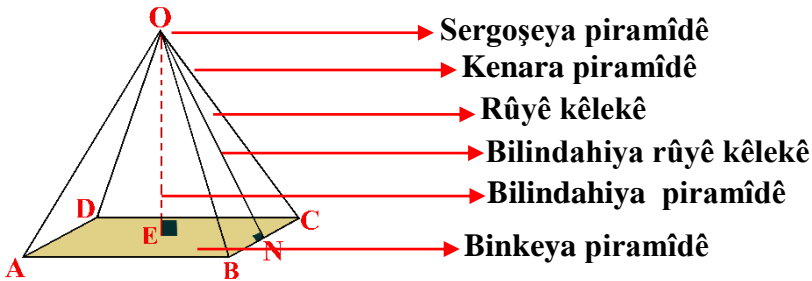


(2)

- Rûyên kêlekê, sêgoşeyên ku bi sergoşeyekê hevbeş in, bi navê sergoşeya piramîdê tê naskirin.
- Binke di teşeya yekem de, sêgoşe ye. Lê belê di teşeya duyem de çargoşe ye.
- Hejmara kenarên di teşeya yekem de = 6
- Hejmara kenarên di teşeya duyem de = 8

Pênaseya piramîdê:

Gewdeya ku ji rûyên kêlekê yê sêgoşe û binkeyekê tenê (sêgoşe, çargoşe) pêk tê. Rûyên kêlekê di xalekê de li jora piramîdê digihêjine hev û bi navê sergoşeya piramîdê, tê naskirin.



- Piramîd li gorî hejmara kenarên binkeya wê tê binavkirin.

Piramîda sêgoşeyî: Binkeya wê sêgoşe ye.

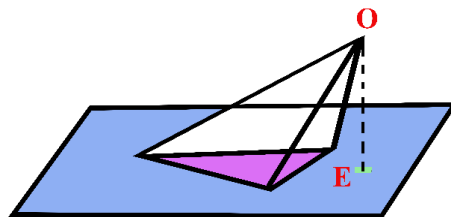
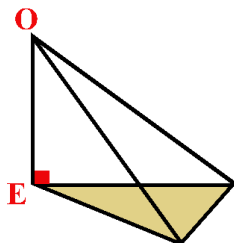
Piramîda çargoşeyî: Binkeya wê çargoşe ye

- **Bilindahiya piramîdê OE:** Ew rasteka tîk a ku sergoşeyê û binkeyê digihîne hev.
- **Bilindahiya rûyê kêlekê ON:** Ew Rasteka tîk a ku sergoşeyê û kenareke binkeyê digihîne hev.
- Piramîd bi sembola **O.ABCD** tê nîşankirin.



Têbînî (1):

Belkî bilindahiya piramîdê di hundirê binkeyê yan jî derveyî wê be û belkî kenareke piramîdê jî be.

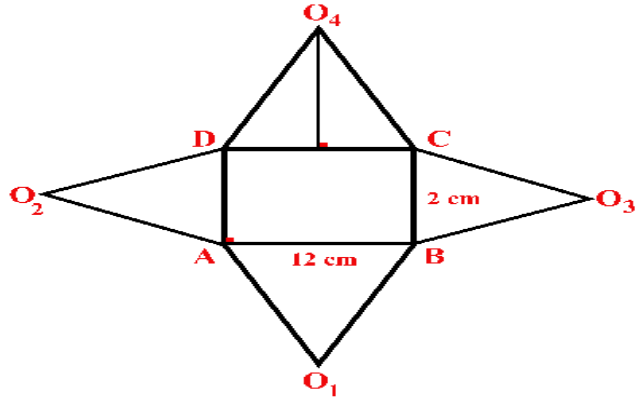
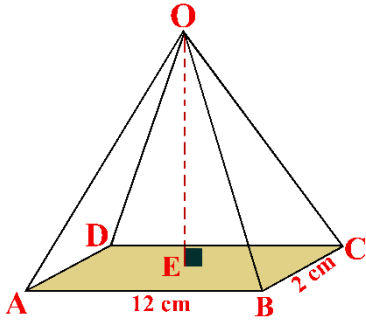




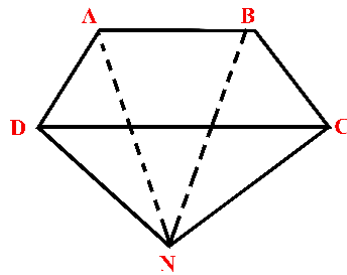
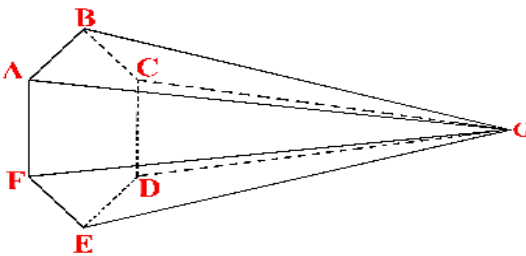
Di rewşa piramîda birêkûpêk de, bilindahiya piramîdê ew rasteka tîk e ku sergoşeya piramîdê û navenda binkeyê digihîne hev.

Tora piramîdê:

Em tora piramîdeke ku binkeya wê milkêş be, xêz bikin:



Rahênan 1: Em binke û sergoşeyê di piramîdên li jêr de bi nav bikin:



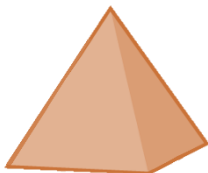
Binke:

Binke:

Sergoşe:

Sergoşe:

Rahênan 2: Ji bo em piramîda sêgoşeyî û çargoşeyî bi dest bixin, em xêzkirina teşeyên li jêr berdewam bikin:



✚ Pîramîda birêkûpêk:

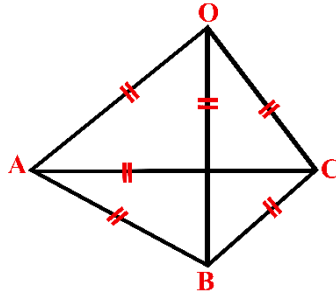
Pênase:

Pîramîda ku binkeya wê pirgoşeyeke birêkûpêk e (sêgoşeya hemkenar an jî dam ...) û rûyên wê yê kêlekê sêgoşeyên du hemkenar û yeksanî ne.

✚ Çargoşeya rû ya birêkûpêk:

Pênase:

Pîramîdeke sêgoşeyî ye, hemû rûyên wê sêgoşeyên hemkenar in, em dikarin her çar rûyên wê bikin binke.



2- Rûbera tevahî yê pîramîda birêkûpêk:

1. Rûbera kêlekê yê pîramîdê = hejmara rûyên kêlekê × rûbera rûyekî tenê

$$S_L = n \times \left(\frac{1}{2} b \cdot h\right) \quad : \quad n: \text{Hejmara rûyan e}$$

b: Dirêjahiya binkeya sêgoşeyê ye

h: Binkeya sêgoşeyê ye.

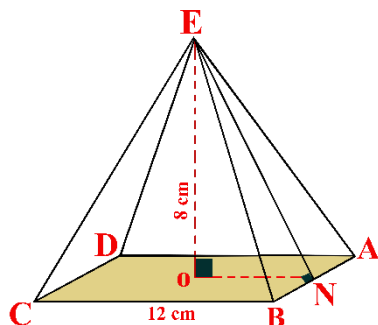
2. Rûbera tevahî yê pîramîdê = rûbera kêlekê + rûbera binkeyê

$$S_T = S_L + S_b \quad : \quad S_T: \text{Rûbera tevahî ye.}$$

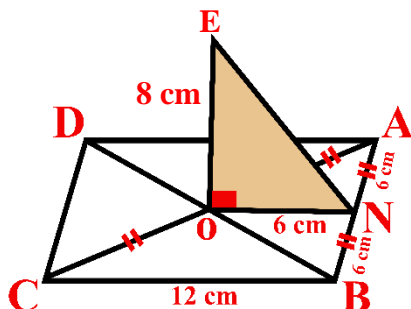
S_b: Rûbera binkeyê ye.

Mînak 1: Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke çargoşeyî ya birêkûpêk 12 cm ye û bilindahiya piramîdê 8 cm ye.

Em rûbera kêlekê û yê tevahî yê piramîdê bibînin:



Kar:



Dema xêzkirina bilindahiyê di her rûyekî de, dibe xêzika navîn. Ji ber ku rûyên wê sêgoşeyên duhemkenar in.

$ON = \frac{1}{2} (12) = 6 \text{ cm}$ ji ber ku di sêgoşeya ABC de, perçerasteka ku nîvekên du kenaran digihîne hev, rastênhevî kenara sêyem e û yeksanî nivê wê ye.

Di sêgoşeya EON de ya tîk, li gorî Pythagoras:

$$\begin{aligned}
 EN^2 &= EO^2 + ON^2 \\
 &= (8)^2 + (6)^2 \\
 &= 64 + 36 \\
 &= 100
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow EN = 10 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Rûbera kêlekê: } S_L &= n \times \left(\frac{1}{2} b \cdot h\right) \\
 &= 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10\right) \\
 &= 240 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

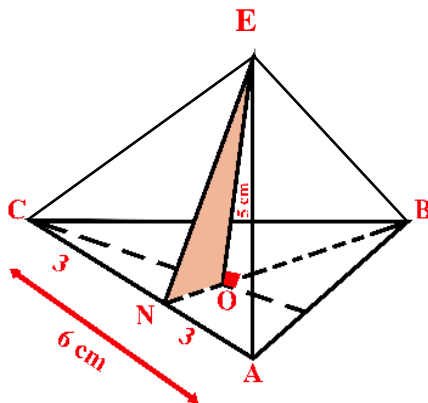
$$\begin{aligned}
 \text{Rûbera tevahiyê: } S_T &= S_L + S_b \\
 &= 240 + 12 \times 12 \\
 &= 240 + 144 \\
 &= 384 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Rahênan 1: Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke ku binkeya wê dam be 8 cm ye û bilindahiya her rûyekî 5 cm ye.

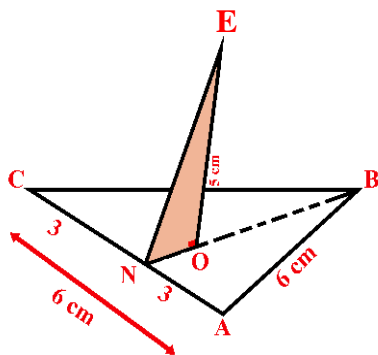
- Em bilindahiya piramîdê bibînin.
- Em rûbera kêlekê ya piramîdê bibînin.
- Em rûbera tevahî ya piramîdê bibînin.

Mînak 2: Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke sêgoşeyî ya birêkûpêk 6 cm ye û bilindahiya piramîdê 5 cm ye.

Em rûbera kêlekê û ya tevahî ya piramîdê bibînin.



Kar:



Em destpêkê dirêjahiya xêzika navîn an jî bilindahiya sêgoşeya ABC bi rêya Pythagoras an jî rêgeza bilindahiya sêgoşeya hemkenar, bibînin.

$$BN = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Em dizanin ku xala hevbirîna xêzikên navîn di sêgoşeyê de xêzika navîn dike du perçeyên ku perçeyek du qatên a din be.

$$ON = \frac{1}{3} BN = \frac{1}{3} (3\sqrt{3}) = \sqrt{3} \text{ cm}$$

Li gorî Pythagoras di sêgoşeya EON de ya tîk:

$$\begin{aligned} EN^2 &= EO^2 + ON^2 \\ &= (5)^2 + (\sqrt{3})^2 = 25 + 3 = 28 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow EN = \sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Rûbera kêlekê: } S_L &= n \times \left(\frac{1}{2} b \cdot h\right) = 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{7}\right) \\ &= 18\sqrt{7} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

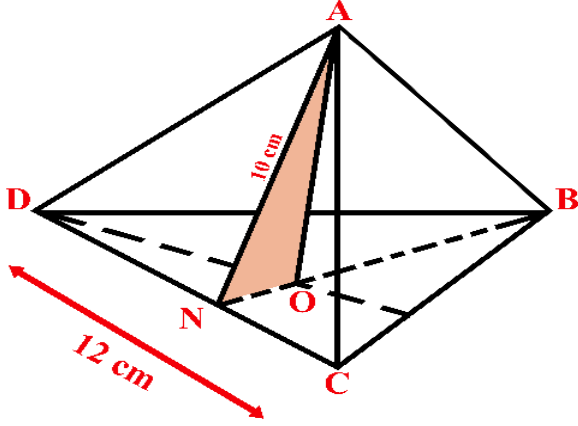
$$\text{Rûbera binkeyê. } S_b = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Rûbera tevahiyê: } S_T &= S_L + S_b = 18\sqrt{7} + 9\sqrt{3} \\ &= 9(2\sqrt{7} + \sqrt{3}) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Rahênan 2: Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke sêgoşeyî ya birêkûpêk 12 cm ye û bilindahiya her rûyekî 10 cm ye.

- Em bilindahiya piramîdê bibînin.

- Em rûbera kêlekê û ya tevahî ya piramîdê bibînin.

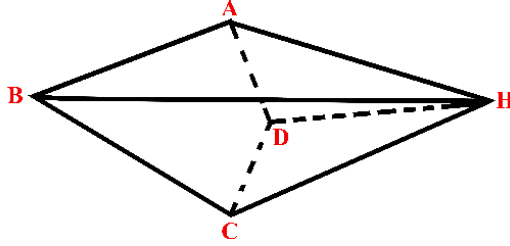


HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Binkeya vê piramîdê :

HAB , ABCD , HDC



- Rûyên kêlekê yên piramîdeke birêkûpêk, sêgoşeyên:

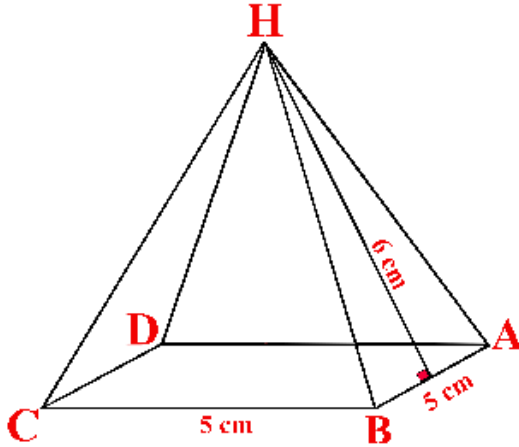
duhemkenar , hemkenar , tîk

- Bilindahiya piramîdê tîk e li ser:

ruyekê kêlekê , binke , kenarekî binkeyê

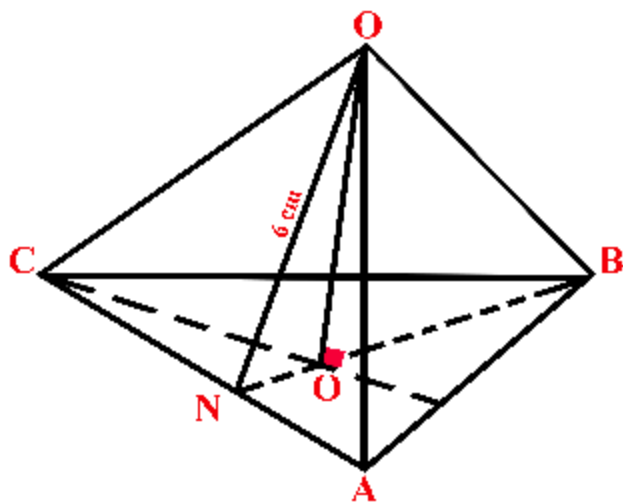
2. Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke çargoşeyî ya birêkûpêk 5 cm ye û bilindahiya kêlekê 6 cm ye.

Em rûbera kêlekê û ya tevahî ya piramîdê bibînin.



3. Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke sêgoşeyî ya birêkûpêk 4 cm ye û bilindahiya piramîdê 6 cm ye.

Em rûbera kêlekê ya piramîdê bibînin.

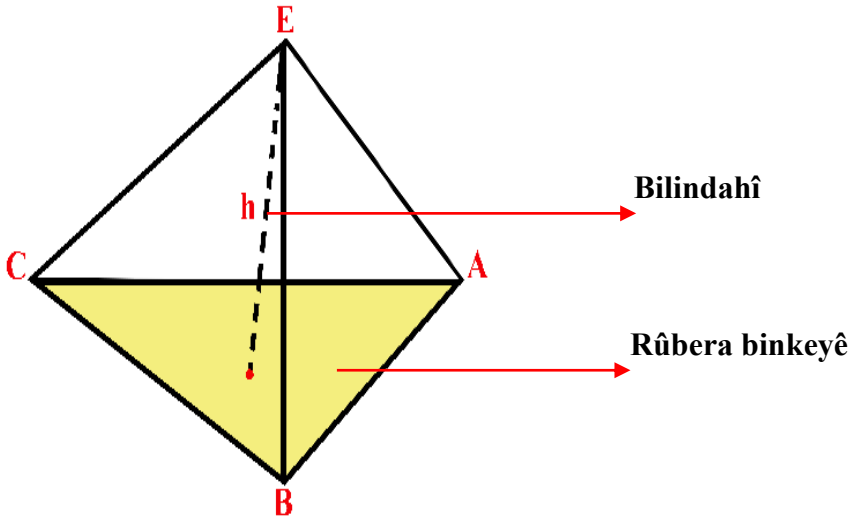


WANEYA DUYEM: QEBAREYA PIRAMÎDÊ

Qebareya piramîdê (V) bi vî awayî ye: $V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$

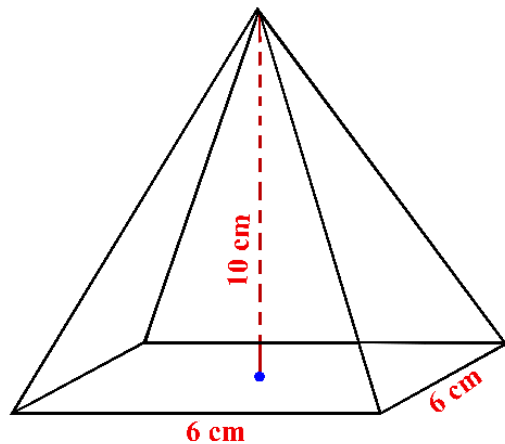
Li gorî ku: S_b rûbera binkeyê ye.

h bilindahiya piramîdê ye.



Mînak 1: Em qebareya piramîda ku bilindahiya wê 10 cm û dirêjahiya binkeya wê ya dam 6 cm, bibînin:

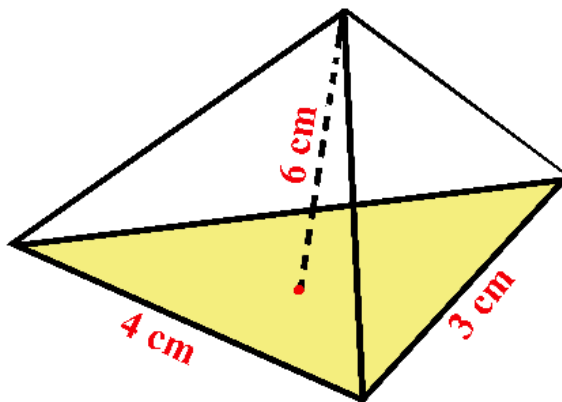
$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} S_b \cdot h \\ &= \frac{1}{3} (6 \times 6) \times 10 \\ &= 120 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



Mînak 2: Binkeya piramîdekê sêgoşeya tîk e û dirêjahiyên her du kenarên wê yên tîk 3 cm û 4 cm ne û bilindahiya wê 6 cm ye.

Em qebareya wê bibînin:

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} S_b \cdot h \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{3 \times 4}{2} \right) \times 6 \\ &= 12 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



Mînak 3: Qebareya piramîdekê 300 m^3 û bilindahiya wê 9 m ye.

Em Rûbera binkeyê bibînin:

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} S_b \cdot h \\ 300 &= \frac{1}{3} S_b \times 9 \\ 300 &= 3S_b \Rightarrow S_b = \frac{300}{3} = 100 \text{ m}^2\end{aligned}$$

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Hejmara sergoşeyên piramîdeke sêgoşeyî:

5 , 4 , 1

- Hejmara rûyên di piramîdeke sêgoşeyî de:

3 , 4 , 5

- Hejmara kenarên piramîdeke çargoşeyî:

4 , 8 , 5

2. Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke ku binkeya wê sêgoşe be 12 cm ye û bilindahiya piramîdê 6 cm ye.

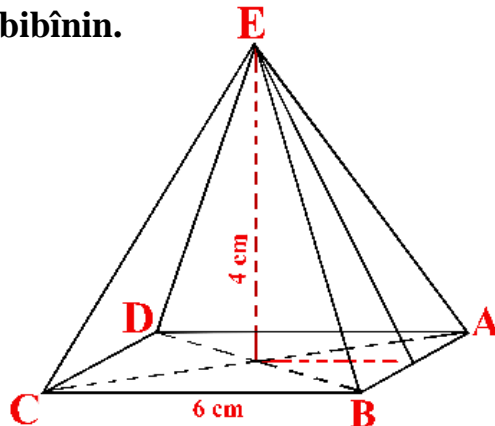
- Em rûbera kêlekê û yê tevahî yê piramîdê bibînin.

- Em qebareya piramîdê bibînin.

3. Dirêjahiya kenara binkeya piramîdeke birêkûpêk ku binkeya wê dam be 6 cm ye û bilindahiya piramîdê 4 cm ye.

- Em rûbera kêlekê û ya tevahî ya piramîdê bibînin.

- Em qebareya piramîdê bibînin.



4. E.ABCD piramîdeke birêkûpêk e û binkeya wê dama ku dirêjahiya kenara wê $3\sqrt{2}$ cm ye, O navenda binkeya wê ABCD ye ku tê de: $AC = 6$ cm û $EO = 5$ cm

- Em teşeya vê piramîdê xêz bikin.
- Em dirêjahiya AE bibînin.
- Em qebareya vê piramîdê bibînin.

5. Em qebareya piramîda ku bilindahiya wê 20 cm ye û binkeya wê çargoşeya hemkenar a ku dirêjahiyên eşkêlên wê 40 cm û 12 cm ne.

6. Em rûbera binkeya piramîda ku bilindahiya wê 36 cm û qebareya wê 156 cm³ bibînin.

7. Em bilindahiya piramîda ku qebareya wê 200 m³ û binkeya wê milkêşa ku dirêjahiyên durahiyên wê 3 cm û 5 cm bibînin.

BELAVKIRINA WANÉYAN LI SER SALA XWENDINÊ

Heftî Heyv	Heftiya Yekem	Heftiya Duyem	Heftiya Sêyem	Heftiya Çarem
Rezber			Raveyên bîrkariyê û bikaranînên li ser wan	Raveyên bîrkariyê û bikaranînên li ser wan
Cotmeh	Hêz di hejmarên rêjeyî de	Hêz di hejmarên rêjeyî de	Rêzkirina bikaranîn û kokdamiyan	Rêzkirina bikaranîn û kokdamiyan
Mijdar	Di Q de çareya hevkêşe û newekheviyan	Di Q de çareya hevkêşe û newekheviyan	Hejmarên rêjeyî (Q) û kordînat	Sîmetrîkiya navendî
Berfanba r	Sîmetrîkiya tewareyî	Sîmetrîkiya tewareyî	Kokkabî û hejmarên nerêjeyî	Komika hejmarên rast (\mathbb{R})
Rêbenda n	Lêveger	Lêveger	Bêhinvedan	Bêhinvedan
Reşemeh	Bikaranînên li ser hejmarên rast (\mathbb{R})	Pirgoşe	Sêgoşe	Sêgoşe
Avdar	Di sêgoşeyê de xêzikên navîn	Di sêgoşeyê de xêzikên navîn	Xwezaya teşeya çargoşeyî	Xwezaya teşeya çargoşeyî
Cotan	Tabloyên dubareyê	Rûbera kêlekê û yê tevahiyê yê piramîdê	Rûbera kêlekê û yê tevahiyê yê piramîdê	Qebareya piramîdê
Gulan	Lêveger	Lêveger		