BÎRKARÎ

NAVÎN 3

2019/2020

AMADEKAR

Ev pirtûk ji aliyê Komîteya Bîrkariyê ve hatiye amadekirin.

LÊVEGER

- Komîteya Şopandinê

- Komîteya Fotoşopê

- Komîteya Redekteyê

Ev pirtûk ji aliyê Saziya Minhacan ve, wek pirtûka wanedayînê, ji bo dibistanan hatiye pejirandin.

NAVEROK

BEŞA YEKEM: BELAVKIRIN Û DAHÛRANDIN

1. DAHÛRANDIN BI RÊYA FAKTORA HEVBEŞ

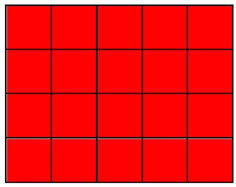
2. DAHÛRANDIN BI RÊYA PARVEKIRINA LI GIRÛPAN

3. DAHÛRANDIN BI RÊYA WEKHEVIYÊN DAMÎ

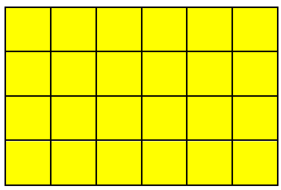
4. DAHÛRANDINA SÊ PÊKHATEYAN $ax^2 + bx + c$

WANEYA YEKEM: DAHÛRANDIN BI RÊYA FAKTORA HEVBEŞ

Em milkêşeke ku durahiyên wê 4 û 5 men bin, xêz bikin.



Piştre em milkêşeke ku durahiyên wê 4 û 6 men bin, xêz bikin.



Em rûberên her du milkêşan bi du rêbazan bibînin.

Rêbaza yekem:

Rûbera her du milkêşan = (dirêjahî × firehî) + (dirêjahî × firehî)

$$= (5 \times 4) + (6 \times 4)$$

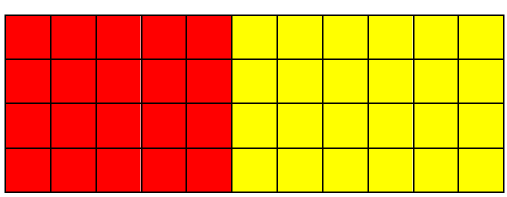
$$= 20 + 24 = 44 \text{ menên damê}$$

Rêbaza duyem:

Rûbera her du milkêşan = dirêjahî × firehî

$$= 4 \times (5 + 6)$$

$$= 4 \times 11 = 44 \text{ menên damê}$$



Em dibînin ku:

$4 \times (5 + 6) = (4 \times 5) + (4 \times 6)$ (Taybetiya belavkirinê)

An jî:

$(4 \times 5) + (4 \times 6) = 4 \times (5 + 6)$ (Dahûrandin bi rêya faktora hevbeş 4)

Bi giştî: $a\,(b + c) = a \times b + a \times c$

Belavkirin: **Veguhertina hevdanê bi komkirinê ye.**

Dahûrandin: **Veguhertina komkirinê bi hevdanê ye.**

Mînak 1: **Em kevanên li jêr belav bikin:**

a) $3\,(x - 6) = 3x - 3 \times 6 \quad = 3x - 18$
b) $-2\,(3y - 4) = -2 \times 3y - 2 \times (-4) \quad = -6y + 8$

Mînak 2: **Em bi rêya faktora hevbeş dahûrînin:**

a) $(5 \times 2) + (5 \times 3) = 5(2 + 3)$
b) $(3 \times 7) + (5 \times 7) = 7(3 + 5)$

Dahûrandin bi rêya dîtina mezintirîn faktora hevbeş ji du pêkhateyan re an jî bêtir:

1. **Em M.F.H bibînin. Ji beşa hejmarî re û ji beşa tîpî re em sembola hevbeş tenê ya bi hêza biçûktirîn bibin.**
2. **Em faktora hevbeş li derveyî kevanan binivîsin û di hundirê wê de encama parvekirina her pêkhateyekê li faktora hevbeş binivîsin.**

Mînak: **Em raveyên li jêr bi rêya dîtina mezintirîn faktora hevbeş dahûrînin:**

a) $3x^2y - 9xy$ **, M.F.H = $3xy$**

$$3x^2y - 9xy = 3xy\left[\frac{3x^2y}{3xy} - \frac{9xy}{3xy}\right] = 3xy(x - 3)$$

b) $3x - 12$ **, M.F.H = 3**

$$3x - 12 = 3(x - 4)$$

c) $5x^2 + 10x - 25x^3$ **, M.F.H = $5x$**

$$5x^2 + 10x - 25x^3 = 5x(x + 2 - 5x^2)$$

d) $3x(2x + 1) - 2y(2x + 1)$ **, M.F.H = $(2x + 1)$**

$$3x(2x + 1) - 2y(2x + 1) = (2x + 1)(3x - 2y)$$

Rahênan:

1. **Em kevanên li jêr belav bikin û piştre sade bikin:**

   $5(x - 3)$, $-7(2y + 1)$

   $(x + 2)(x + 3)$, $(y - 1)(2y + 4)$

2. **Em bikaranînên li jêr bi rêya dîtina mezintirîn faktora hevbeş dahûrînin:**

   $3xy - 5xy^2$, $4x - 8$, $5x - 10$

   $2x^2y^3 - 6x^3y^4 + 12x^2y^2$, $3x(y + 2) + 7(y + 2)$

3. **Heger $A = (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3)$ raveyeke bîrkariyê be:**

   - Em A belav bikin û piştre sade bikin.

   - Em A dahûrînin.

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Dahûrandina raveya $6x^2y - 4x$ ev e:

$2xy(3xy - 2)$, $2x(3xy - 2)$, $3xy(x + y)$

- Belavkirina $2(5 - 3x)$ ev e:

$7 - 6x$, $2 - 10x$, $10 - 6x$

- Belavkirina $(x + 2)(x - 7)$ ev e:

$x^2 - 5x - 14$, $x^2 + 5x + 14$, $x^2 - 14x + 5$

2. Em encamên bikaranînên li jêr bi dahûrandina bi rêya dîtina mezintirîn faktora hevbeş bibînin:

- **$6 \times 123 + 6 \times 35 - 6 \times 18$**
- **$6 \times 15^2 + 8 \times 15 - 4 \times 15$**

3. Em raveyên li jêr belav bikin û piştre sade bikin:

$A = 3x(x - 1)$

$B = (x - 3)(2x + 5)$

$C = (7y + 3)(y - 4) - (y - 2)$

4. Em raveyên li jêr dahûrînin:

$8x^3 - 4x^2$, $3x^2 + 6x$, $3x - 9$

$8x - 18x^2$, $x(x - 3) - 5(x - 3)$

5. Heger $E = (3x - 1)(2x + 5) - (3x - 1)^2$ raveyeke bîrkariyê be:

- Em E belav bikin û piştre sade bikin.
- Em E dahûrînin.
- Em nirxê E bibînin dema ku $x = 3$ be.

WANEYA DUYEM: DAHÛRANDIN BI RÊYA PARVEKIRINA LI GIRÛPAN

Heger qasiyeke bîrkariyê ku ji bêtirî sê pêkhateyan pêk tê hebe û faktora hevbeş di navbera hemû pêkhateyên wê de tune be, em wê qasiyê li girûpan parve dikin.

Mînak 1: Em qasiya li jêr dahûrînin:

$\underbrace{2ax + ay}_{\text{Girûpa (1)}} + \underbrace{2bx + by}_{\text{Girûpa (2)}} =$

Em vê qasiyê li du girûpan parve bikin û faktora hevbeş ji her girûpekê derxin:

$a\,(2x + y) + b\,(2x + y) =$

Em faktora hevbeş $(2x + y)$ ji navbera her du girûpan derxin: $(2x + y)\,(a + b)$

Em dikarin parvekirina li girûpan bi rêbazeke din çêkin:

$2ax + ay + 2bx + by =$

$2ax + 2bx + ay + by =$ **(Taybetiya hevguhêriyê)**

Em vê qasiyê li du girûpan parve bikin û faktora hevbeş ji her girûpekê derxin:

$2x(a + b) + y(a + b)$

Em faktora hevbeş $(a + b)$ ji navbera her du girûpan derxin:

$(a + b)(\,2x + y)$

Mînak 2: Em qasiyên li jêr dahûrînin:

- $x^3 + 2x^2 - x - 2$
  $x^2(x + 2) - 1(x + 2) =$
  $(x + 2)(x^2 - 1)$

- $ax^2 - a^2 + 3x^2b - 3ba$
  $a(x^2 - a) + 3b(x^2 - a) =$
  $(x^2 - a)(a + 3b)$

- $x^3 - x^2 - 1 + x$
  $x^2(x - 1) + (x - 1) =$
  $(x - 1)(x^2 + 1)$

Rahênan: Em qasiyên li jêr dahûrînin:

- $xy - xz + ay - az$

- $x^3 - x^2 + x - 1$

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

a- Mezintirîn faktora hevbeş ji her du qasiyên

$5(x - 2)$ û $3x(x - 2)$ re ev e:

$3x$, 5 , $(x - 2)$

b- Mezintirîn faktora hevbeş ji her du qasiyên

$-3(2x + 5)$ û $x(5 + 2x)$ re ev e:

-3 , x , $(2x + 5)$

c- Mezintirîn faktora hevbeş ji her du qasiyên

$x(x - 1)$ û $28(x - 1)$ ev e:

$(x - 1)$, 28 , x

2. Em qasiyên li jêr dahûrînin:

- $ax + bx + ay + by$
- $ax - ay + x - y$
- $xy + 5y + 7x + 35$
- $5a - 10b - ac + 2cb$
- $8mn - 2m^2 + 12n\ell - 3m\ell$
- $2a^2 + 2ab + b^2 + ab$

WANEYA SÊYEM: DAHÛRANDIN BI RÊYA WEKHEVIYÊN DAMÎ

Me berê wekheviyên damî nas kiriye.

$$\underset{\xrightarrow{\text{Belavkirin}}}{} \quad \underset{\xleftarrow{\text{Dahûrandin}}}{}$$

1- $(a \mp b)^2 = a^2 \mp 2ab + b^2$ **:** **a , b** $\in \mathbb{R}$**:**

Dama komkirin an jî derxistina du hejmaran = dama yekem ∓ du qatê yekem × duyem + dama duyem

Mînak 1: **Em wekheviya damî ya li jêr belav bikin:**

$(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$

$= x^2 + 6x + 9$

Em ji $x^2 + 6x + 9$ **re dibêjin dama tam.**

Ji bo dahûrandina dama tam $x^2 + 6x + 9$ **em vê têkiliyê bi kar tînin:**

$$\left(\sqrt{\text{pêkhateya yekem}} \underset{\substack{\big\downarrow \\ \text{Hêmaya pêkhateya navîn}}}{\mp} \sqrt{\text{pêkhateya sêyem}}\right)^2$$

Wê demê: $x^2 + 6x + 9 = (\sqrt{x^2} + \sqrt{9})^2$

$= (x+3)^2$

Mînak 2: **Em wekheviyên damî yên li jêr belav bikin:**

- $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
- $(5x-2)^2 = 25x^2 - 20x + 4$
- $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 2\sqrt{6} + 3$

  $= 5 + 2\sqrt{6}$

Mînak 3: **Em raveyên li jêr dahûrînin:**

$$9x^2 + 30x + 25 = (\sqrt{9x^2} + \sqrt{25})^2 = (3x + 5)^2$$

$$4x^2 - 12x + 9 = (\sqrt{4x^2} - \sqrt{9})^2 = (2x - 3)^2$$

2- Bidestxistina dama tam:

Sêpêkhateya $a^2 \mp 2ab + b^2$: a, b $\in \mathbb{R}$ dama tam e, heger pêkhateyên yekem û sêyem damên tam bin, lê belê pêkahateya navîn ev e: $2 \times \sqrt{yekem} \times \sqrt{sêyem}$

Mînak 1: **Sêpêkhateya $25x^2 - 30x + 9$ dama tam e yan na?**

Em dibînin ku pêkhateya yekem bi vî awayî tê nivîsîn:

$25x^2 = (5x)^2$ **(dama tam e)**

Pêkhateya sêyem jî bi vî awayî tê nivîsîn:

$9 = (3)^2$ **(dama tam e)**

Lê belê pêkhateya navîn bi vî awayî tê nivîsîn:

$$2 \times \sqrt{25x^2} \times \sqrt{9} = 2 \times 5x \times 3 = 30x$$

Ango: **Sêpêkhateya $25x^2 - 30x + 9$ dama tam e û bi vî awayî tê nivisîn: $(5x - 3)^2$**

Mînak 2: **Sêpêkhateya $y^2 + 4y - 4$ dama tam e yan na?**

Ne dama tam e, ji ber ku pêkhateya sêyem negetîv e.

Mînak 3: **Sêpêkhateya $49x^2 + 70xy^2 + 25\,y^4$ dama tam e yan na?**

Em dibînin ku pêkhateya yekem bi vî awayî tê nivisîn:

$49x^2 = (7x)^2$ **(dama tam e)**

Pêkhateya sêyem jî bi vî awayî tê nivisîn:

$25\,y^4 = (5y^2)^2$ **(dama tam e)**

Lê belê pêkhateya navîn bi vî awayî tê nivisîn:

$2 \times \sqrt{49x^2} \times \sqrt{25\,y^4} = 2 \times 7x \times 5y^2 = 70xy^2$

Ango: **Sêpêkhateya $49x^2 + 70xy^2 + 25\,y^4$ dama tam e û bi vî awayî tê nivisîn: $(7x + 5y^2)^2$**

Mînak 4: **Sêpêkhateya $x^2 - 5x + 16$ dama tam e yan na?**

Em dibînin ku pêkhateya yekem bi vî awayî tê nivisîn:

$x^2 = (x)^2$ **(dama tam e)**

Pêkhateya sêyem jî bi vî awayî tê nivisîn:

$16 = (4)^2$ **(dama tam e)**

Lê belê pêkhateya navîn bi vî awayî tê nivisîn:

$2 \times \sqrt{x^2} \times \sqrt{16} = 2 \times x \times 4$

$= 8x$ **ne yeksanî pêkhateya navîn e**

Em dibînin ku sêpêkhate ne dama tam e.

Encam: Ji bo sêpkhateya $a^2 + 2ab + b^2$ bibe dama tam, du rewş hene:

1. Heger pêkhateya navîn tune be: $a^2 \ldots + b^2$

Pêkhateya navîn: $\mp 2\sqrt{\text{yekem}} \times \sqrt{\text{sêyem}}$

Mînak: Em $4x^2 + \ldots + 81$ bikin dama tam û bi awayê $(\ldots + \ldots)^2$ binivîsin:

Pêkhateya navîn: $2\sqrt{4x^2} \times \sqrt{81} = 2 \times 2x \times 9$

$$= 36x$$

Ango: Sêpêkhateya $4x^2 + 36x + 81$ dama tam e û bi vî awayî tê nivîsîn: $(2x + 9)^2$

2. Heger pêkhateya sêyem tune be: $a^2 \mp 2ab + \ldots$

Mînak: Em $25x^2 - 30x + \ldots$ bikin dama tam:

Pêkhateya navîn: $2\sqrt{25x^2} \times \sqrt{\text{sêyem}} = -30x$

$$2 \times 5x \times \sqrt{\text{sêyem}} = -30x$$

$$10x \times \sqrt{\text{sêyem}} = -30x$$

$$\sqrt{\text{sêyem}} = \frac{-30x}{10x} = -3$$

Pêkhateya sêyem: $(-3)^2 = 9$

Ango: sêpêkhateya $25x^2 - 30x + 9$ dama tam e û bi vî awayî tê nivisîn: $(5x - 3)^2$

Têbînî: Dema ku qatê a^2 hejmara (1) be, em dikarin vê gavê kurt bikin bi zêdekirina dama nîvê qatên pêkhateya navîn.

Mînak: Em $x^2 + 4x + \ldots$ bikin dama tam:

Qatê x hejmara (4) e. $\Longrightarrow$ Em hejmara (4) belavî (2) bikin û piştre dam bikin: $(\frac{4}{2})^2 = (2)^2 = 4$

Wê demê qasiya $x^2 + 4x + 4$ dama tam e û bi awayê $(x+2)^2$ tê nivîsîn.

Rahênan:

1. Em $x^2 - \ldots + 100$ bikin dama tam û bi awayê $(\ldots - \ldots)^2$ binvîsin.

2. Em $x^2 + 12x + \ldots$ bikin dama tam û bi awayê $(\ldots + \ldots)^2$ binvîsin.

Belavkirin $\longrightarrow$ $\longleftarrow$ Dahûrandin

3- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$: a , b $\in \mathbb{R}$:

Komkirina du hejmaran $\times$ derxistina wan = dama yekem – dama duyem

Mînak 1: Em $(x + 5)(x – 5)$ belav bikin:

$(x + 5)(x - 5) = (x)^2 - (5)^2 = x^2 - 25$

Ji bo dahûrandina $x^2 - 25$ em vê têkiliyê bi kar bînin:

$(\sqrt{yekem} + \sqrt{duyem})(\sqrt{yekem} - \sqrt{duyem})$

$x^2 - 25 = (\sqrt{x^2} + \sqrt{25})(\sqrt{x^2} - \sqrt{25})$

$= (x + 5)(x - 5)$

Mînak 2: Em kevanên li jêr belav bikin:

$(x-1)(x+1) = (x)^2 - (1)^2 = x^2 - 1$

$(\frac{1}{2}y - 3)(\frac{1}{2}y + 3) = (\frac{1}{2}y)^2 - (3)^2 = \frac{1}{4}y^2 - 9$

$(2 - 2a)(2 + 2a) = (2)^2 - (2a)^2 = 4 - 4a^2$

Mînak 3: Em raveyên li jêr dahûrînin:

- $9x^2 - 4 = (\sqrt{9x^2} + \sqrt{4})(\sqrt{9x^2} - \sqrt{4})$

  $= (3x + 2)\ (3x - 2)$

- $1 - 25y^2 = (\sqrt{1} + \sqrt{25y^2})(\sqrt{1} - \sqrt{25y^2})$

  $= (1 + 5y)\ (1 - 5y)$

- $(x - 3)^2 - 4 = (\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{4})(\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{4})$

  $= (x - 3 + 2)\ (x - 3 - 2)$

  $= (x - 1)\ (x - 5)$

HÎNDARÎ

1. Em kevanên li jêr belav bikin:

$(x-7)^2$, $(3x-2)^2$, $(\sqrt{2}-3)^2$

$(5+\sqrt{3})^2$, $(x+\frac{1}{5})(x-\frac{1}{5})$, $(2b+a)(2b-a)$

2. Em raveyên li jêr dahûrînin:

x^2-6x+9 , $9y^2-6y+1$, $25x^2-20x+1$

x^2+2x+1 , $(2x+3)^2-36$, $\frac{1}{4}-\frac{25}{9}y^2$

$9-4x^2$, $9+30y+25y^2$

3. Em tekez bikin ku sêpêkhateya $x^2+10x+25$ dama tam e û piştre bi awayê $(\ldots+\ \ldots)^2$ binvîsin.

4. Sêpêkhateya x^2-3x+1 dama tam e yan na, çima?

5. Em $x^2-\ \ldots+4$ bikin dama tam û bi awayê $(\ldots-\ \ldots)^2$ binivîsin.

6. Em $x^2+\ 5x+\ \ldots$ bikin dama tam û bi awayê $(\ldots+\ \ldots)^2$ binivîsin.

WANEYA ÇAREM: DAHÛRANDINA

$ax^2 + bx + c$

Me berê belavkirina hevdana (x + 3) (x + 4) dîtiye.

$$(x + 3)(x + 4) = x \times x + x \times 4 + 3 \times x + 3 \times 4$$
$$= x^2 + 4x + 3x + 12$$
$$= x^2 + (4 + 3)x + 12$$
$$= x^2 + 7x + 12$$

Em ji qasiya $x^2 + 7x + 12$ re sêpêkhateya ji pileya duyem dibêjin.

Têbînî: Em dikarin heman encamê bi rêbazeke din bi dest bixin û bi navê hevdana rasterast tê naskirin.

Pêkhateya yekem: $x \times x = x^2$

Pêkhateya duyem: $(4 + 3)x = 7x$ **komkirina hejmaran hevdanî** x

Pêkhateya sêyem: $3 \times 4 = 12$ **hevdana hejmaran**

Wê demê: $(x + 3)(x + 4) = x^2 + 7x + 12$

Komkirina du hejmaran **Hevdana du hejmaran**

Mînak: Em encamên hevdanên li jêr bi rêya hevdana rasterast bibînin:

- $(x + 5)(x + 2) = x^2 + (5 + 2)x + 10 = x^2 + 7x + 10$
- $(x - 3)(x + 7) = x^2 + (-3 + 7)x - 21 = x^2 + 4x - 21$
- $(x - 1)(x - 2) = x^2 + (-1 - 2)x + 2 = x^2 - 3x + 2$

Ji bo dahûrandina sêpêkhateya $x^2 + 7x + 12$:

1. **Pêkhateya yekem: x^2 li $x \times x$ tê dahûrandin.**
2. **Pêkhateya navîn: Em li du hejmaran bigerin ku komkirina wan 7 be.**
3. **Pêkhateya sêyem: Hevdana her du hejmaran divê 12 be.**

Em dikarin sûdê ji vê tabloyê bigirin:

Encama hevdanê +12	Encama komkirinê +7
1×12	13
-1×-12	-13
2×6	8
-2×-6	-8
3×4	+7
-3×-4	-7

Hejmarên ku hatine xwestin 3 û 4 in.

Dahûrandina sêpêkhateyê dibe:

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

Dahûrandina rasterast ji ax^2 + bx + c re dema ku a = 1 be:

1. **Em sêpêkhateyê li hevdana du faktoran dahûrînin.**

2. **Pêkhateya yekem di her faktorekê de x e.**

3. **Pêkhateyên din, du hejmarên ku encama hevdana wan c ye û komkirina wan b ye.**

Mînak 1: Em $x^2 - 5x + 6$ dahûrînin:

Em li du hejmaran bigerin ku encama hevdana wan 6 û komkirina wan – 5 be.

Encama hevdanê $+6$	Encama komkirinê -5
2×3	5
-2×-3	-5
1×6	7
-1×-6	-7

Hejmarên ku hatine xwestin -2 û -3 ne.

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

Mînak 2: Em $x^2 + 5x - 6$ dahûrînin:

Em li du hejmaran bigerin ku encama hevdana wan -6 û komkirina wan + 5 be.

Encama hevdanê -6	Encama komkirinê $+5$
2×-3	-1
-2×3	$+1$
1×-6	-5
-1×6	$+5$

Hejmarên ku hatine xwestin -1 û 6 in.

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 6 = (x+6)(x-1)$$

Mînak 3: Em $x^2 - 5x - 6$ dahûrînin:

Em li du hejmaran bigerin ku encama hevdana wan -6 û komkirina wan -5 be.

Encama hevdanê -6	Encama komkirinê -5
-2×3	$+1$
2×-3	-1
-1×6	5
1×-6	-5

Hejmarên ku hatine xwestin 1 û -6 ne.

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$$

Têbînî: Dema ku $a \neq 1$ be, em faktora hevbeş (a) derxin û raveya di hundirê kevanekê de bi rêya rasterast dahûrînin.

Mînak: Em $3x^2 + 18x - 48$ dahûrînin.

$$3x^2 + 18x - 48 = 3(x^2 + 6x - 16) = 3(x + 8)(x - 2)$$

Encam: Dahûrandin li hevdana hejmara mezintirîn ji faktoran bi vî awayî ye:

1. Derxistina faktora hevbeş heger hebe.

2. Dahûrandina raveyên di hundirê kevanekan de li gorî cureyên dahûrandinê yên ku bi me re derbas bûn

Mînak 1: Em $3x^2 - 3$ li hevdana hejmara mezintirîn ji faktoran dahûrînin:

Em dibînin ku hejmara (3) faktora hevbeş e.

$$\Rightarrow 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$$

Mînak 2: Em $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ li hevdana hejmara mezintirîn ji faktoran dahûrînin:

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = x^2(x-2) - 4(x-2)$$

$$= (x-2)(x^2-4) = (x-2)(x-2)(x+2)$$

Mînak 3: Em $3x^2 + 12x + 9$ li hevdana hejmara mezintirîn ji faktoran dahûrînin:

$$3x^2 + 12x + 9 = 3(x^2 + 4x + 3) = 3(x+1)(x+3)$$

Mînak 4: Em $x^4 - 16$ li hevdana hejmara mezintirîn ji faktoran dahûrînin:

$$x^4 - 16 = (x^2+4)(x^2-4)$$

$$= (x^2+4)(x-2)(x+2)$$

HÎNDARÎ

1. **Em valahiyên li jêr dagirin:**

$$(x+10)(x+1) = x^2 + \ldots + \ldots$$

$$(x-3)(x-4) = x^2 - \ldots + \ldots$$

$$(x-6)(x-2) = \ldots - 8x + \ldots$$

$$(x+6)(x-2) = \ldots + \ldots - 12$$

2. **Em encamên hevdanên li jêr bibînin:**

$$(x-3)(x-1) \quad , \quad (x+7)(x+2) \quad , \quad (x+2)(x-4)$$

3. **Em bi rêya rasterast sêpêkhateyên li jêr dahûrînin:**

$$x^2 + 5x + 4$$

$$x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 + 6x + 5$$

$$x^2 - x - 20$$

$$x^2 - 20x + 51$$

$$2x^2 + 14x + 12$$

4. **Em sêpêkhateyên li jêr li hevdana mezintirîn hejmara ji faktoran dahûrînin:**

$$3x^2 + 18x - 48$$

$$5x^3 + 50x^2 + 125x$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$x^4 - 1$$

BEŞA DUYEM: ÇAREYA HEVKÊŞEYAN

1. ÇAREYA HEVKÊŞEYÊN JI PILEYA YEKEM.
2. XWARIYA XÊZIKA RASTEKÊ.
3. ÇAREYA KOMIKA DU HEVKÊŞEYÊN JI PILEYA YEKEM CEBIRÎ Û GIRAFÎKÎ.
4. ÇAREYA HEVKÊŞEYÊN JI PILEYA DUYEM BI DU NENASAN.

WANEYA YEKEM: ÇAREYA HEVKÊŞEYÊN JI PILEYA YEKEM

Ronîkirin:

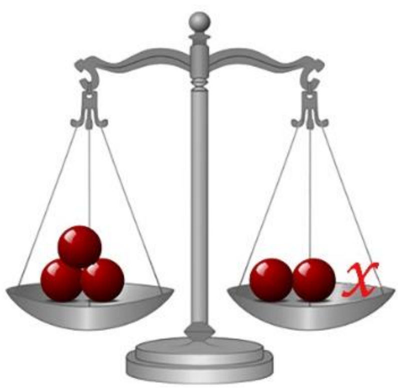
Koçer Bîrkar ji bajarê Mirîwanê yê rojhilatê Kurdistanê ye.

Di dabeşkirina cureyên hevkêşeyên pirpêkhate de kar kir û tekez kir ku cihêrengiya bêdewî ji van hevkêşeyan re, di hundirê hejmareke sînorkirî de ji dabeşkirinan tê taybetkirin. Ji ber hezkirin û hestkirina wî bi zanista bîrkariyê, niha di bîrkariyê de, yek ji zanyarên navdar e û vê dawiyê medalyaya Fîldizê ku di zanyariyê de weke Xelata Nobelê ya cîhanî ye, wergirt.

1- Çareya hevkêşeyên ji pileya yekem û bi nenasekî:

Di jiyana me ya rojane de dema firotin an jî kirînê, em gelekî terezûyê bi kar tînin.

Alava ku hevkêşeya ji pileya yekem û bi nenasekî nîşan dike, terezû ye.



Awayê hevkêşeya ji pileya yekem û bi nenasekî:

$$ax + b = c \quad : \quad a, b, c \in \mathbb{R} \quad \text{û} \quad a \neq 0$$

Mînak 1: $x = 3$ çareya hevkêşeya $4x - 5 = 7$ e yan na?

Em $x = 3$ di hevkêşeyê de bi cih bikin:

$4(3) - 5 = 12 - 5 = 7$

Em dibînin ku $x = 3$ çareya hevkêşeyê ye.

Mînak 2: $x = 1$ çareya hevkêşeya $2x + 1 = 9$ e yan na?

Em $x = 1$ di hevkêşeyê de bi cih bikin:

$2(1) + 1 = 2 + 1 = 3 \neq 9$

Em dibînin ku $x = 1$ ne çareya hevkêşeyê ye.

Mînak 3: Ji bo çareya hevkêşeya $3x - 2 = 4$ em van gavan pêk bînin:

* Em pêkhateyên ku nenasa x di nava xwe de digirin li aliyekî yeksanê (=) bi cih bikin û pêkhateyên ku nenasa x di nava xwe de nagirin li aliyê din yê (=) bi cih bikin, bi mercê ku hêmaya pêkhateyên tên veguhestin bên guhertin.

$$3x = 4 + 2$$

$$3x = 6 \Longrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Longrightarrow x = 2$$

Mînak 4: Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:

$\sqrt{3}x - 1 = 2$

$\sqrt{3}x = 2 + 1 \Longrightarrow \sqrt{3}x = 3$

$$\frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \Longrightarrow x = \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \Longrightarrow x = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \in \mathbb{R}$$

Mînak 5: **Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:**

$$\sqrt{5}x - 1 = x + 7$$

$$\sqrt{5}x - x = 7 + 1$$

$$(\sqrt{5} - 1)x = 8$$

$$\frac{(\sqrt{5} - 1)x}{(\sqrt{5} - 1)} = \frac{8}{(\sqrt{5} - 1)}$$

$$x = \frac{8 \times (\sqrt{5} + 1)}{\left(\sqrt{5} - 1\right) \times (\sqrt{5} + 1)}$$

$$x = \frac{8\sqrt{5} + 8}{5 - 1}$$

$$x = \frac{8\sqrt{5} + 8}{4} = 2\sqrt{5} + 2 \in \mathbb{R}$$

Rahênan: **Em hevkêşeyên li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:**

- $x + \sqrt{2} = 1$
- $\sqrt{3}x + 2 = x + 5$

- Em dikarin girêftariyê bi hevkêşeyê şîrove bikin:

Girêftarî 1: **Temenê Şîlanê bi 3 salan ji temenê Zînê bêtir e, heger komkirina temenên wan 33 be, em temenê wan bibînin.**

Heger temenê Zînê x be, wê demê temenê Şîlanê $x + 3$ ye.

Hevkêşe dibe bi vî awayî: $x + x + 3 = 33$

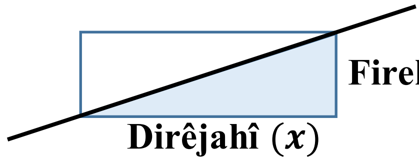
$2x = 33 - 3$

$2x = 30$

$\frac{2x}{2} = \frac{30}{2} \Longrightarrow x = 15$ **temenê Zînê ye.**

Temenê Şîlanê: $15 + 3 = 18$ **sal e**

Girêftarî 2: Firehiya milkêşekê kêmî dirêjahiya wê bi qasî 5 cm ye, heger nîvê derdora wê yeksanî 15 cm be, em dirêjahiyên her du durahiyên wê bibînin:



Heger dirêjahiya milkêşê x be, wê demê firehiya wê x – 5 e.

Hevkêşe dibe bi vî awayî: $x + x - 5 = 15$

$x + x = 15 + 5$

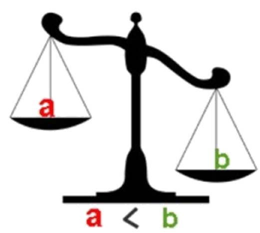
$2x = 20$

$$\frac{2x}{2} = \frac{20}{2}$$

$x = 10$ cm dirêjahiya milkêşê ye.

Firehiya milkêşê: 10 – 5 = 5 cm

Newekheviyên ji pileya yekem û bi nenasekî:



Newekhevî: Hevrûkirina di navbera du aliyan de ye, bi alîkariya sembolekê ji sembolên li jêr:

Sembol	Xwendin	Mînak
$<$	biçûktir	$7 < 9$
$\leq$	biçûktir an jî yeksan	$5 \leq 5$, $5 \leq 8$
$>$	mezintir	$3 > 2$
$\geq$	mezintir an jî yeksan	$6 \geq 6$, $9 \geq 1$

Mînak: Newekheviya $2x + 1 > x - 1$ ji pileya yekem e û bi nenasekî ye.

Çareyên newekheviyê: Dîtina hemû nirxên nenasa ku rastiya newekheviyê nîşan dikin.

Encam Em ji du newekheviyan re dibêjin hember in, heger heman çare ji wan re hebe.

Rêbaza çareya hevkêşeya ji pileya yekem û bi nenasekî:

* Ji bo çareya newekheviya bi awayê $ax + b < cx + d$ li gorî ku $a , c \neq 0$ bin, em heman gavên çareya hevkêşeya ji pileya yekem û bi nenasekî bi kar tînin.
* Em pêkhateyên ku nenasa x di nava xwe de digirin li aliyekî newekheviyê ($<$) bi cih bikin û pêkhateyên ku nenasa x di nava xwe de nagirin li aliyê din yê newekheviyê bi cih bikin, bi mercê ku hêmaya pêkhateyên ku tên veguhestin, bê guhertin.
* Em pêkhateyên wekhev kom bikin.
* Em her du aliyan belavî qata x bikin.

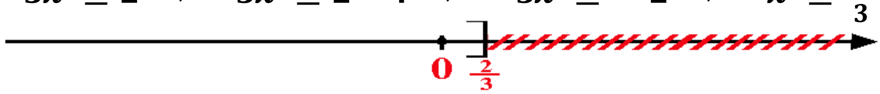
Li vir du rewş hene:

Rewşa yekem: Heger qatê x pozîtîv be, aliyê newekheviyê nayê guhertin.

Rewşa duyem: Heger qatê x negetîv be, aliyê newekheviyê tê guhertin.

Mînak 1: Em newekheviya $4 - 3x \geq 2$ çare bikin û çareyên wê li ser rasteka hejmaran nîşan bikin:

$$4 - 3x \geq 2 \Rightarrow -3x \geq 2 - 4 \Rightarrow -3x \geq -2 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}$$



Komika çareyan: $\left]-\infty\,,\ \frac{2}{3}\right]$

Mînak 2: Em newekheviya $5x - 4 > 3x + 2$ çare bikin û çareyên wê li ser rasteka hejmaran nîşan bikin.

$$5x - 4 > 3x + 2 \Rightarrow 5x - 3x > 2 + 4 \Rightarrow 2x > 6$$

$$x > \frac{6}{2} \Rightarrow x > 3$$ **Komika çareyan:** $]3 , +\infty[$

2- Çareya hevkêşeya ji pileya yekem û bi du nenasan:

Em gelek têkiliyan di navbera du nenasan di jiyana xwe de dibînin, mîna:

- ∗ Têkiliya di navbera dirêjahiya derdora bazin û nîveşkêla wê de.
- ∗ Têkiliya di navbera lez û demê de.

Awayê hevkêşeya ji pileya yekem û bi du nenasan:

ax + by = c : a , b , c $\in \mathbb{R}$ û a , b $\neq$ 0 (bi hev re)

Bi navê têkiliya xêzikî di navbera x û y de tê naskirin.

Komika çareyên wê, komika cotên rêzkirî (x, y) ya ku hevkêşeyê pêk tîne.

Mînak: Em dixwazin sê çareyan ji hevkêşeya $2x - y = 1$ re bibînin.

Dema ku em nirxekî ji nenasekê re bidin, em nirxê nenasa din bi dest dixin.

- Dema ku $x = 0$ be $\Rightarrow 2(0) - y = 1$

$$\Rightarrow - y = 1 \Rightarrow y = - 1$$

Çareya yekem: $(0 , - 1)$

- **Dema ku $x = 1$ be $\Rightarrow 2(1) - y = 1$**

  $\Rightarrow 2 - y = 1$

  $\Rightarrow -y = 1 - 2$

  $\Rightarrow -y = -1$

  $\Rightarrow y = 1$

  Çareya duyem: (1, 1)

- **Dema ku $x = -1$ be $\Rightarrow 2(-1) - y = 1$**

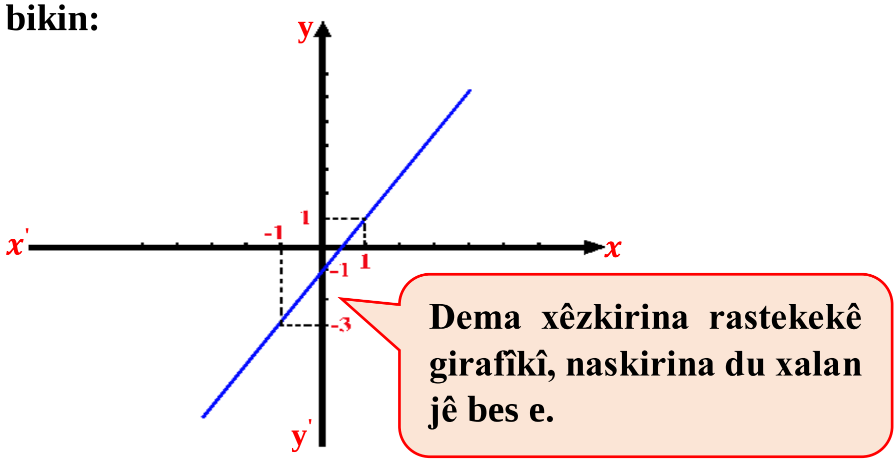
  $\Rightarrow -2 - y = 1$

  $\Rightarrow -y = 1 + 2$

  $\Rightarrow -y = 3 \Rightarrow y = -3$

  Çareya sêyem: $(-1, -3)$

* **Di kordînatê de, em dikarin hevkêşeya $2x - y = 1$ bi alîkariya cotên rêzkirî yên ku me bi dest xistine, nîşan bikin:**



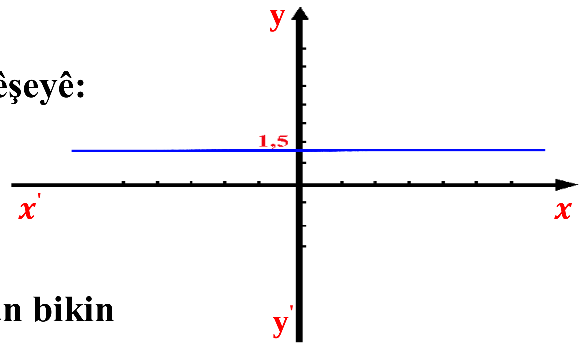
Têbînî: Her xalek ku endama rasteka bi rengê şîn be, bi coteke rêzkirî ku hevkêşeya $2x - y = 1$ pêk bîne, tê nîşankirin.

Rewşên taybet ên hevkêşeya ax + by = c:

1. Dema ku a = 0 be, hevkêşe dibe bi vî awayî:

by = c rastekeke rastênhevî tewareya X wê nîşan dike.

Mînak: Em rasteka ku hevkêşeya 2y = 3 nîşan dike, xêz bikin:



Bi çarekirina vê hevkêşeyê:

$2y = 3 \Longrightarrow y = \frac{3}{2} = 1.5$

Em y = 1.5

li ser tewareya Y nîşan bikin

û rastekeke rastênhevî tewareya X jê xêz bikin.

Têbînî: Ev rastek ji xala (0, 1.5) re diçe.

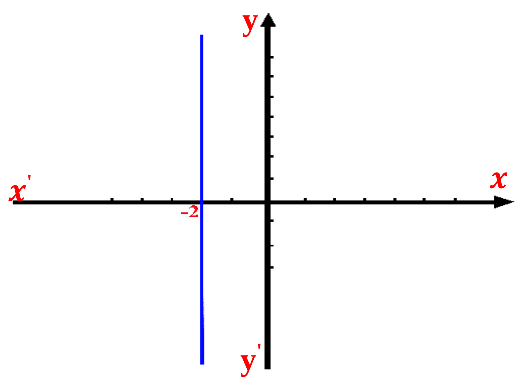
Encam

Dema ku hevkêşe bi awayê y = 0 be, rasteka ku wê nîşan dike, li ser tewreya X ye.

2. Dema ku b = 0 be, hevkêşe dibe bi vî awayî:

ax = c rastekeke rastênhevî tewareya Y wê nîşan dike.

Mînak: Em rasteka ku hevkêşeya $x = -2$ nîşan dike, xêz bikin.



Em $x = -2$ li ser tewareya X nîşan bikin û rastekeke rastênhevî tewareya Y jê xêz bikin.

Têbînî: Ev rastek ji xala $(-2\ ,\ 0)$ re diçe.

Encam **Dema ku hevkêşe bi awayê $x = 0$ be, rasteka ku wê nîşan dike, li ser tewreya Y e.**

3. Dema ku c = 0 be, hevkêşe dibe bi vî awayî:

$ax + by = 0$ rasteka ku di navendê re diçe, vê hevkêşeyê nîşan dike.

Mînak: Em rasteka ku hevkêşeya $2x + 6y = 0$ nîşan dike, xêz bikin.

$$x = 0 \Longrightarrow 2(0) + 6y = 0$$

$$\Longrightarrow 6y = 0$$

$$\Longrightarrow y = 0$$

Xala yekem: O (0 , 0)

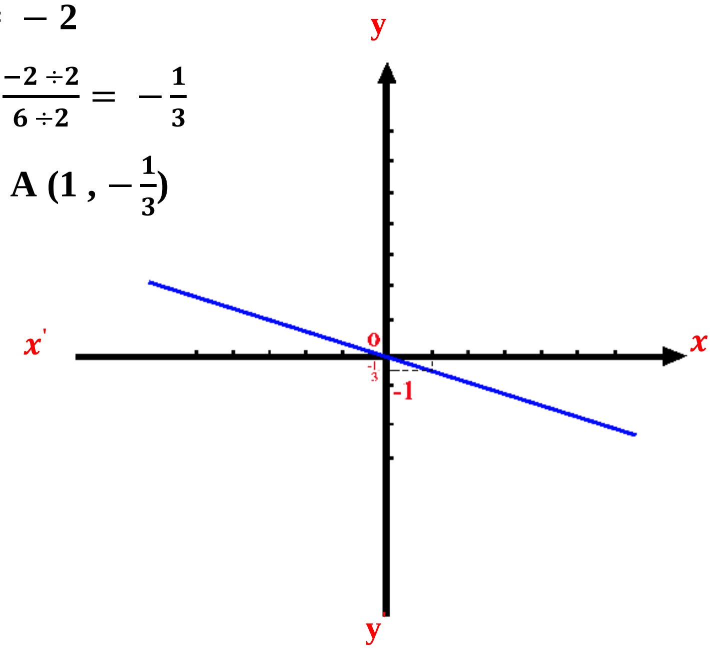
$$x = 1 \Longrightarrow 2(1) + 6y = 0$$

$$\Longrightarrow 2 + 6y = 0$$

$$\Longrightarrow 6y = -2$$

$$\Longrightarrow y = \frac{-2 \div 2}{6 \div 2} = -\frac{1}{3}$$

Xala duyem: A $(1 , -\frac{1}{3})$



HÎNDARÎ

1. Em bibînin ku hejmarên 1, 3, 2 çareyên hevkêşeya $2x - 1 = 3$ ne yan na?

2. Em hevkêşeyên li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:

   $2x + 4 = 5$, $x - 1 = \sqrt{5}$

   $\sqrt{2}x + 1 = 6$, $\sqrt{3}x - 1 = x + 3$

3. Em newekheviyên li jêr çare bikin û piştre li ser rasteka hejmaran nîşan bikin:

   $x - 4x > 3x + 2$, $6x - 1 \leq 8 + 7x$

4. Em çar cotên rêzkirî yên ku hevkêşeya $x + y = 3$ pêk tînin, bibînin û di kordînatê de xêz bikin.

5. Heger $(-3 , 2)$ hevkêşeya $3x + by = 1$ pêk bîne, em nirxê (b) bibînin.

6. Em rasteka ku hevkêşeyên li jêr nîşan dike, xêz bikin:
   - $2x = 5$
   - $y + 1 = 0$

7. Em rasteka ku hevkêşeya $4x - 2y = 0$ nîşan dike, xêz bikin.

8. Heger 10 li hejmareke xwezayî zêde bibe û piştre encam bibe du qat, dê hejmara 40 bi dest bikeve.

   Ew hejmar çi ye?

9. Heger dirêjahiya milkêşekê sê qatên firehiya wê be û dirêjahiya derdora wê 24 cm be, em her du durahiyên milkêşê bibînin.

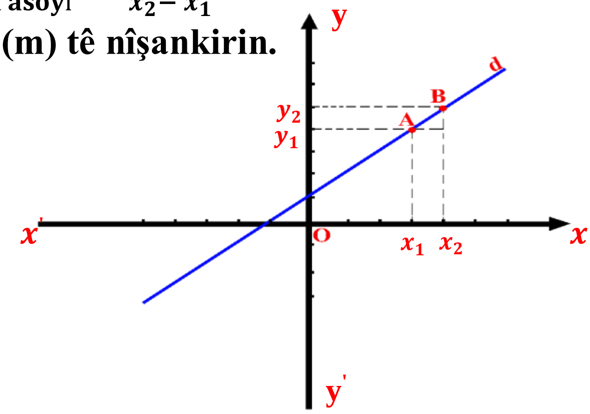
WANEYA DUYEM: XWARIYA XÊZIKA RASTEKA KU DI DU XALAN RE DIÇE

Heger xalek ji xala A ku cota wê ya rêzkirî (x_1, y_1) be, li ser xêzika rastekê tev bigere heta xala B ku cota wê ya rêzkirî (x_2, y_2) be li gorî ku $x_2 > x_1$

Wê demê em ji guhertina di $x_2 - x_1$ re dibêjin guhertina asoyî.

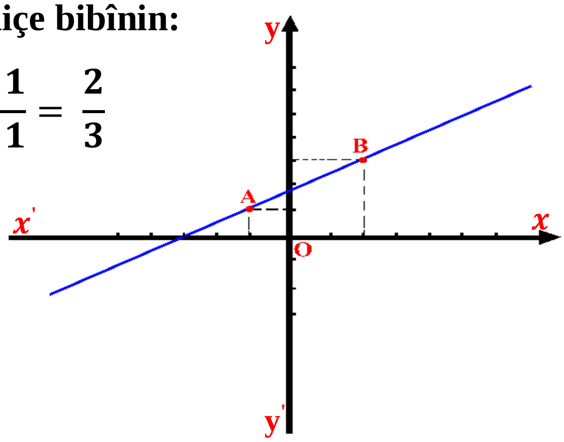
Lê belê em ji guhertina $y_2 - y_1$ re dibêjin guhertina stûnî.

Em ji rêjeya $\frac{\text{Guhertina stûnî}}{\text{Guhertina asoyî}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ re dibêjin xwariya xêzika rastekî û bi sembola (m) tê nîşankirin.



Mînak 1: Heger A (− 1, 1) û B (2, 3) du xal bin, em xwariya rasteka ku di A û B re diçe bibînin:

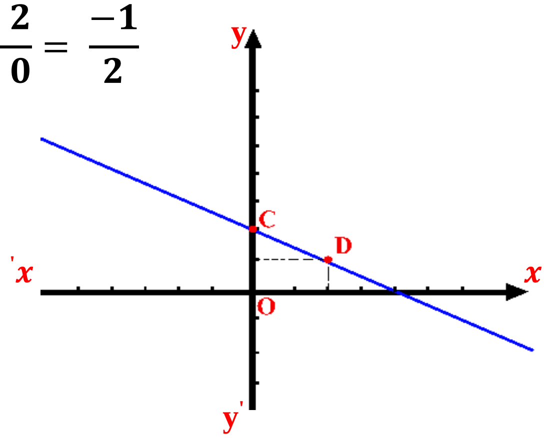
$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{2 + 1} = \frac{2}{3}$$



- Dema ku xwarî pozîtîv be, xala A berbijor bi aliyê B ve tev digire.

Mînak 2: **Heger C (0, 2) û D (2, 1) du xal bin, em xwariya rasteka ku di C û D re diçe bibînin:**

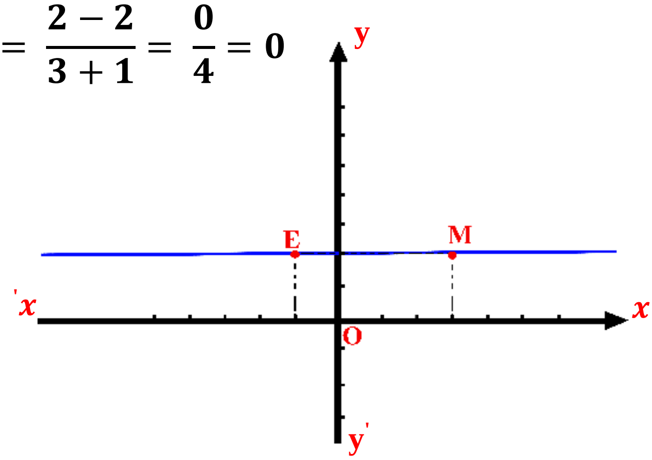
$$m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-2}{2-0} = \frac{-1}{2}$$



- **Dema ku xwarî negetîv be, xala C berbijêr bi aliyê D ve tev digire.**

Mînak 3: **Heger E(−1, 2) û M(3, 2) du xal bin, em xwariya rasteka ku di E û M re diçe bibînin:**

$$m_{EM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-2}{3+1} = \frac{0}{4} = 0$$

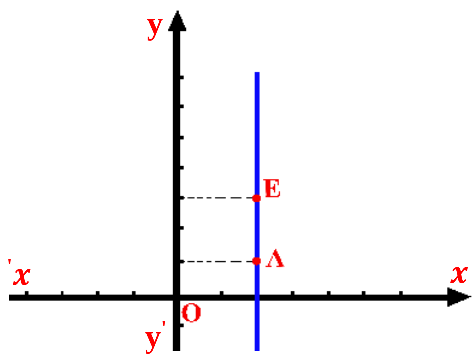


- **Dema ku xwarî sifir be, xala E asoyî bi aliyê M ve tev digire.**

Mînak 4: Heger A (2, 1) û B (2, 3) du xal bin, em xwariya rasteka ku di A û B re diçe bibînin:

$$m_{AE} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{2-2} = \frac{2}{0}$$

Em dibînin ku parvekirina li sifirê nabe, ji ber vê yekê xwariya vê rastekê tune ye (Xwarî ne pênasekirî ye.)



- Dema ku xwarî tune be, xala A stûnî bi aliyê B ve tev digire.

Rahênan: Di rewşên li jêr de, em xwariya rasteka AB bibînin:

1. A (1, 2) , B(5 , 0)
2. A(2 , − 1) , B(4 , − 1)
3. A(− 1 , 3) , B(2 , 1)
4. A(3 , − 1) , B(3 , 2)

Xwariya xêzika rastekê ya ku hevkêşeya wê hatibe zanîn:

Heger hevkêşeya rasteka d ev be: ax + by + c = 0

Em y tenê li aliyekî bihêlin: by = $-ax - c$

Em her du aliyan belavî (b) bikin, bi mercê ku b$\neq$ 0 be:

$$y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$$

Em ($-\frac{c}{b}$) bi sembola p nîşan bikin.

Em ($\frac{-a}{b}$) bi sembola m (xwariya rastekê) nîşan bikin.

$$y = mx + p$$

Mînak 1: **Em xwariya rasteka ku hevkêşeya wê 3x + y – 1=0 be, bibînin.**

Rêbaza yekem:

Em y tenê li aliyekî bihêlin: y = $-3x$ + 1

Xwarî: m = $-$ 3

Rêbaza duyem:

Xwariya rasteka ku hevkêşeya wê bi awayê ax + by + c = 0 be, wiha ye:

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-3}{1} = -3$$

Mînak 2: Heger hevkêşeya rasteka **d** wiha be:

$$2x - 3y + 6 = 0$$

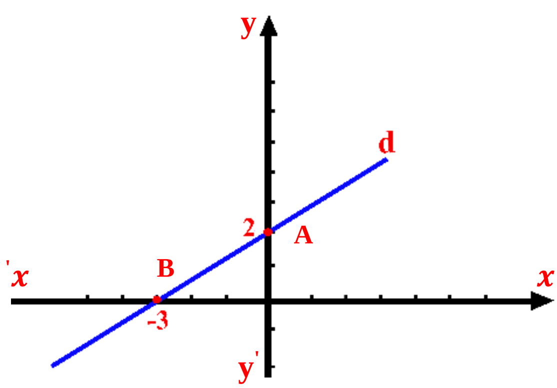
1. Em xwariya rasteka **d** bibînin.
2. Em rasteka **d** xêz bikin.

1) Hevkêşe bi awayê $ax + by + c$ ye.

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

2) Xêzkirin

x	y	Xal
0	2	A(0, 2)
−3	0	B(−3, 0)



HÎNDARÎ

1. **Heger A (2, − 1) , B (3, 2) , C (4, 5) sê xal bin, em xwariya rastekên AB , BC , AC bibînin û wan xêz bikin.**

   Em çi dibînin?

2. **Heger d xêzika rastekekê be û hevkêşeya wê wiha be:**

   $$10x - 5y - 10 = 0$$

   - Em xwariya rasteka (d) bibînin.

   - Em rasteka (d) xêz bikin.

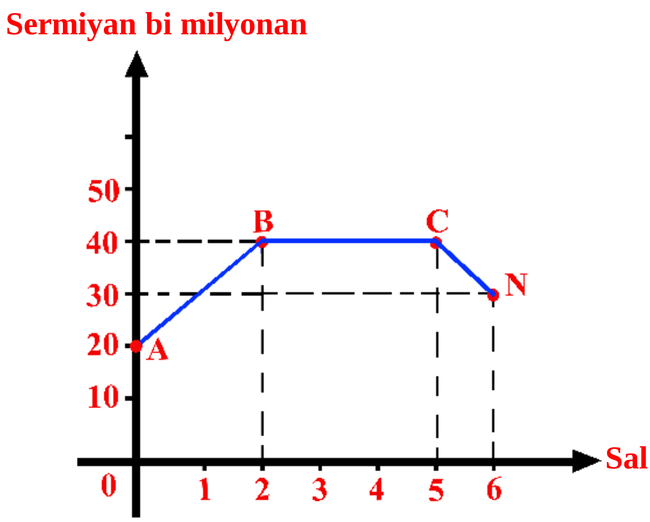
3. **Teşeya li jêr guhertina sermiyana kompanyekê di 6 salan de bi milyonan nîşan dike.**

   - Em xwariya rastekên AB, BC, CN bibînin, çi nîşan dikin?

   - Sermiyana kompanyê di destpêka kar de çi qas e?

   - Sermiyana kompanyê di sala şeşem de çi qas e?

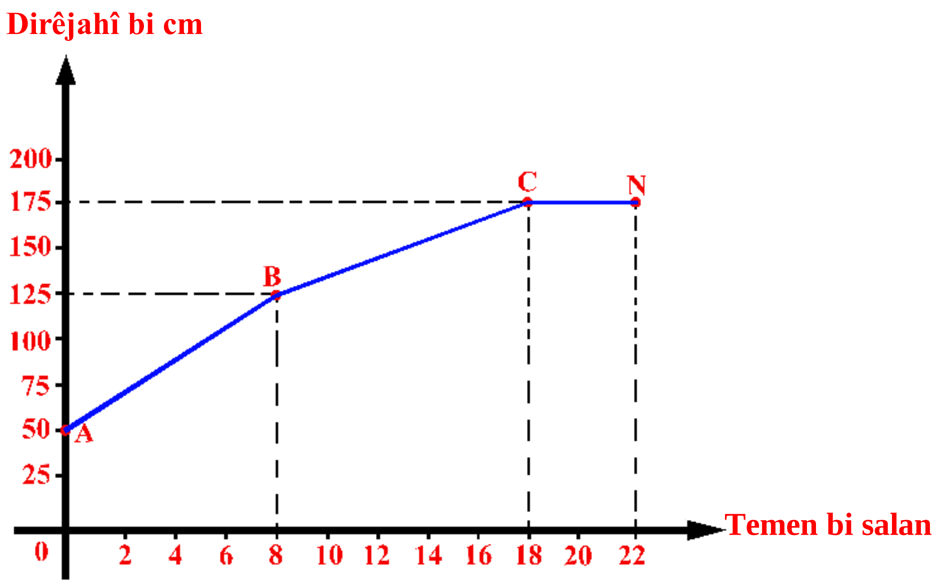
   - Di her şeş salan de, kompanî biserketî yan jî binketî ye?



4. **Teşeya li jêr, têkiliya di navbera dirêjahiya kesekî bi "cm" û temenê wî bi salan, nîşan dike.**

- Em xwariya rastekên AB, BC, CN bibînin û çi nîşan dikin?

- Em cudahiyê di navbera dirêjahiya vî kesî dema ku 8 salî bû û dirêjahiya wî dema ku 22 salî bû, bibînin:



WANEYA SÊYEM: ÇAREYA KOMIKA HEVKÊŞEYÊN JI PILEYA YEKEM CEBIRÎ Û GIRAFÎKÎ

1- Çareya komika hevkêşeyên ji pileya yekem û bi du nenasên cebirî:

Awayê wê wiha ye:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$: a, b, c, a', b', c' hejmarên diyar in.

Têbînî Cota rêzkirî (x, y) ya ku her du hevkêşeyan bi hev re pêk tine, bi navê çareya vê komikê tê naskirin.

Rêbazên çareya vê komikê:

1. Rêbaza jêbirina bicihbûnê:

Di vê rêbazê de, em komikê dikin hevkêşeyeke bi nenasekî û piştre vê hevkêşeyê çare dikin, wê demê em nirxê nenasekî bi dest dixin.

Piştre em nirxê wî nenasî di hevkêşeya din de bi cih dikin, wê demê em nirxê nenasê din jî bi dest dixin.

Mînak: **Em komika hevkêşeyên li jêr çare bikin:**

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 3x - y = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

Em nenasekî ji hevkêşeyekê bi rêya nenasa din binivîsin:

Ji hevkêşeya (1) em dibînin ku: x = 8 – 2y ………… (3)

Em nirxê x di hevkêşeya (2) de bi cih bikin:

3 (8 – 2y) – y = 3

Em vê hevkêşeyê çare bikin:

$24 - 6y - y = 3$

$-6y - y = 3 - 24$

$-7y = -21$

$y = \frac{21}{7} = 3$

Em nirxê y yê ku me bi dest xist di (3) de bi cih bikin:

$x = 8 - 2 \times 3$

$x = 8 - 6 = 2$

Wê demê cota rêzkirî (2, 3) çareya komikê ye.

Rahênan: **Em komika hevkêşeyên li jêr çare bikin:**

$$\begin{cases} x + y = 6 \dots\dots\dots\dots (1) \\ -2x + 2y = 4 \dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

2. Rêbaza jêbirinê bi yeksaniya qatan:

- Piştî yeksaniya qatên nenasekî, ji bo bidestxistina hevkêşeya bi nenasekî, em wê nenasê bi komkirin an jî derxistinê rakin.

- Bi çareya hevkêşeya bidestxistî, em nirxê nenasekî dibînin.

- Em nirxê nenasa bidestxistî di hevkêşeyekê de bi cih bikin, wê demê em nirxê nenasa din dibînin.

Mînak 1: Em komika hevkêşeyên li jêr çare bikin:

$$\begin{cases} x + y = 8 \dots\dots\dots\dots (1) \\ x - y = 2 \dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Bi komkirina her du hevkêşeyan, em dibînin ku:

$$2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{2} \Rightarrow x = 5$$

Em di hevkêşeya (1) de bi cih bikin:

5 + y = 8 ⟹ y = 8 – 5 = 3

Çareya hevbeş ji komika hevkêşeyan re: (5, 3)

Mînak 2: Em komika hevkêşeyên li jêr çare bikin:

$$\begin{cases} x + y = 3 \dots\dots\dots\dots (1) \\ x - 2y = 9 \dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Em hevkêşeya (1) hevdanî (2) bikin:

$2x + 2y = 6$ ………… (3)

Bi komkirina hevkêşeyên (2) û (3), em dibînin ku:

$$3x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$$

Em di (1) de bi cih bikin:

5 + y = 3 ⟹ y = 3 – 5 ⟹ y = − 2

Çareya hevbeş ji komika hevkêşeyan re: (5 , − 2)

Rahênan: Em komika her du hevkêşeyên li jêr çare bikin:

$$\begin{cases} -2x + y = 6 \dots\dots\dots\dots (1) \\ x + 2y = 2 \quad \dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

2- Çareya du hevkêşeyên ji pileya yekem û bi du nenasan girafîkî:

- Em xêzika rasteka ku hevkêşeya yekem nîşan dike, xêz bikin.

- Em xêzika rasteka ku hevkêşeya duyem nîşan dike, xêz bikin.

- Em cota rêzkirî ya xala hevbir a her du xêzikan, nîşan bikin, wê demê em çareya hevbeş a her du hevkêşeyan bi dest dixin.

Têbînî

Heger her du xêzikên rastekan rastênhev bin, çareya hevbeş ji komika hevkêşeyan re tune ye, yan jî yeksaneyî ne. Hejmara çareyên komikê bêdawî ye.

Mînak: **Em komika her du hevkêşeyên li jêr girafîkî çare bikin.**

$x + y = 6$ ………… (1)

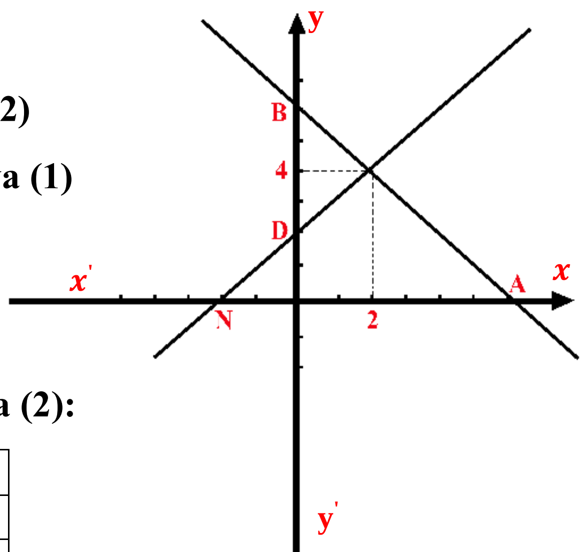
$-2x + 2y = 4$ ………… (2)

xêzika rasteka hevkêşeya (1)

x	y	Xal
0	6	B(0, 6)
6	0	A(6, 0)

xêzika rasteka hevkêşeya (2):

x	y	Xal
0	2	D(0, 2)
-2	0	N(-2, 0)



Cota rêzkirî ya xala hevbir a her du xêzikan (2, 4) e û çareya hevbeş a komikê ye.

Rahênan: **Çareya hevbeş ji komika her du hevkêşeyan re girafîkî heye yan na û çima?**

y $= 2x$ ………… (1)

$-2x + y - 2 = 0$ ………… (2)

HÎNDARÎ

1. **Em komikên hevkêşeyên li jêr cebirî çare bikin:**

$$\begin{cases} 4x + y = -14 \dots\dots\dots (1) \\ 3x + 2y = -8 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \dots\dots\dots (1) \\ x + 7y = 1 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 11 = y + 11 \dots\dots\dots (1) \\ x - y = 2(y + 19) \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4 = 0 \dots\dots\dots (1) \\ x + y - 3 = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

2. **Em komika her du hevkêşeyên li jêr girafîkî çare bikin:**

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \dots\dots\dots (1) \\ x + 2y = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

3. **Em komikên hevkêşeyên li jêr girafîkî çare bikin û piştre saxkolîna wan cebirî çêkin:**

$$\begin{cases} x + y = 4 \dots\dots\dots (1) \\ 3x - y = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 2 = 0 \dots\dots\dots (1) \\ y = -x \quad \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

WANEYA ÇAREM: HEVKÊŞEYA JI PILEYA DUYEM Û BI NENASEKÎ

Awayê giştî: $ax^2 + bx + c = 0 \quad : \quad a, b, c \in \mathbb{R} \quad$ û $\quad a \neq 0$

1- Hevdana sifirî:

Pênase: Heger a , b du hejmarên rast bin û $a \times b = 0$ wê demê yan $a = 0$ yan jî $b = 0$

Em dikarin hevdana sifirî ji bo çareya hevkêşeyên ji pileya duyem bi kar bînin, bi awayê:

$(ax + b)(cx + d) = 0$

An: $ax + b = 0$

An jî: $cx + d = 0$

Mînak 1: Em hevkêşeya $(x + 3)(x - 5) = 0$ çare bikin:

An: $x + 3 = 0 \Longrightarrow x = -3$

An jî: $x - 5 = 0 \Longrightarrow x = 5$

Ango ji hevkêşeyê re, du çareyên cuda hene.

Rahênan: Em çareyên hevkêşeya $(5 - x)(2x - 4) = 0$ bibînin.

Mînak 2: Heger $A = 9 - (2x - 1)^2$ be.

- Em A belav bikin û piştre sade bikin.
- Em A dahûrînin.
- Em hevkêşeya $A = 0$ çare bikin.

- $A = 9 - (4x^2 - 4x + 1)$

  $= 9 - 4x^2 + 4x - 1$

  $= - 4x^2 + 4x - 8$

- $A = (\sqrt{9} + \sqrt{(2x-1)^2})(\sqrt{9} - \sqrt{(2x-1)^2})$

  $= (3 + 2x - 1)\,(3 - 2x + 1)$

  $= (2 + 2x)\,(4 - 2x)$

- $A = 0 \Longrightarrow (2 + 2x)\,(4 - 2x) = 0$

  An: $2 + 2x = 0 \Longrightarrow 2x = -2 \Longrightarrow x = -1$

  An jî: $4 - 2x = 0 \Longrightarrow -2x = -4 \Longrightarrow x = 2$

2- Dema ku di hevkêşeya $ax^2 + bx + c = 0$ de $c = 0$ be, wê demê awayê hevkêşeyê dibe $ax^2 + bx = 0$:

Em dikarin x faktora hevbeş derxin û piştre li gorî hevdana sifirî berdewam bikin.

Mînak: Em hevkêşeya li jêr çare bikin:

$3x^2 - 6x = 0$

Em faktora hevbeş $3x$ derxin:

$3x(x - 2) = 0$

An: $3x = 0 \Longrightarrow x = 0$ ji ber ku $3 \neq 0$ e.

An jî: $x - 2 = 0 \Longrightarrow x = 2$

Ango: Du çareyên cuda ji hevkêşeyê re hene.

Rahênan: Em hevkêşeya $2x^2 + 3x = 0$ çare bikin.

3- Dema ku di hevkêşeya $ax^2 + bx + c = 0$ de $b = 0$ be, wê demê awayê hevkêşeyê dibe $ax^2 + c = 0$:

1. **Dema ku $c < 0$ be:**

Em dikarin hevkêşeyê bi awayê wekheviya derxistina du daman binivîsin.

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin.**

$x^2 - 9 = 0$

$(\sqrt{x^2} + \sqrt{9})(\sqrt{x^2} - \sqrt{9}) = 0$

$(x + 3)(x - 3) = 0$

An: $x + 3 = 0 \Longrightarrow x = -3$

An jî: $x - 3 = 0 \Longrightarrow x = +3$

Du çareyên cuda ji hevkêşeyê re hene.

Têbînî

Em dikarin hevkêşeya di mînaka çûyî de bi rêbazêke din çare bikin: Em hejmara (9) bibin aliyê din ê yeksaniyê û her du aliyan kok bikin.

2. **Dema ku $c > 0$ be:**

Tu çare ji hevkêşeyê re di $\mathbb{R}$ de tune ye, ji ber ku qasiya pozîtîv ne yeksanî qasiya negetîv e.

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:**

$x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$ **Çare ji hevkêşeyê re di $\mathbb{R}$ de tune ye.**

3. Dema ku c = 0:

Çareyeke dubare ji hevkêşeyê re heye $x = 0$

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:**

$5x^2 = 0 \implies x^2 = 0 \implies x = 0$ **çareyeke dubare ye**

(du qat e) yan jî du çareyên yeksan in.

4- Awayê giştî yê hevkêşeya ji pileya duyem û bi nenasekî $ax^2 + bx + c = 0$:

1. Rêbaza dahûrandina rasterast dema ku a = 1 be.

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:**

$x^2 + 7x + 6 = 0$

$(x + 6)(x + 1) = 0$

An: $x + 6 \implies x = -6$

An jî: $x + 1 \implies x = -1$

Rahênan: **Em hevkêşeyên li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:**

- $x^2 - x - 2 = 0$
- $x^2 + 6x + 5 = 0$
- $x^2 - 7x - 18 = 0$

Têbînî

Dema ku a ≠ 1 be, em dikarin her du aliyan belavî a bikin û piştre dahûrandina rasterast jê re çêkin.

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:**

$2x^2 + 8x + 6 = 0 \implies x^2 + 4x + 3 = 0$

$$\implies (x + 3)(x + 1) = 0$$

An: $x + 3 = 0 \implies x = -3$

An jî: $x + 1 = 0 \implies x = -1$

2. **Rêbaza wekheviyan:**

Mînak: Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin.

$\boldsymbol{x^2 + 4x + 4 = 0}$

$\boldsymbol{(x+2)^2 = 0}$

Bi kokdamiya her du aliyan em dibînin ku:

$\boldsymbol{x + 2 = 0 \Longrightarrow x = -2}$ **çareyeke dubare ye.**

Rahênan: Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de bi rêbaza wekheviyan çare bikin:

$\boldsymbol{x^2 - 6x + 9 = 0}$

3. **Rêbaza bidestxistina dama tam:**

Mînak: Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de çare bikin:

$\boldsymbol{x^2 + 6x - 16 = 0}$

Em dama nîvê qata x zêde û kêm bikin: $\boldsymbol{(\frac{6}{2})^2 = (3)^2 = 9}$

$\boldsymbol{x^2 + 6x + 9 - 9 - 16 = 0}$

$\boldsymbol{(x+3)^2 - 25 = 0}$

$\boldsymbol{(x+3+5)(x+3-5) = 0}$

$\boldsymbol{(x+8)(x-2) = 0}$

An: $\boldsymbol{x + 8 = 0 \Longrightarrow x = -8}$

An jî: $\boldsymbol{x - 2 = 0 \Longrightarrow x = +2}$

Rahênan: Em hevkêşeya li jêr di $\mathbb{R}$ de bi rêbaza bidestxistina dama tam çare bikin:

$\boldsymbol{x^2 - 4x - 5 = 0}$

Têbînî

Em ji du hevkêşeyan re dibêjin hember in, heger komikên wan ên çareyê heman bin.

Mînak: Em hevkêşeyên li jêr bibînin:

Hevkêşeya $x^2 + 2x + 3 = 0$ hemberî hevkêşeya $2x^2 + 4x + 6 = 0$ ye, ji ber ku hevkêşeya duyem encama hevdana hejmara (2) bi hevkêşeya yekem re ye, ji ber vê yekê komikên wan ên çareyê heman in.

4. Rêbaza deltayê: Δ

Ji bo çareya hevkêşeya ax^2 + bx + c= 0 bi rêbaza deltayê, sê rewş hene li gorî $\Delta = b^2 - 4\,ac$

Rewşa (1): Dema ku $\Delta > 0$ be, du kokên cuda

(Du çareyên cuda) ji hevkêşeyê re hene.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Rewşa (2): Dema ku $\Delta = 0$ be, du kokên dubare

(du çareyên yeksan) ji hevkêşeyê re hene.

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

Rewşa (3): Dema ku $\Delta < 0$ be, tu kok (çare) ji hevkêşeyê re di $\mathbb{R}$ de tune ne.

Mînak: Em hevkêşeyên li jêr bi rêbaza deltayê çare bikin:

- $x^2 + 3x + 2 = 0$

a = 1 , b = 3 , c = 2

$\Delta = b^2 - 4\,ac$

$= (3)^2 - 4(1)(2)$

$= 9 - 8 \quad = 1 \Longrightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+1}{2(1)} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-1}{2(1)} = \frac{-4}{2} = -2$$

Du kokên cuda ji hevkêşeyê re hene.

- $x^2 + 4x + 4 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = 4 \quad , \quad c = 4$

$\Delta = b^2 - 4\,ac$

$= (4)^2 - 4(1)(4)$

$= 16 - 16 = 0 \Longrightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{0} = 0$

$x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-4}{2(1)} = \dfrac{-4}{2} = -2$ **du kokên dubare ne.**

- $2x^2 - 3x + 5 = 0$

$a = 2 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = 5$

$\Delta = b^2 - 4\,ac$

$= (-3)^2 - 4(2)(5) \quad = 9 - 40$

$= -31 < 0$ **Çare ji hevkêşeyê re di $\mathbb{R}$ de tune ye.**

Rahênan: Em hevkêşeyên li jêr bi rêbaza deltayê çare bikin:

- $x^2 + 8x - 20 = 0$
- $x^2 + x + 1 = 0$
- $2x^2 - 4x + 2 = 0$

Çareya girêftarêyan bi alîkariya hevkêşeya ji pileya duyem:

Girêftarî: Dirêjahiya milkêşekê zêdeyî firehiya wê biqasî 4 cm ye, heger rûbera wê 21 cm^2 be, em dirêjahiyên durahiyên wê bibînin.

Çare:

Heger firehiya milkêşê x be, wê demê dirêjahiya wê $x + 4$ e.

Hevkêşe: Rûber = dirêjahî × firehî

$$21 = x(x+4)$$

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x+7)(x-3) = 0$$

An: $x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$ (Çênabe, ji ber ku negetîv e.)

An jî: $x - 3 = 0 \Rightarrow x = +3$

Firehiya milkêşê = 3 cm

Dirêjahiya milkêşê = 3 + 4 = 7 cm

Saxkolîn: 3 × 7 = 21 cm^2

Rahênan: Du hejmarên pozîtîv hene, hejmarek kêmî ya din biqasî (1) ye, heger encama hevdana wan (20) be, em her du hejmaran bibînin.

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Çareya hevkêşeya x^2 = 4 ev e:

$x = \mp 4$, $x = \mp 2$, $x = \mp 1$

- Çareyên hevkêşeya $(x-1)(x-2) = 0$ ev in:

$x = 1$ û $x = 2$, $x = -1$ û $x = -2$, $x = 2$ û $x = 2$

- Çareyên hevkêşeya $x(x+7) = 0$ ev in:

$x = 0$ û $x = 7$, $x = 1$ û $x = -7$, $x = 0$ û $x = -7$

2. Em hevkêşeyên li jêr çare bikin:

- $x(x+6)(x-7) = 0$
- $\left(\frac{x}{2}+2\right)\left(3x-\frac{5}{3}\right) = 0$
- $x^2 - 1 = 0$
- $x^2 + 25 = 0$
- $x^2 - 5x = 0$
- $2x^3 - 18x = 0$

3. Heger B = $(3x+2)^2 - (3x+2)(x+7)$ be:

- Em B belav bikin û piştre sade bikin.

- Em B dahûrînin.

- Em hevkêşeya B = 0 çare bikin.

4. Em hevkêşeya $x^2 - 6x + 5 = 0$ bi rêbaza bidestxistina dama tam çare bikin.

5. Em hevkêşeya $x^2 - 7x - 8 = 0$ bi rêbaza dêltayê çare bikin.

6. Em girêftariyên li jêr çare bikin:

- **Du hejmarên xwezayî hene, hejmarek sê qatên hejmara din e, heger encama hevdana wan 27 be, em her du hejmaran bibînin.**

- **Dijwar bi sê salan ji Şiyar mezintir e, heger piştî salekê encama hevdana temenên wan bibe 28, em temenên wan ên dema niha bibînin.**

- **Heger encama hevdana du hejmarên xwezayî yên li pey hev 20 be, em her du hejmaran bibînin.**

BEŞA SÊYEM: RASTEKÊN RASTÊNHEV Û RASTEKBIR

1. TEORIYA TALIS
2. WEKHEVÎ
3. TEORIYA EUCLID (UKLID)

WANEYA YEKEM: TEORIYA TALIS

Rêje û Rêjedarî:

1- Rêje:

Pênase: **Hevrûkirina di navbera du qasiyan an jî du hejmarên heman cure û heman mena pîvanê de ye.**

Heger a , b $\in \mathbb{R}$ bin, wê demê kerta $\frac{a}{b}$ bi navê rêjeya hejmara (a) li hejmara (b) tê naskirin ($b \neq 0$).

Em ji (a) re dibêjin para rêjeyê.

Em ji (b) re dibêjin parana rêjeyê.

Mînak: **Hevrûkirina di navbera senga kur û bav de.**

Heger senga kur 40 kg be û ya bav 80 kg be, wê demê kerta:

$\frac{Senga\ kur}{Senga\ bav} = \frac{40}{80} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ **bi navê rêjeya senga kur li ya bav tê naskirin.**

Taybetiyên rêjeyê:

1. **Dema ku em par û parana rêjeyê hevdanî hejmareke neguhêr ji bilî sifirê bikin, nirxê rêjeyê nayê guhertin.**

Mînak: Em rêjeyên li jêr bibînin:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{4}{2.7} = \frac{4 \times 10}{2.7 \times 10} = \frac{40}{27}$$

2. **Nirxê rêjeyê nayê guhertin dema ku em par û parana rêjeyê belavî hejmareke neguhêr ji bilî sifirê bikin.**

Mînak: Em rêjeya li jêr bibînin:

$$\frac{10}{15} = \frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$$

2- Rêjedarî:

Pênase: Yeksaniya di navbera du rêjeyan de yan jî bêtir e.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **rêjedarî ye**

Her rêjedariyek herî kêm ji çar hejmaran ($a . b . c . d$) pêk tê.

a , d çep in û b , c rast in

Mînak: Em rêjedariyên li jêr bibînin:

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ **rêjedarî ye.**

$\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ **rêjedarî ye.**

Rahênan: Em valahiyên li jêr dagirin da ku em rêjedariyê bi dest bixin:

$$\frac{4}{5} = \frac{20}{...} \quad , \quad \frac{2}{7} = \frac{...}{49} \quad , \quad \frac{15}{45} = \frac{...}{9}$$

Taybetiyên rêjedariyê:

1. **Di her rêjedariyekê de hevdana çepan yeksanî hevdana rastan e (çeperast).**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies a \times d = b \times c$$

Mînak 1: Em rêjedariya li jêr bibînin:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \implies 2 \times 6 = 3 \times 4$$

$$\implies 2 \times 6 = 3 \times 4 \implies 12 = 12$$

Mînak 2: Em nirxê x di rêjedariya li jêr de bibînin:

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{6} \implies 3 \times x = 4 \times 6$$

$$\implies 3x = 24 \implies x = \frac{24}{3} = 8$$

2. **Di her rêjedariyekê de heger em her du rêjeyan vajî bikin, em rêjedariyeke nû bi dest dixin.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

Mînak: Em rêjedariya li jêr bibînin:

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \implies \frac{3}{2} = \frac{15}{10}$$

3. **Di her rêjedariyekê de heger em her du çepan pev biguherin, em rêjedariyeke nû bi dest dixin.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

Mînak: Em rêjedariya li jêr bibînin:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \implies \frac{12}{4} = \frac{9}{3}$$

4. **Di her rêjedariyekê de heger em her du rastan pev biguherin, em rêjedariyeke nû bi dest dixin.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Mînak: **Em rêjedariya li jêr bibînin:**

$$\frac{5}{3} = \frac{50}{30} \Longrightarrow \frac{5}{50} = \frac{3}{30}$$

5. **Di her rêjedariyekê de heger em her du paranan neguherin û li paran zêde yan jî kêm bikin, em rêjedariyeke nû bi dest dixin.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a \mp b}{b} = \frac{c \mp d}{d}$$

Mînak: **Em rêjedariya li jêr bibînin:**

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{21} \Longrightarrow \frac{5 + 7}{7} = \frac{15 + 21}{21}$$

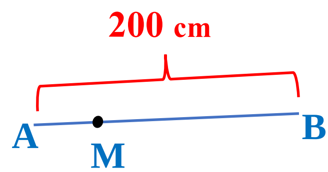
6. **Di her rêjedariyekê de heger em her du paran neguherin û li paranan zêde yan jî kêm bikin, em rêjedariyeke nû bi dest dixin.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a}{b \mp a} = \frac{c}{d \mp c}$$

Mînak 1: **Em rêjedariya li jêr bibînin:**

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \Longrightarrow \frac{2}{5 - 2} = \frac{8}{20 - 8}$$

Mînak 2: Li gorî rêjedariyê di teşeya li jêr de $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ em MA û MB bibînin:



Li gorî taybetiyên rêjedariyê:

$$\frac{MA}{MB + MA} = \frac{2}{3+2} \Longrightarrow \frac{MA}{200} = \frac{2}{5}$$

$$MA = \frac{200 \times 2}{5} \Longrightarrow MA = \frac{400}{5} = 80\,cm$$

$$\Longrightarrow MB = 200 - 80 = 120 \text{ cm}$$

7. **Di her rêjedariyekê de rêjeya komkirina paran li komkirina paranan, yeksanî rêjeyekê ye.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{N}{M} = \frac{a + c + N}{b + d + M}$$

Mînak: Heger $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ be û a + b + c = 27 be, em nirxên a, b , c bibînin:

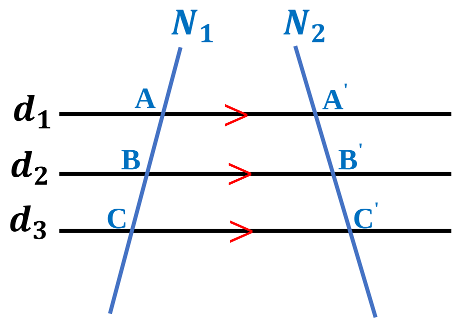
$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{a + b + c}{2 + 3 + 4} = \frac{27}{9} = 3$$

$\frac{a}{2} = 3 \Longrightarrow a = 2 \times 3 \Longrightarrow a = 6$

$\frac{b}{3} = 3 \Longrightarrow b = 3 \times 3 \Longrightarrow b = 9$

$\frac{c}{4} = 3 \Longrightarrow c = 4 \times 3 \Longrightarrow c = 12$

3- Teoriya Talis:



Heger du rastek gelek rastekên rastênhev bibirin, wê demê dirêjahiyên parçeyên li ser rastekbireke çêbûyî bi dirêjahiyên parçeyên li ser rastekbira din a çêbûyî rêjedariyekê çêdike.

Heger d_1 // d_2 // d_3

N_1 rastekan di xalên A, B, C de bibire.

N_2 rastekan di xalên A', B', C' de bibire.

Wê demê rêjedariyên li jêr rast in:

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ **yan jî** $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$

Bi pêkanîna taybetiyên rêjedariyê, em dikarin rêjedariyan bi vî awayî binivîsin:

$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$ **yan jî** $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$

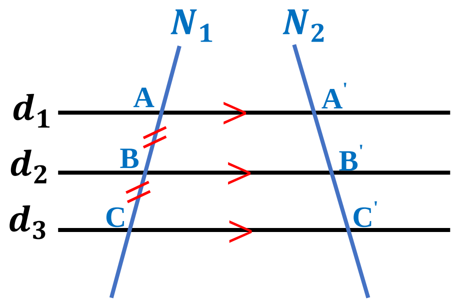
Em dikarin jî rêjedarêyan bi awayê li jêr binivîsin:

Em xalên hevbir ên bi rastekbira yekem re bi rêz binivîsin.

Piştre xalên hevbir ên bi rastekbira duyem re bi rêz binivîsin.

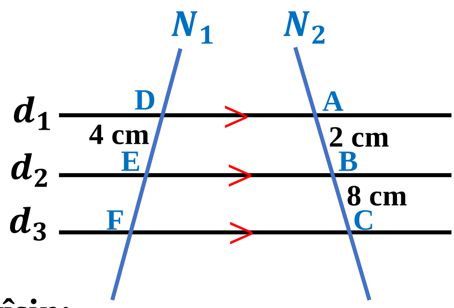
$$\left.\begin{matrix} A\ B\ C \\ A'B'C' \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Rewşeke taybet: Heger rastekên rastênhev li ser rastekbira yekem parçeyên yeksan nîşan bikin, wê demê li ser rastekbireke din jî parçeyên yeksan nîşan dikin.



Heger AB = BC be, wê demê: $A'B' = B'C'$

Mînak: Di teşeya li jêr de em dirêjahiya EF bibînin:



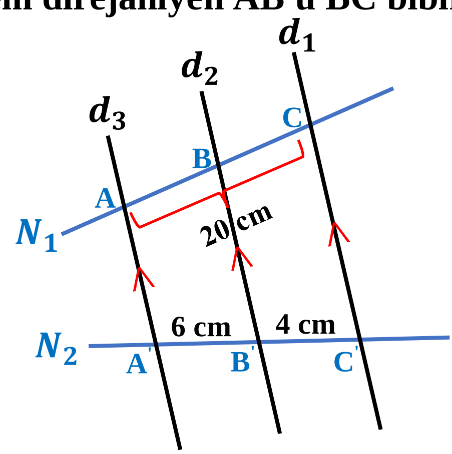
Çare:

Em dikarin li gorî Talis binivîsin:

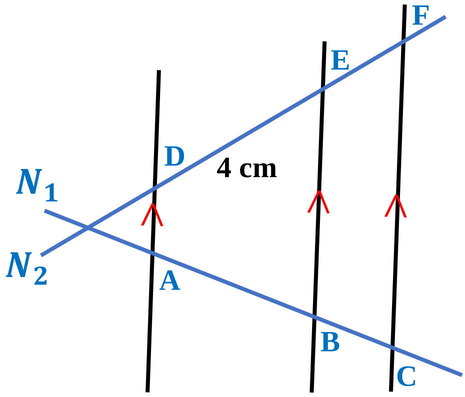
$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \Longrightarrow \frac{2}{4} = \frac{8}{EF} \Longrightarrow EF = \frac{8 \times 4}{2} \Longrightarrow EF = 16 \text{ cm}$$

Rahênan:

1. Di teşeya li jêr de em dirêjahiyên AB û BC bibînin:

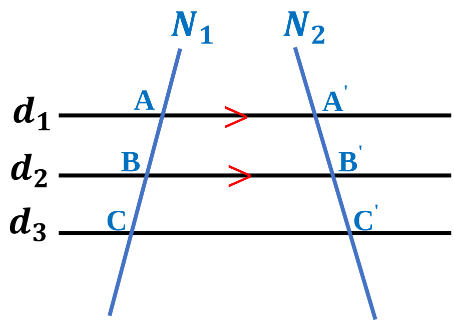


2. Di teşeya li jêr de heger AB = 2 BC be em dirêjahiya EF bibînin:



Teoriya vajiya Talis:

Heger sê rastek ku du ji wan rastênhev in, li ser du rastekbiran parçeyên beramber ên ku dirêjahiyên wan rêjedariyekê çêdikin, nîşan bikin; wê demê her sê rastek rastênhev in.



Heger d_1 // d_2

N_1 rastekan di xalên A, B, C de bibire.

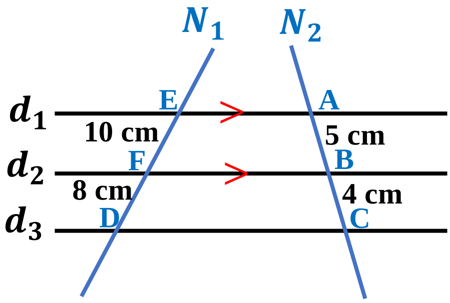
N_2 rastekan di xalên A', B', C' de bibire.

Û heger rêjedariyên li jêr rast bin:

$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ **yan jî** $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$

Wê demê: d_1 // d_2 // d_3

Mînak: Di teşeya li jêr de em tekez bikin ku DC // EA



Çare:

d_1 // d_2

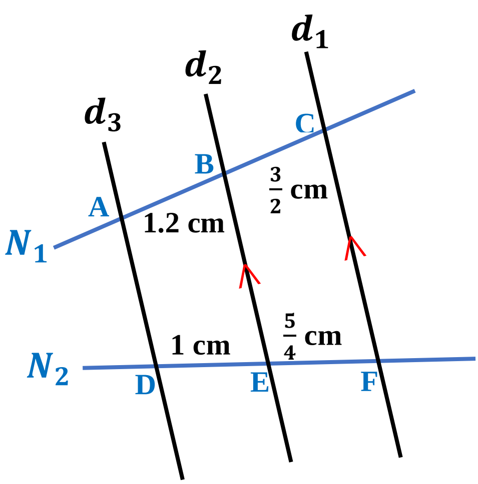
N_1 **rastekan di xalên E, F, D de dibire.**

N_2 **rastekan di xalên A, B, C de dibire.**

Wê demê:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AB}{EF} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \\ \frac{BC}{FD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD} \Longrightarrow \text{DC // EA li gorî vajiya Talis}$$

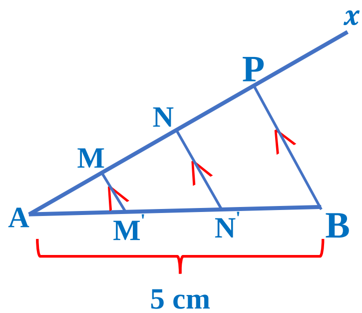
Rahênan: Di teşeya li jêr de em tekez bikin ku CF // AD:



Pêkanînên Teoriya Talis: Parçekirina parçerastekekê li parçeyên yeksan:

Heger AB parçerastekek be û dirêjahiya wê 5 cm be.

Em dixwazin wê li sê parçeyên yeksan bi alîkariya teoriya Talis parçe bikin.



Kar:

- Em nîvrasteka Ax xêz bikin ku ne li ser AB be.

- Em sê xalên M, N, P li ser wê nîşan bikin ku AM=MN=NP be.

- Em P bigihînin B û piştre ji N û M du rastekên rastênhev PB xêz bikin, wê demê AB di xalên N' û M' de dibirin.

Li gorî Talis: $\frac{AM}{AM'} = \frac{MN}{M'N'} = \frac{NP}{N'B}$

Ji ber ku hemû par yeksan in, hemû paran jî yeksan in:

AM' = M'N' = N'B

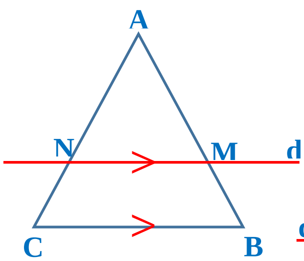
Bi vî awayî me parçeya AB li sê parçeyên yeksan parve kir.

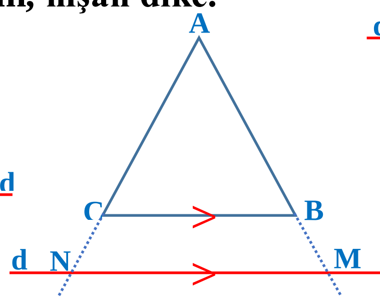
Rahênan: Heger AB parçerastekek be û dirêjahiya wê 7 cm be.

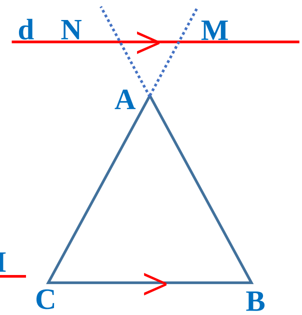
Em dixwazin wê li sê parçeyên yeksan bi alîkariya teoriya Talis parçe bikin.

4- Teoriya Talis di sêgoşeyê de:

Rasteka rastênhevî kenareke sêgoşeyekê ku di sergoşeya beramberî wê re neçe, li ser her du kenarên din an jî dirêjahbûnên wan, parçeyên beramber ku dirêjahiyên wan rêjedariyan çêdikin, nîşan dike.



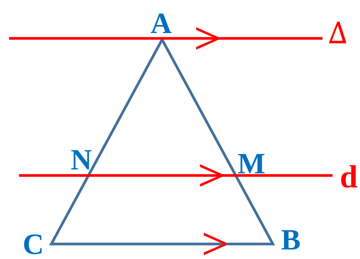




Heger ABC sêgoşeyek be ku d // BC, d kenara AB di M de bibire û kenara AC di N de bibire.

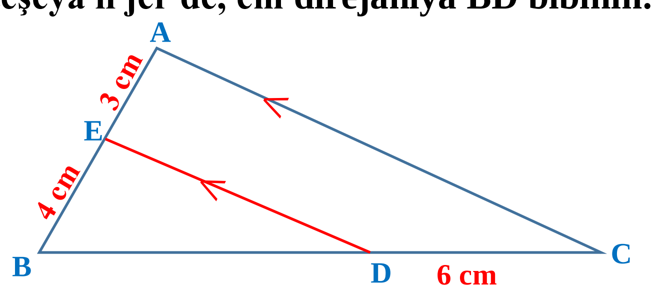
Wê demê: $\frac{AN}{AM} = \frac{NC}{MB}$ **yan jî** $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

Kar: Em ji A rastekeke Δ rastênhevî rasteka d xêz bikin, wê demê em sê rastekên rastênhev Δ // d // BC û du rastekbiran AB û AC bi dest dixin



Li gorî Talis: $\frac{AN}{AM} = \frac{NC}{MB}$

Mînak: Di teşeya li jêr de, em dirêjahiya BD bibînin:

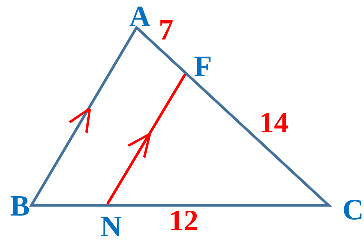


ABC sêgoşeyeke ku ED // AC, Li gorî Talis di sêgoşeyê de:

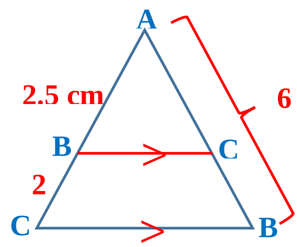
$$\frac{BE}{BD} = \frac{EA}{DC} \Longrightarrow \frac{4}{BD} = \frac{3}{6} \Longrightarrow BD = \frac{4 \times 6}{3} \Longrightarrow BD = \frac{24}{3} = 8 \text{ cm}$$

Rahênan:

1. Di teşeya li jêr de em dirêjahiya BN bibînin:



2. Di teşeya li jêr de em dirêjahiya AC bibînin:

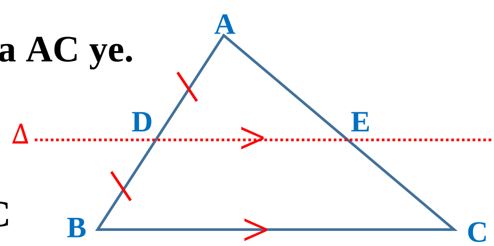


Pêkanînên Talis di sêgoşeyê de:

Em li teşeya li jêr binêrin:

ABC sêgoşeyeke ku D nîveka AB ye û Δ rastekeke ku di D re diçe û rastênhevî BC ye û AC di E de dibire.

Em tekez bikin ku E nîveka AC ye.



ABC sêgoşeyeke ku Δ // BC

Li gorî Talis di sêgoşeyê de: $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

Ji ber ku D nîveka AB ye, wê demê: $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$

$\Longrightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2} \Longrightarrow$ **AC = 2AE** $\Longrightarrow$ **E nîveka AC ye.**

(Parçerasteka ku di nîvê kenareke sêgoşeyekê re diçe û rastênhevî kenareke din be, wê demê di nîveka kenara sêyem re diçe)

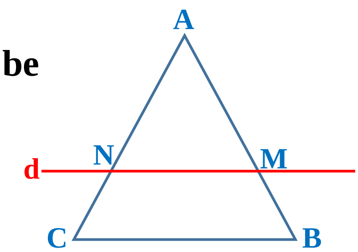
Teoriya vajiya Talis di sêgoşeyê de:

Heger rastekek li ser du kenarên sêgoşeyekê yan jî direjbûnên wan parçeyên beramber ku direjahiyên wan rêjedariyan çêdikin, nîşan bike, wê demê ev rastek rastênhevî kenara sêyem e.

Heger ABC sêgoşeyek be ku rastek d kenara AB di M de bibire û kenarê AC di N de bibire:

Û heger $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ **yan jî** $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ **be**

Wê demê: d // BC



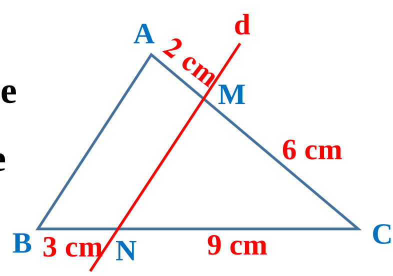
Mînak: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku d // AB

ABC sêgoşeyek e tê de:

d kenara AC di M de dibire

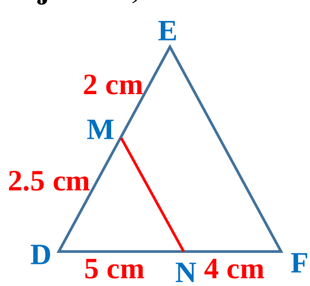
d kenara BC di N de dibire

Wê demê:



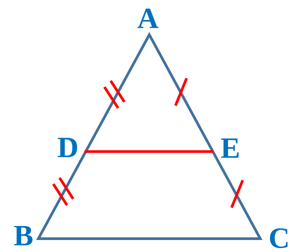
$$\left.\begin{array}{l} \frac{CM}{CN} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \\ \frac{MA}{NB} = \frac{2}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{MA}{NB} \Rightarrow \text{d // AB li gorî vajiya Talis}$$

Rahênan: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku MN // EF



Pêkanînên vajiya Talis di sêgoşeyê de:

Heger ABC sêgoşeyek be ku D nîveka AB û E nîveka AC be, em tekez bikin ku DE // BC



ABC sêgoşeyeke ku DE du kenarên wê dibire.

D nîveka AB ye $\Longrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ **………… (1)**

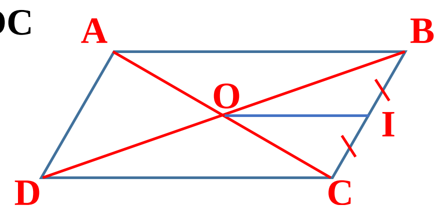
E nîveka AC ye $\Longrightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ **………… (2)**

Em ji (1) û (2) dibînin ku: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Longrightarrow$ **DE // BC**

(Parçerasteka ku di nîvê kenareke sêgoşeyekê re diçe û rastênhevî kenareke din be, wê demê di nîveka kenara sêyem re diçe)

Rahênan: **ABCD kenarên rastênhev in, navenda wan (O) ye û I nîveka BC ye.**

Em tekez bikin ku IO // DC

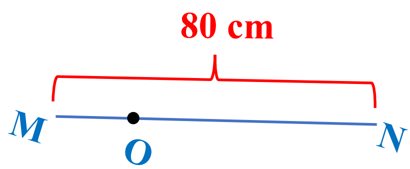


HÎNDARÎ

1. **Em nirxê x di rêjedariyên li jêr de, bibînin:**

$\frac{3}{x} = \frac{6}{8}$, $\frac{x}{7} = \frac{4}{14}$, $\frac{1}{2} = \frac{3}{x}$, $\frac{4}{5} = \frac{x}{10}$

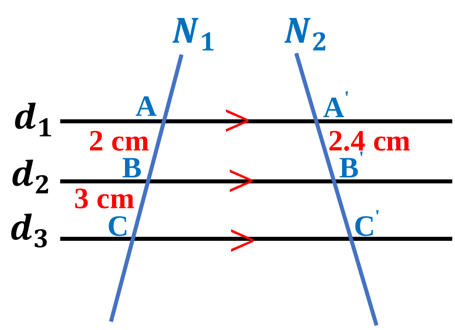
2. **Heger NM = 8 cm be û $\frac{OM}{ON} = \frac{3}{5}$ rêjeyek be, em OM û ON bibînin:**



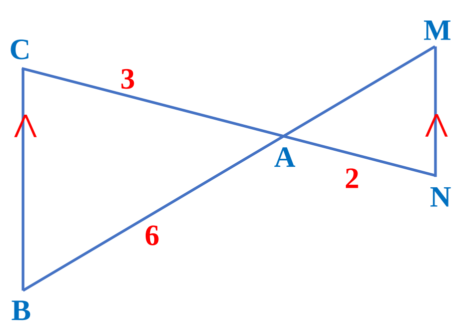
3. **Heger ABC sêgoşeyek be ku $\widehat{C} = 100^\circ$ û $\frac{\widehat{A}}{\widehat{B}} = \frac{1}{4}$ be, em $\widehat{A}$ û $\widehat{B}$ bibînin.**

4. **Em hejmarên pozîtîv ên ku komkirina wan 24 e û rêjeya wan $\frac{1}{3}$ bibînin.**

5. **Di teşeya li jêr de, em dirêjahiya B'C' bibînin:**



6. **Di teşeya li jêr de, em dirêjahiya AM bibînin:**

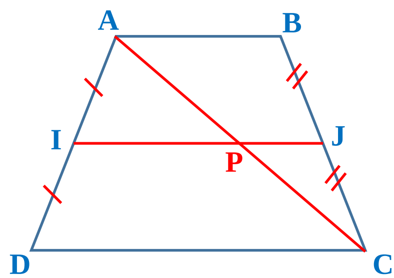


7. **Heger AB parçerastekek be û dirêjahiya wê 11 cm be.**

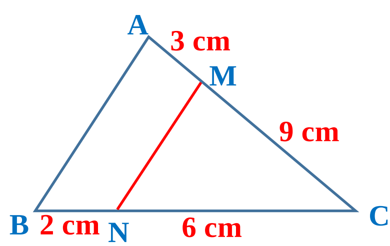
Em dixwazin wê li çar parçeyên yeksan parçe bikin.

8. **ABCD kelkot e, binkeyên wê AB û CD ne, I nîveka AD ye û J nîveka BC ye û her du rastekên AC û IJ di P de hevbir in.**

Em tekez bikin ku P nîveka AC ye û piştre tekez bikin ku $IJ = \frac{1}{2}(AB + DC)$

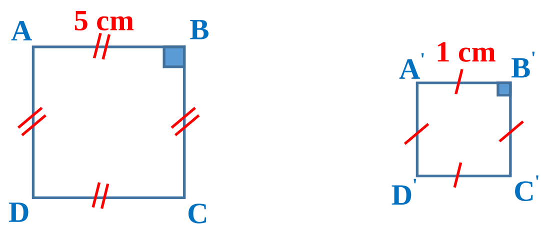


9. **Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku MN // AB:**



WANEYA DUYEM: WEKHEVÎ

Di teşeya li jêr de, ABCD û $A'B'C'D'$ du dam in.



Em dibînin ku her çar goşe di her du daman de tîk in.

û $\frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{5}$, $\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{5}$ ....

Bi vî awayî goşeyên beramber yeksan bûn û dirêjahiyên kenarên beramber rêjedariyê çêdikin.

Em dibînin ku her du dam wekhev in û $A'B'C'D'$ biçûkkirina ABCD ye û rêjeya biçûkkirinê $\frac{1}{5}$ e.

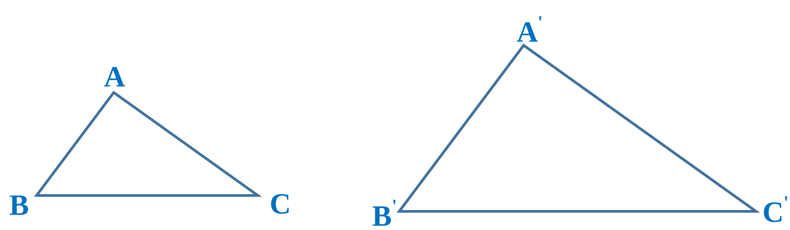
Pênase:

Em ji du sêgoşeyan ABC, $A'B'C'$ re dibêjin wekhev in, heger ev her du merc pêk bên:

- Goşeyên beramber yeksan bin: $\hat{A} = \widehat{A'}$, $\hat{B} = \widehat{B'}$, $\hat{C} = \widehat{C'}$

- Kenarên beramber rêjedariyê çêkin:

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = k$ **: $k \neq 0$ hejmareke pozîtîv e.**



- **Têbînî:**

1. Divê nivîsîna her du sêgoşeyên wekhev bi heman rêzkirina sergoşeyên beramber be.

$$\left.\begin{matrix} A\ B\ C \\ A'B'C' \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

2. Em ji her rêjeyekê ji van rêjeyan re dibêjin, rêjeya wekheviyê.

3. Heger rêjeya wekheviyê = 1 be, wê demê her du sêgoşe yeksaneyî ne, heger rêjeya wekheviyê<1 be, wê demê sêgoşeyek biçûkkirina ya din e û heger rêjeya wekheviyê>1 be, wê demê sêgoşeyek mezinkirina ya din e.

4. Heger du sêgoşe wekhev bin, wê demê pîvanên goşeyên beramber yeksan in û kenarên bermber rêjedariyê çêdikin.

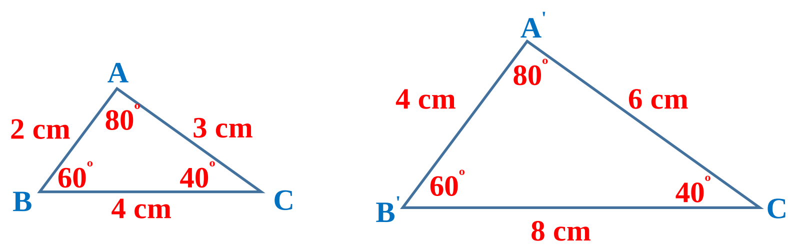
5. Em dikarin rêjedariyan ji bo nivîsîna rêjeyên wekheviyê bi kar bînin:

$$\frac{Dir\hat{e}jiya\ kenara\ bi\c{c}\hat{u}k\ \ AB}{Dir\hat{e}jiya\ kenara\ bi\c{c}\hat{u}k\ A'B'} = \frac{Dir\hat{e}jiya\ kenara\ nav\hat{\imath}n\ AC}{Dir\hat{e}jiya\ kenara\ nav\hat{\imath}n\ A'C'} = \frac{Dir\hat{e}jiya\ kenara\ mezin\ BC}{Dir\hat{e}jiya\ kenara\ mezin\ B'C'}$$

6. Rêjeya dirêjahiyên derdorên du sêgoşeyên wekhev, yeksanî rêjeya wekheviyê ye.

7. Rêjeya rûberên du sêgoşeyên wekhev yeksanî dama rêjeya wekheviyê ye.

Mînak: Em wekheviya her du sêgoşeyên li jêr bibînin.



Em dibînin ku:

$$\left.\begin{aligned}\widehat{A} &= \widehat{A'} = 80^{\circ}\\ \widehat{B} &= \widehat{B'} = 60^{\circ}\\ \widehat{C} &= \widehat{C'} = 40^{\circ}\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \text{Pîvanên goşeyên beramber yeksan bûne.}$$

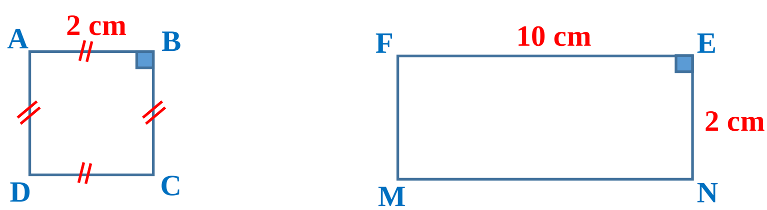
$$\left.\begin{aligned}\frac{AB}{A'B'} &= \frac{2\div 2}{4\div 2} = \frac{1}{2}\\ \frac{BC}{B'C'} &= \frac{4\div 4}{8\div 4} = \frac{1}{2}\\ \frac{AC}{A'C'} &= \frac{3\div 3}{6\div 3} = \frac{1}{2}\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$\Longrightarrow$ **Dirêjahiyên kenarên beramber rêjedariyê çêkirin.**

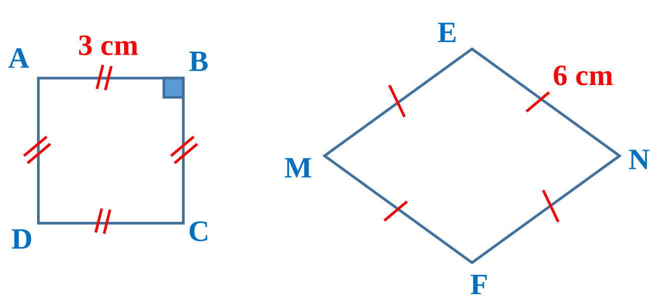
Ango: Her du sêgoşe wekhev in.

- **Baldarî:**

1. Pîvanên goşeyên dam û milkêşê yeksan in, lê belê her du teşe ne wekhev in. Çima?



2. Dirêjahiyên kenarên beramber ên dam û çargoşeya hemkenar rêjedariyê çêdikin, lê belê her du teşe ne wekhev in. Çima?

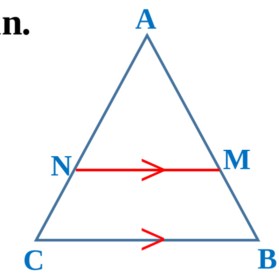


Rêbazên wekheviya du sêgoşeyan.

1. Teoriya bingehîn di wekheviyê de:

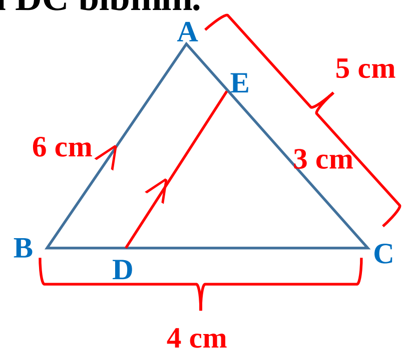
1 Rasteka rastênhevî kenareke sêgoşeyekê ku di sergoşeya beramberî wê re neçe, her du kenarên din an jî dirêjbûnên wan dibire û sêgoşeyeke weke sêgoşeya resen çêdike.

Heger ABC sêgoşeyek be ku NM // CB, wê demê sêgoşeya ABC û sêgoşeya AMN wekhev in.



Mînak 1: Di teşeya li jêr de:

1. **Em wekheviya her du sêgoşeyên CED û CAB tekez bikin.**
2. **Em dirêjahiyên ED û DC bibînin.**



Çare:

1) **ED // AB $\Longrightarrow$ Her du sêgoşeyên CED û CAB wekhev in, li gorî teoriya bingehîn di wekheviyê de.**

2) **Em dizanin ku:** $\left.\begin{array}{c} \widehat{C}\ hevbeş\ e \\ \widehat{A} = \widehat{E}\ sîmetrîk\ in. \end{array}\right\} \Longrightarrow \widehat{B} = \widehat{D}$

Em rêjedariya kenaran binivîsin:

$$\left.\begin{array}{c} C\ E\ D \\ C\ A\ B \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{ED}{AB} = \frac{CD}{CB} \Longrightarrow \frac{3}{5} = \frac{ED}{6} = \frac{CD}{4}$$

Em rêjedariyên yekem û duyem bibin:

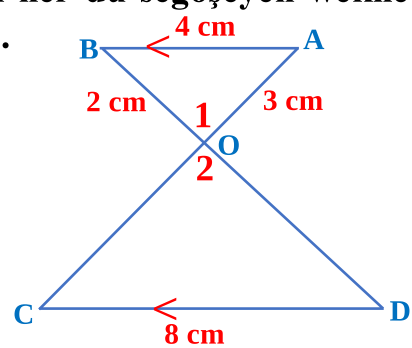
$$\frac{3}{5} = \frac{ED}{6} \Longrightarrow ED = \frac{6 \times 3}{5} = \frac{18}{5}\ \text{cm}$$

Em rêjedariyên yekem û sêyem bibin:

$$\frac{3}{5} = \frac{CD}{4} \Longrightarrow CD = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}\ \text{cm}$$

Mînak 2: Di teşeya li jêr de:

1. Em wekheviya her du sêgoşeyên OAB û OCD tekez bikin.
2. Em derdora sêgoşeya OCD bibînin û tekez bikin ku rêjeya dirêjahiyên derdorên her du sêgoşeyên wekhev, yeksanî rêjeya wekheviyê ne.



Çare:

1) AB // DC ⟹ Her du sêgoşeyên OAB û OCD wekhev in, li gorî teoriya bingehîn di wekheviyê de.

2) Em dizanin ku: $\left.\begin{aligned} \widehat{O_1} = \widehat{O_2}\ &\textit{berovajî ne} \\ \widehat{A} = \widehat{C}\ &\textit{berovajî hundir in} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \widehat{B} = \widehat{D}$

Em rêjedariya kenaran binivîsin:

$$\left.\begin{matrix} O\ A\ B \\ O\ C\ D \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD} \Longrightarrow \frac{3}{OC} = \frac{4}{8} = \frac{2}{OD}$$

Em dibînin ku rêjeya wekheviyê ev e: $\frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$

Em rêjedariyên yekem û duyem bibin:

$$\frac{3}{OC} = \frac{4}{8} \Longrightarrow OC = \frac{8 \times 3}{4} = \frac{24}{4} = 6\ \text{cm}$$

Em rêjedariyên duyem û sêyem bibin:

$$\frac{4}{8} = \frac{2}{OD} \Longrightarrow OD = \frac{8 \times 2}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ cm}$$

Dirêjahiya derdora sêgoşeyê = komkirina dirêjahiyên kenarên wê

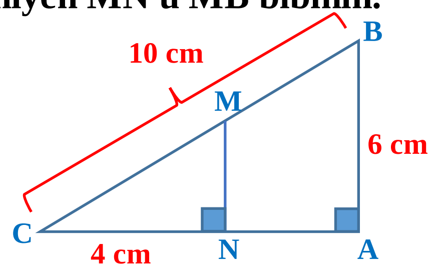
P = OD + DC + CO= 4 + 8 + 6 = 18 cm

Em dibînin ku: $\frac{Derdora\ OAB}{Derdora\ OCD} = \frac{2+3+4}{4+8+6} = \frac{9 \div 9}{18 \div 9} = \frac{1}{2}$ **rêjeya wekheviyê ye.**

Rahênan: Di teşeya li jêr de:

1. Em wekheviya her du sêgoşeyên CNM û CAB tekez bikin.

2. Em dirêjahiyên MN û MB bibînin.



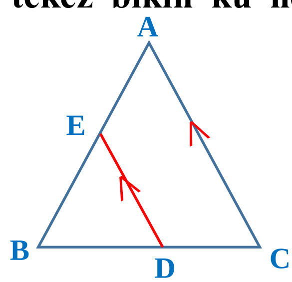
2. Du sêgoşe dibin wekhev, heger mercek ji mercên li jêr pêk were:

2

1. Du goşeyên segoşeyekê yeksanî du goşeyên beramber ên sêgoşeya din bin.

2. Dirêjahiyên kenarên beramber rêjedariyê çêkin.

Mînak 1: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku her du sêgoşeyên BED û BAC wekhev in:

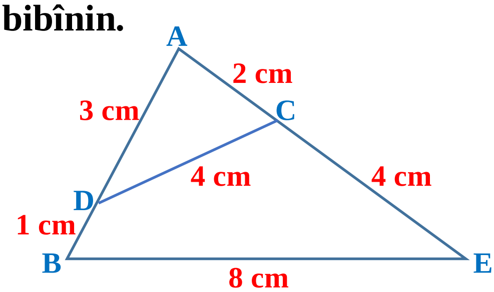


Çare:

$$\left.\begin{array}{r} \widehat{B}\ hevbeş\ e \\ \widehat{E} = \widehat{A}\ sîmetrîk\ in \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ **Her du sêgoşe wekhev in, ji ber yeksaniya du goşeyên sêgoşeyekê bi du goşeyên beramber ên sêgoşeya din.**

Mînak 2: **Di teşeya li jêr de, em wekheviya her du sêgoşeyên ADC û AEB tekez bikin.**

Heger rûbera sêgoşeya ADC yeksanî 6 cm² be, em rûbera sêgoşeya AEB bibînin.



Çare:

Em rêjedariyên ku kenaran çêdikin, binivîsin:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AC}{AB} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2} \\ \frac{AD}{AE} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2} \\ \frac{DC}{BE} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{DC}{BE}$$

Her du sêgoşeyên ADC û AEB wekhev in, ji ber ku kenarên beramber, rêjedariyê çêdikin.

Rêjeya wekheviyê = $\frac{1}{2}$

$$\frac{Rûberê\ sêgoşeya\ yekem}{Rûberê\ sêgoşeya\ duyem} =$$ **dama rêjeya wekheviyê**

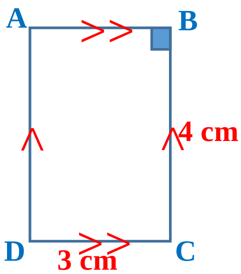
$$\frac{S(ADC)}{S(AEB)} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Longrightarrow \frac{6}{S(AEB)} = \frac{1}{4}$$

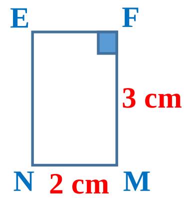
$$\Longrightarrow S(AEB) = \frac{4 \times 6}{1} = 24\ \text{cm}^2$$

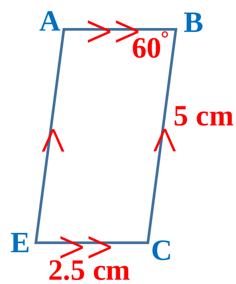
HÎNDARÎ

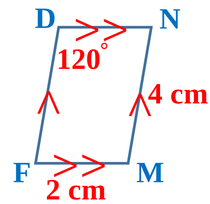
1. **Em bibînin ka kîjan cotên pirgoşeyan wekhev in û çima?**

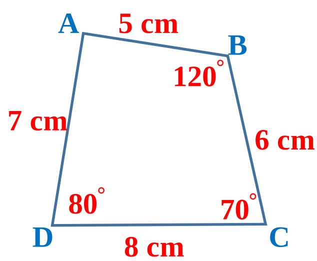
Em pirgoşeyên wekhev bi rêzkirina sergoşeyên beramber binivîsin.

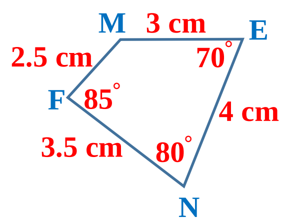




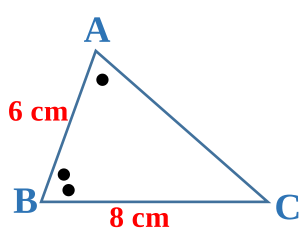


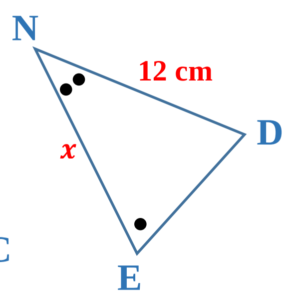


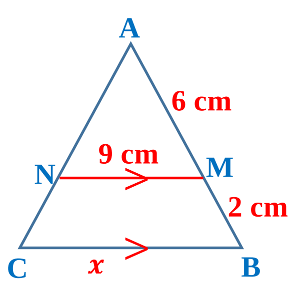


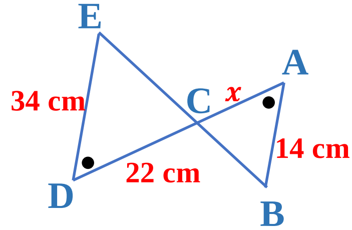


2. **Di teşeyên li jêr de, heger cotên sêgoşeyan wekhev bin, em nirxê x bibînin:**



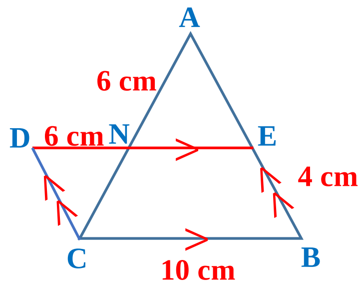




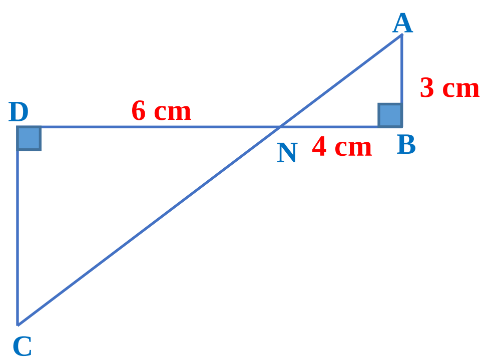


3. **Di teşeya li jêr de, DEBC kenarên rastênhev in.**

Em dirêjahiyên AE, AB û NC bibînin:



4. **Di teşeya li jêr de, em dirêjahiyên AN, DC û NC bibînin:**



WANEYA SÊYEM: TEORIYA EUCLID (UKLID)

Ronîkirin:

Euclid (Uklid) (325 – 265 B.Z) zanyarekî Yûnanistanî ye.

Sîstema aksiyoman a di geometriyê de danî û pirtûka "Elements" amade kir. Geometriya Euclid ji teoriya vacî re nimûne ye; her wiha bi navê bavê geometriyê tê naskirin.

1- Êxistin:

Dema ku parçeyek kilspî ji destê me bikeve, tîkî li ser erdê dikeve yan na?

Dewsa ku parçeya kilspiyê li ser erdê çêdike, çi ye?

1. Êxistina xalekê li ser rastekekê.

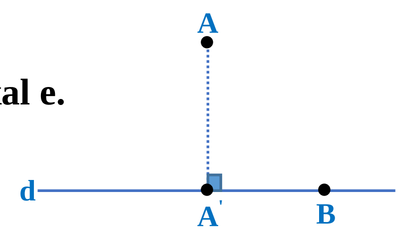
Heger d rastekek be û A , B du xal bin, li gorî ku $A \notin d$ be, lê belê $B \in d$ be.

Em $AA' \perp d$ xêz bikin, li gorî ku $A' \in d$ be.

Em ji xala A' re dibêjin êxistina tîkî ji xala A re li ser rasteka d

Em ji xala A' re dibêjin jî cihê tîka ji xala A li ser rasteka d xêzkirî.

Lê belê êxistina xala B heman xal e.



Encam:

- Êxistina xalekê li ser rastekekê, cihê tîka ji wê xalê xêzkirî li ser rastekê.

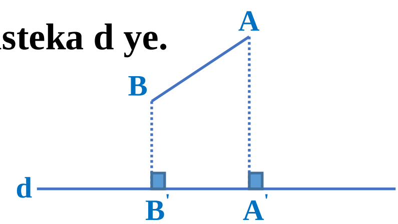
- Heger xal li ser rastekê be, wê demê êxistina wê li ser rastekê heman xal e.

2. Êxistina parçerastekekê li ser rastekekê:

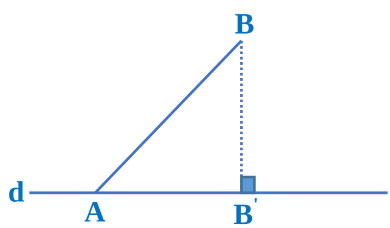
Heger AB parçerastekek û d rastekek be.

Heger A' êxistina xala A li ser rasteka d be û B' êxistina xala B li ser rasteka d be.

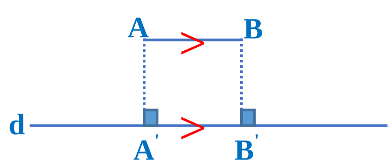
Wê demê $A'B'$ êxistina AB li ser rasteka d ye.



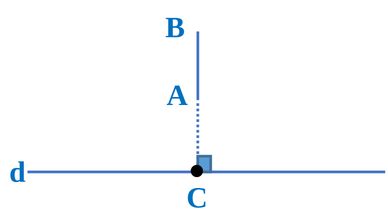
Mînak: **Em êxistinên hinek parçerastekan di rewşên cuda de bibînin:**



AB' êxistina AB li ser d ye.



$A'B'$ êxistina AB li ser d ye.



xala C êxistina AB li ser d ye.

Encam:

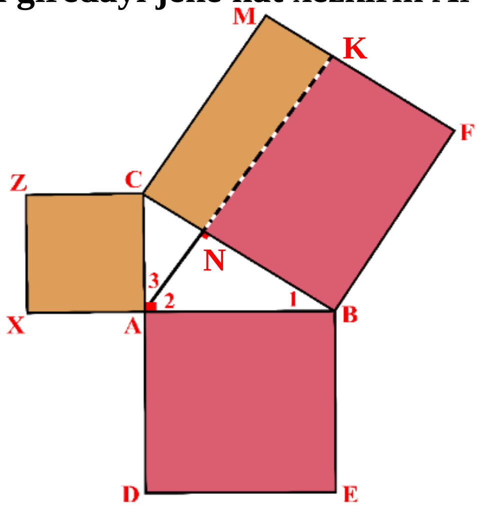
- Êxistina parçerastekekê li ser rastekekê, parçerastekeke yeksanî yan jî ji wê parçerastekê kintir e.

- Heger parçerastekek li ser rastekekê tîk be, wê demê êxistina wê, xalek e û dirêjahiya wê sifir e.

2- Teoriya Euclid:

Di teşeya li jêr de, ABC sêgoşeyeke di A de tîk e.

Bilindahiya girêdayî jenê hat xêzkirin $AN \perp BC$



Me berê teoriya Pythagoras dîtiye: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Niha em encamê bigirin ku:

1. **Di sêgoşeya tîk de:** **Rûbera dama li ser kenareke tîk hatiye xêzkirin, yeksanî rûbera milkêşa ku durahiyên wê êxistina vê kenarê li ser jenê ye û dirêjahiya jenê.**

$AB^2 = BN \times BC$

Ji ber ku rûbera dama ABED yeksanî rûbera milkêşa BFKN e.

Dama kenareke tîk= dirêjahiya êxistina wê li ser jenê ×dirêjahiya jenê

Yan jî: $AC^2 = CN \times CB$

2. **Di sêgoşeya tîk de: Dama dirêjahiya bilindahiya girêdayî jenê yeksanî hevdana her du parçeyên jenê ye.**

$AN^2 = NB \times NC$

Ji ber ku di her du sêgoşeyên ANB û ANC de:

$$\widehat{N_1} = \widehat{N_2} = 90^\circ \quad \text{û} \quad \left.\begin{array}{l} \hat{1}\ t\hat{e}rkera\ \hat{2}\ ye \\ \hat{3}\ t\hat{e}rkera\ \hat{2}\ ye \end{array}\right\} \Longrightarrow \hat{1} = \hat{3}$$

Ji ber ku têrkerên goşeyekê, yeksan in.

Wê demê her du sêgoşe wekhev in, ji ber yeksaniya du goşeyên wan.

$$\left.\begin{array}{l} A\ N\ B \\ C\ N\ A \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{AN}{CN} = \frac{NB}{NA} = \frac{AB}{CA}$$

Em rêjeyên yekem û duyem bibin:

$$\frac{AN}{CN} = \frac{NB}{NA} \Longrightarrow AN^2 = NB \times NC$$

3. **Di sêgoşeya tîk de: Hevdana dirêjahiyên her du kenarên tîk, yeksanî hevdana dirêjahiya jenê bi bilindahiya pê ve girêdayî ye.**

$AB \times AC = BC \times AN$

Ji ber ku rûbera sêgoşeya ABC yeksanî $\frac{1}{2}$ (binke $\times$ bilindahî)

$$S_{(ABC)} = \frac{1}{2}\, BC \times AN \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

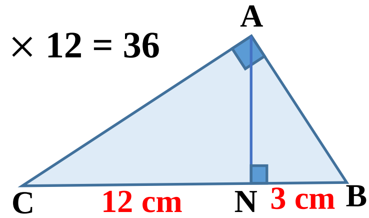
Di heman demê de, rûbera sêgoşeya tîk ABC yeksanî $\frac{1}{2}$ hevdana her du kenarên tîk e.

$$S_{(ABC)} = \frac{1}{2}\, AB \times AC \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

Ji (1) û (2) em dibînin ku: $\frac{1}{2}\, AB \times AC = \frac{1}{2}\, BC \times AN$

$$AB \times AC = BC \times AN$$

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em dirêjahiyên AN , AB û AC bibînin û piştre rastiya $AB \times AC = AN \times BC$ tekez bikin.**



Li gorî Euclid: $AN^2 = NB \times NC = 3 \times 12 = 36$

$$\Rightarrow AN = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

Li gorî Euclid: $AB^2 = BN \times BC = 3 \times 15 = 45$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

$AC^2 = CN \times CB = 12 \times 15 = 180$

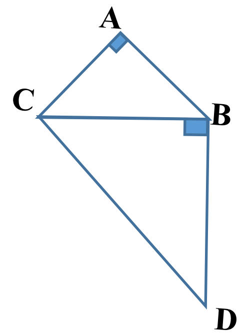
$$\Rightarrow AC = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$

Tekezkirina $AB \times AC = AN \times BC$

$$\left.\begin{array}{l} \ell_1 = AB \times AC = 3\sqrt{5} \times 6\sqrt{5} = 90 \\ \ell_2 = AN \times BC = 6 \times 15 = 90 \end{array}\right\} \Rightarrow \ell_1 = \ell_2$$

HÎNDARÎ

1. Li gorî teşeya li jêr, em valahiyan dagirin:



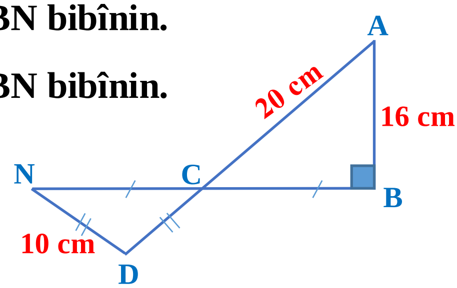
Êxistina DC li ser DB ev e: ………………..

Êxistina CB li ser DB ev e: ………………..

Êxistina CB li ser AB ev e: ………………..

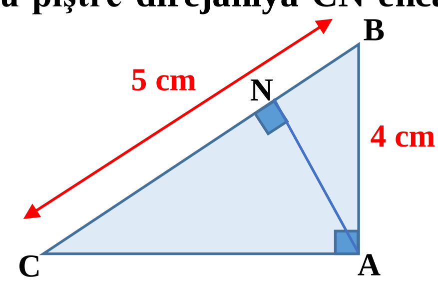
2. Di teşeya li jêr de:

- Em dirêjahiya êxistina DN li ser BN bibînin.
- Em dirêjahiya êxistina AD li ser BN bibînin.



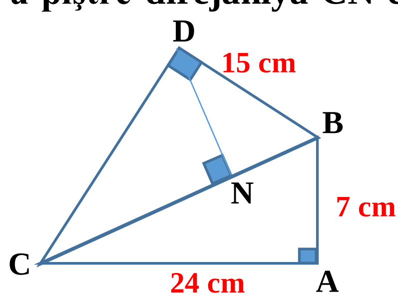
3. Di teşeya li jêr de:

- Em dirêjahiya AC bibînin.
- Em dirêjahiya AN bibînin.
- Em dirêjahiya BN bibînin û piştre dirêjahiya CN encam bigirin.



4. Teşeya ABDC a li jêr, teşeyeke çargoşeyî ye.

- Em dirêjahiyên BC û DC bibînin.
- Em dirêjahiya BN bibînin û piştre dirêjahiya CN encam bigirin.
- Em dirêjahiya DN bibînin.



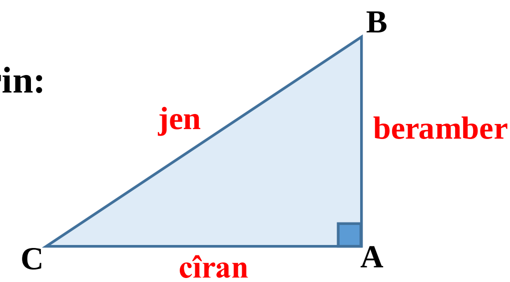
BEŞA ÇAREM: HESABÊ SÊGOŞEYAN

RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ JI GOŞEYEKE TENG RE

WANE: RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ JI GOŞEYEKE TENG RE

Di teşeya li jêr de: ABC sêgoşeyeke di A de tîk e û her du goşeyên wê B û C teng in.

Em goşeya teng C hilbijêrin:



Em ji kenara AC re dibêjin **kenara cîran a goşeya C**

Em ji kenara AB re dibêjin **kenara beramber a goşeya C**

Em ji kenara BC re dibêjin **jen**.

Em ji rêjeya $\frac{AB}{BC}$ re dibêjin $sin\ C \Longrightarrow sin\ C = \frac{beramber}{jen}$

Em ji rêjeya $\frac{AC}{BC}$ re dibêjin $cos\ C \Longrightarrow cos\ C = \frac{cîran}{jen}$

Em ji rêjeya $\frac{AB}{AC}$ re dibêjin $tan\ C \Longrightarrow tan\ C = \frac{beramber}{cîran}$

Têbînî:

1. Rêjeyên sêgoşeyî sin C, cos C û tan C hejmarên pozîtîv in, ji ber ku rêjeya du dirêjahiyan nîşan dikin.

2. $\begin{cases} sin\ C < 1 \\ cos\ C < 1 \end{cases}$ ji ber ku rêjeya $\frac{beramber}{jen}$ kerteke hêsan e (para wê ji parana wê biçûktir e).

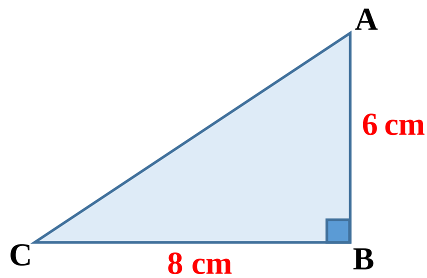
3. $0 < sin\ C < 1$ û $0 < cos\ C < 1$

4. Menên pîvanê ji rêjeyên sêgoşeyî re tune ne.

Mînak: **ABC sêgoşeyeke di B de tîk e.**

- Em dirêjahiya AC bibînin.

- Em rêjeya sêgoşeyî ji goşeya C re bibînin.



- Li gorî Pythagoras: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$= (6)^2 + (8)^2$$

$$= 36 + 64 = 100$$

$\Longrightarrow AC = 10\ cm$

- Em rêjeyên sêgoşeyî ji C re bibînin:

$$\sin C = \frac{beramber}{jen} \Longrightarrow \sin C = \frac{6 \div 2}{10 \div 2} \Longrightarrow \sin C = \frac{3}{5}$$

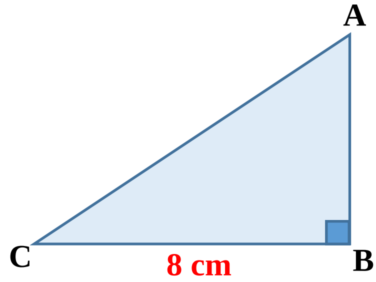
$$\cos C = \frac{c\hat{\imath}ran}{jen} \Longrightarrow \cos C = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} \Longrightarrow \cos C = \frac{4}{5}$$

$$\tan C = \frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} \Longrightarrow \tan C = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} \Longrightarrow \tan C = \frac{3}{4}$$

Pêkanînên rêjeyên sêgoşeyî:

1. ABC sêgoşeyeke di B de tîk e, BC = 8 cm û sin A = $\frac{4}{5}$

Em dirêjahiya AC bibînin:

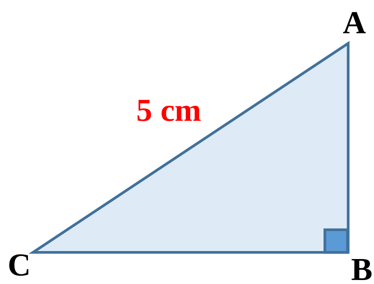


Em dizanin ku sin A = $\frac{beramber}{jen} = \frac{BC}{AC}$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{8}{AC} = \frac{4}{5} \Rightarrow AC = \frac{8 \times 5}{4} = 10\ cm$$

2. ABC sêgoşeyeke di B de tîk e, AC = 5 cm û cos C = $\frac{3}{5}$

Em dirêjahiya BC bibînin:

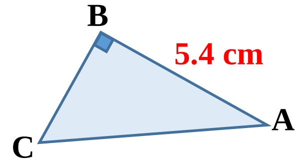


Em dizanin ku cos C = $\frac{c\hat{\imath}ran}{jen} = \frac{BC}{AC}$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{BC}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow BC = \frac{5 \times 3}{5} = 3\ cm$$

3. ABC sêgoşeyeke di B de tîk e, AB = 5.4 cm û tan A = $\frac{1}{3}$

Em dirêjahiya BC bibînin.



Em dizanin ku tan A = $\frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} = \frac{BC}{AB}$

$$\Longrightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3} \Longrightarrow \frac{BC}{5.4} = \frac{1}{3} \Longrightarrow BC = \frac{5.4 \times 1}{3} = 1.8\ cm$$

Her du têkiliyên di navbera rêjeyên sêgoşeyî de:

Heger θ goşeyeke teng di sêgoşeyeke tîk de be, wê demê:

1. $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

2. $tan\ \theta = \frac{sin\ \theta}{cos\ \theta}$

Mînak: Heger θ goşeyeke teng be û $cos\ \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ be, em $sin\ \theta$ û piştre $tan\ \theta$ bibînin:

Li gorî têkiliya $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

$$sin^2\theta + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 1 \Longrightarrow sin^2\theta + \frac{2}{4} = 1$$

$$\Longrightarrow sin^2\theta = 1 - \frac{2}{4} \Longrightarrow sin^2\theta = \frac{4}{4} - \frac{2}{4} = \frac{2}{4}$$

Bi kokdama her du aliyan em dibînin ku: $sin\ \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Li gorî têkiliya $tan\ \theta = \frac{sin\ \theta}{cos\ \theta}$

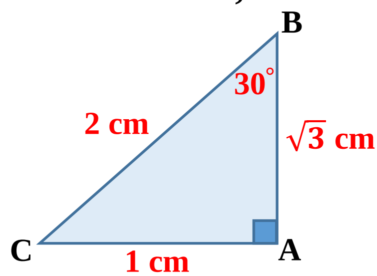
$$tan\ \theta = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Longrightarrow tan\ \theta = 1$$

Rêjeyên goşeyên navdar:

1. Goşeya (30°):

Heger ABC sêgoşeyeke di A de tîk be û $\widehat{B} = 30^\circ$ be, wê demê:

$\widehat{C} = 180 - (90 + 30) = 60^\circ$



Heger dirêjahiya kenara beramberî goşeya (30) AC = 1 cm be, wê demê dirêjahiya jenê BC = 2 cm

Ji ber ku kenara beramberî goşeya (30), yeksanî nîvê dirêjahiya jenê ye.

Em dirêjahiya AB li gorî Pythagoras bibînin: AB = $\sqrt{3}$ cm

Em dibînin ku:

$$\sin(30) = \frac{beramber}{jen} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\cos(30) = \frac{c\hat{\imath}ran}{jen} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(30) = \frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} = \frac{AC}{AB} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

2. Goşeya (60°):

Me dît ku $\widehat{C} = 60^\circ$

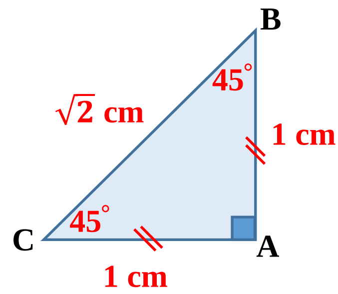
$$\sin(60) = \frac{beramber}{jen} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(60) = \frac{c\hat{\imath}ran}{jen} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\tan(60) = \frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

3. Goşeya (45°):

Heger ABC sêgoşeyeke di A de tîk be û $\widehat{B} = 45^\circ$ be, wê demê: $\widehat{C} = 45^\circ$



Heger AB = AC = 1 cm, wê demê dirêjahiya jenê BC=$\sqrt{2}$ cm

$$\sin(45) = \frac{beramber}{jen} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(45) = \frac{c\hat{\imath}ran}{jen} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan(45) = \frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} = \frac{1}{1} = 1$$

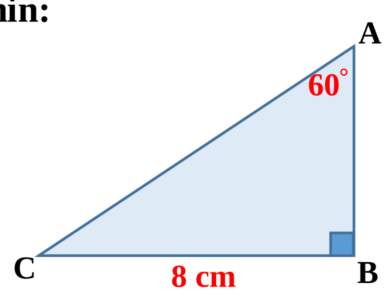
Em dikarin van rêjeyan di tabloyekê de kurt bikin:

θ	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Pêkanînên goşeyên navdar:

1. **ABC sêgoşeyeke ku di B de tîk e, BC = 8 cm û $\widehat{A} = 60^{\circ}$**

Em dirêjahiya AC bibînin:



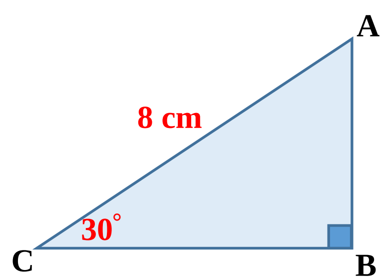
Em dizanin ku sin A = $\frac{\boldsymbol{beramber}}{\boldsymbol{jen}} = \frac{\boldsymbol{BC}}{\boldsymbol{AC}}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{sin}\,(60) = \frac{8}{AC} \Longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{AC} \Longrightarrow AC = \frac{8 \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\Longrightarrow AC = \frac{16 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{3}}{3} \ \text{cm}$$

2. **ABC sêgoşeyeke ku di B de tîk e, AC = 8 cm û $\widehat{C} = 30^{\circ}$**

Em dirêjahiya BC bibînin:

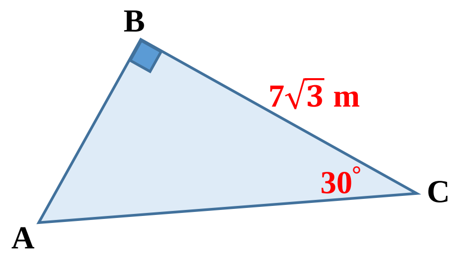


Em dizanin ku cos C = $\frac{\boldsymbol{cîran}}{\boldsymbol{jen}} = \frac{\boldsymbol{BC}}{\boldsymbol{AC}}$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{cos}\,(30) = \frac{BC}{8} \Longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{8} \Longrightarrow BC = \frac{8 \times \sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \ \text{cm}$$

3. ABC sêgoşeyeke ku di B de tîk e, BC = $7\sqrt{3}$ m û $\widehat{C}$ = 30°

Em dirêjahiya AB bibînin:



Em dizanin ku tan C = $\frac{beramber}{c\hat{i}ran} = \frac{AB}{BC}$

$$\Rightarrow tan\,(30) = \frac{AB}{7\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{7\sqrt{3}} \Rightarrow AB = \frac{7\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{3} = 7\text{m}$$

Mînak 1: Em nirxê A = cos (60). sin (30) – sin (60). cos (30) bibînin:

$$A = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-2\div 2}{4\div 2} = \frac{-1}{2}$$

Mînak 2: Heger x goşeyeke teng be, em nirxê wê yê ku rastiya têkiliya 2 sin$x$ = tan^2(60) – 2 tan^2(45) nîşan dike, bibînin:

$$2\sin x = (\sqrt{3})^2 - 2(1)^2$$

$$2\sin x = 3 - 2 = 1$$

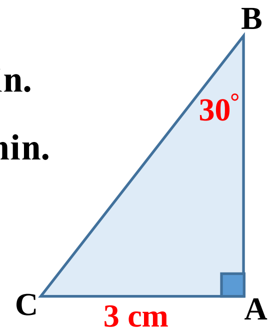
$$\Rightarrow sin\,x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 30^{\circ}$$

HÎNDARÎ

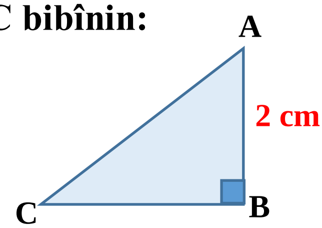
1. Di teşeya li jêr de, ABC sêgoşeyeke di A de tîk e û $\widehat{B}$ = 30° ye:

- Em dirêjahiya BC û piştre ya AB bibînin.
- Em rêjeyên sêgoşeyî ji goşeya C re bibînin.
- Em tekez bikin ku $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$



2. ABC sêgoşeyeke di B de tîk e, AB = 2 cm û sin C = $\frac{1}{2}$ ye.

Em dirêjahiya jenê AC û piştre ya BC bibînin:

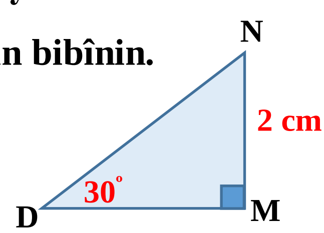


3. Di sêgoşeyeke tîk de, θ goşeyeke teng e û sin $\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ye.

Em cos θ û tan θ bibînin.

4. Di teşeya li jêr de, NMD sêgoşeyeke di M de tîk e:

- Em dirêjahiya DN bi du rêbazan bibînin.
- Em dirêjahiya DM bibînin.



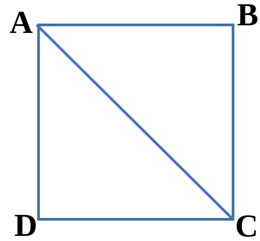
5. Em rastiya $sin^2(30) = 5cos^2(60) - tan^2(45)$ tekez bikin.
6. Em nirxê x ê ku rastiya têkiliya li jêr nîşan dike, bibînin:

$$x \sin(30) \,.\, cos^2(45) = sin^2(60)$$

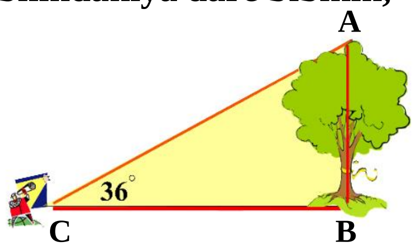
7. ABCD damek e ku dirêjahiya kenarê wê 1 cm ye:

- Pîvana goşeya A çi ye?

- Em dirêjahiya eşkêla damê AC bibînin.



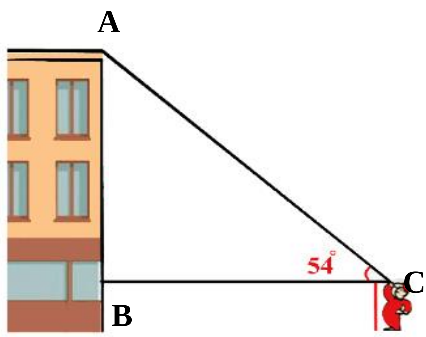
8. Ji xaleke durî binkeyê darê bi qasî 25.6 m, heger goşeya bilindahiya serê darê 36° be, em bilindahiya darê bibînin, heger tan (36) ≈ 0.7 be.



9. Zilamek bi dirêjahiya 1.70 cm li ber avahiyekê bi durahiya 18 m sekiniye û li xala jorîn a avahiyê bi goşeyeke biqasî 54° dinêre.

Em bilindahiya avahiyê bibînin:

(tan (54) ≈ 1.4)



BEŞA PÊNCEM: BAZIN

1. PÊNASE Û TÊGÎNÊN BINGEHÎN DI BAZIN DE.
2. XÊZKIRINÊN GEOMETRÎ.
3. JEN DI BAZIN DE.
4. GOŞEYA NAVENDÎ Û PÎVANA KEVANAN.
5. GOŞEYA DERDORÎ.
6. ÇARGOŞEYA BAZINÎ.
7. TÊKILIYA DI NAVBERA PÊVEKÊN BAZIN DE.

WANEYA YEKEM: PÊNASE Û TÊGÎNÊN BINGEHÎN DI BAZIN DE

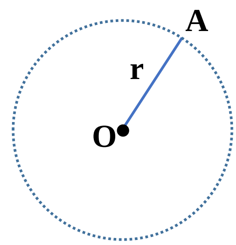
1- Bazin:

- **Bazin: Komika xalên teqaleyê yên ku durahiyeke xwecih (r) dûrî xaleke xwecih (O) ji teqaleyê ye.**

Em ji (r) re dibêjin nîveşkêla bazin.

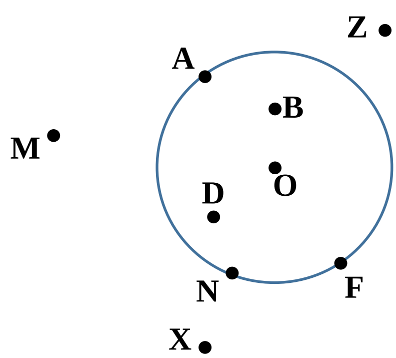
Em ji (O) re dibêjin navenda bazin.

Bazin bi sembola C (O, r) tê nîşankirin.

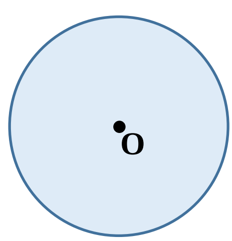


- **Dema xêzkirina bazinekî C (O, r) di teqaleyekê de, wê demê bazin xalên teqaleyê li sê girûpên xalan parve dike weke di teşe de:**

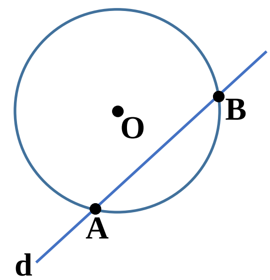
1. **Komika xalên di hundirê bazin de, weke xalên B, O, D**
2. **Komika xalên li ser bazin, weke xalên A, F, N**
3. **Komika xalên li derveyî bazin, weke xalên M, Z, X**



- **Rûyê bazin: Yekgirtina komika xalên ku di hundir û li ser bazin e.**



Mînak: Em teşeya li jêr bibînin:



$d \cap C(O , r) = \{A , B\}$

$d \cap$ ruyê $C(O , r) = [A , B]$

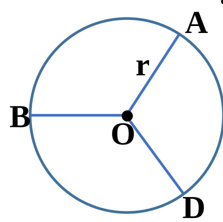
Têbînî: $O \notin C(O , r)$, lê belê $O \in$ rûyê $C(O , r)$

Pênase:

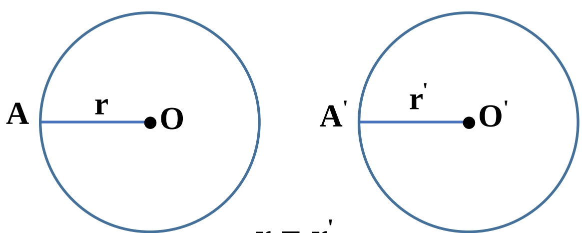
1. Nîveşkêl (r): Parçerasteka ku navenda (O) û xalekê ji bazin digihîne hev.

Mînak: [OA], [OB], [OD] nîveşkêlên bazin in li gorî ku:

$[OA] = [OB] = [OD] = r$



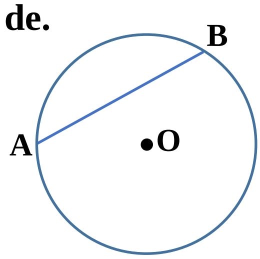
2. Bazinên yeksaneyî: Bazinên heman nîveşkêl in.



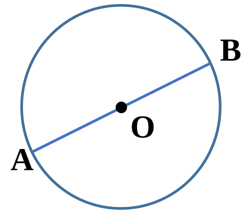
$r = r'$

3. Jen: Parçerasteka ku du xalên cuda ji bazin digihîne hev.

Mînak: [AB] jeneke di bazin de.

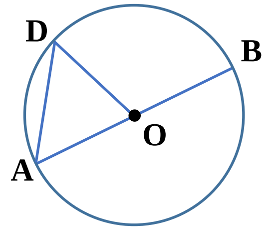


4. Eşkêl: Jena ku di navenda bazin re diçe û dirêjahiya wê
$r + r = 2r$



Mînak: Di teşeya li jêr de em dibînin ku AB eşkêla bazin

C (O, r) ye:



Di bazin de, hejmareke ne diyar ji eşkêlan heye.

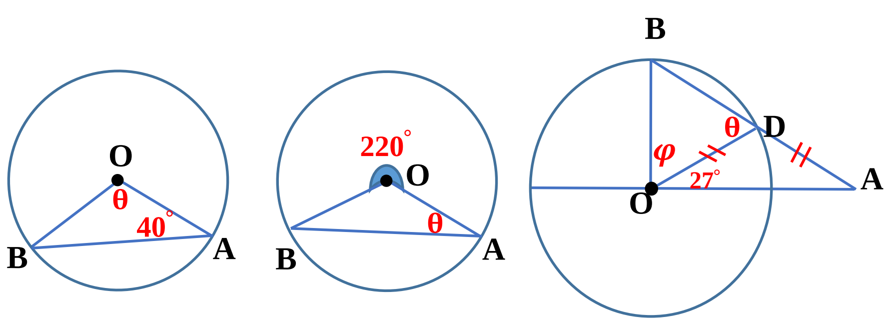
Eşkêl di bazin de, dirêjtirîn jenên wê ye.

Ji ber ku di sêgoşeya ODA de:

$AO + OD > AD$ lê belê $OD = OB$ nîveşkêl in.

$AO + OB > AD \Longrightarrow AB > AD$

Rahênan: Di teşeyên li jêr de, em nirxên $\theta. \varphi$ bibînin:



Sîmetrîkî di bazin de:

Em bazin C (O, r) li ser pelekê bi alîkariya pergelê xêz bikin.

Em rasteka d_1 xêz bikin li gorî ku di navendê re biçe û bazin li du parçeyan parve bike.

Em pelekê li derdora rasteka d_1 bitewînin, wê demê em dibînin ku parçeyê yekem (ê rastê) yeksaneyî ye bi parçeyê duyem (ê çepê) re, em dibînin ku d_1 tewareya sîmetrîkiyê ya bazin e.

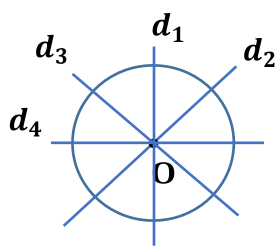
Em rastekeke din d_2 xêz bikin ku di navendê re biçe û piştre pelekê li derdora d_2 bitewînin, em dibînin ku her du parçe yeksaneyî ne.

Em vî karî çend caran dubare bikin bi xêzkirina d_3 . d_4 …

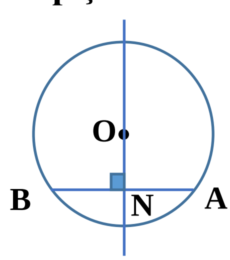
Em dibînin ku di her rewşekê de her du parçeyên bazin yesaneyî ne.

Encam

Her eşkêlek di bazin de, tewareya sîmetrîkiyê ji wî bazinî re ye.



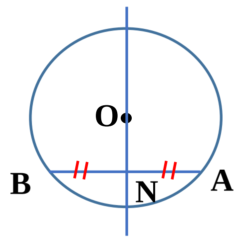
Em li teşeya li jêr binêrin û piştre encamê bigirin:



Ji teşe em dibînin ku: ON ⊥ AB ⟹ NA = NB

1 Rasteka tîk a ku ji navenda bazin hatiye xêzkirin li ser jenekê tê de, wê bi di nîvî re dibire.

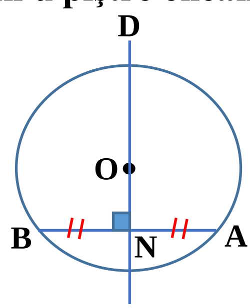
Em li teşeya li jêr binêrin û piştre encamê bigirin:



Ji teşe em dibînin ku: $NA = NB \Longrightarrow ON \perp AB$

2 Rasteka di navenda bazin û nîveka jenê re diçe, li ser wê jenê tîk e.

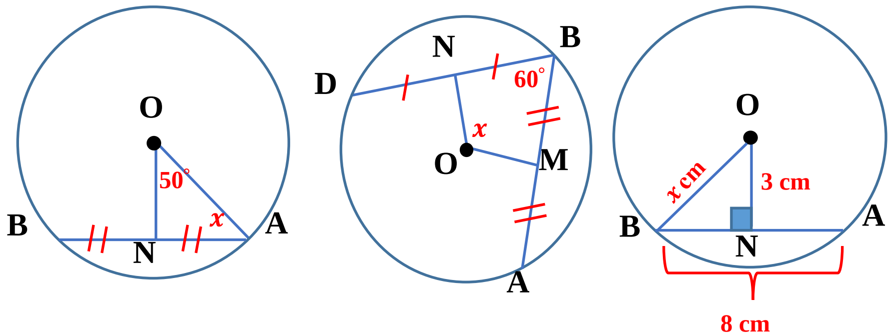
Em li teşeya li jêr binêrin û piştre encamê bigirin:



Ji teşe em dibînin ku: $\left.\begin{matrix} DN \perp AB \\ NA = NB \end{matrix}\right\} \Longrightarrow$ **DN di (O) re diçe.**

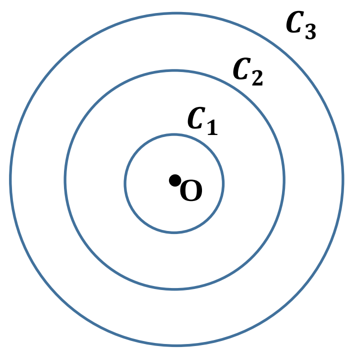
3 Tewareyên jenên bazin di navenda wî re diçin.

Rahênan: Di teşeyên li jêr de, em nirxê x bibînin:

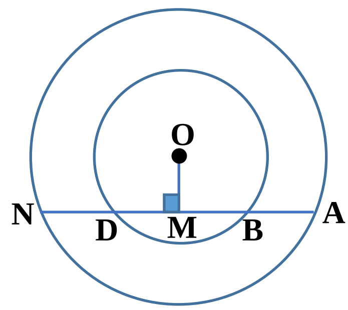


Bazinên heman navend:

Bazinên ku bi navendekê hevbeş in.



Mînak 1: Di teşeya li jêr de, du bazinên heman navend (O) in, em tekez bikin ku DN = AB:



Em di bazinê mezin de dibînin ku:

OM ⊥ AN ⟹ MA = MN ………… (1)

Em di bazinê biçûk de jî dibînin ku:

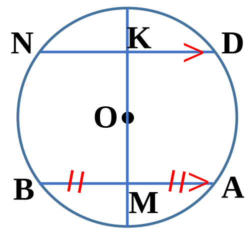
OM ⊥ BD ⟹ MB = MD ………… (2)

Bi derxistina (2) ji (1) em dibînin ku:

MA – MB = MN – MD

AB = DN

Mînak 2: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku (k) di nîvê DN de ye.



Em dibînin ku: M nîveka AB ye $\Longrightarrow$ OM $\perp$ AB

Lê belê: AB // DN $\Longrightarrow$ MK $\perp$ DN $\Longrightarrow$ K nîveka DN e

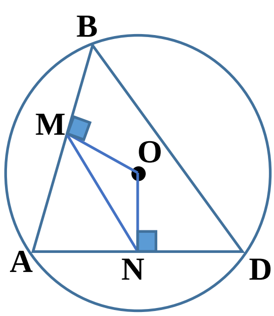
Ji ber ku rasteka tîk a li ser du rastekên rastênhev, li ser rasteka din jî tîk e.

Em dibînin ku OK $\perp$ DN $\Longrightarrow$ KN = KD $\Longrightarrow$ K di nîvê DN de ye.

Rahênan: Di teşeya li jêr de:

1. Em tekez bikin ku MN // BD

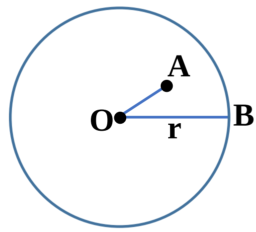
2. Em tekez bikin ku derdora sêgoşeya AMN = $\frac{1}{2}$ derdora sêgoşeya ABD



3- Rewşa xalekê li gorî bazin:

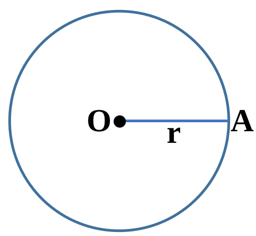
1. **Xaleke di hundirê bazinê de:** **Dûrahiya vê xalê ji navendê (O), ji nîveşkêlê (r) biçûktir e. (Vajî jî rast e)**

Ango: **OA $<$ r**



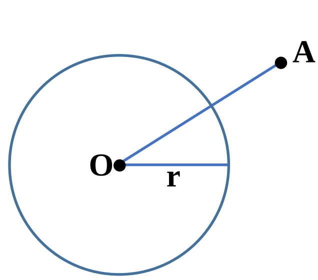
2. **Xaleke li ser bazinê:** **Dûrahiya vê xalê ji navendê (O), yeksanî nîveşkêlê (r) ye. (Vajî jî rast e)**

Ango: **OA = r**

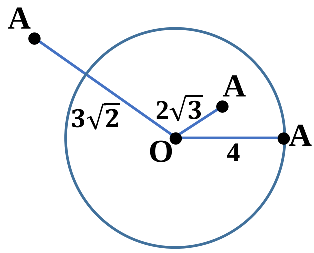


3. **Xaleke li derveyî bazinê:** **Dûrahiya vê xalê ji navendê (O), ji nîveşkêlê (r) mezintir e. (Vajî jî rast e)**

Ango: **OA $>$ r**



Mînak: Heger C (O, r) bazinek be, em rewşa xala A ya di teqaleya wê de, di rewşên li jêr de bibînin:



1. **Heger OA = 4 cm be, wê demê A li ser bazin e, ji ber ku OA = r = 4 cm**

2. **Heger OA = $2\sqrt{3}$ cm be, wê demê A di hundirê bazin de ye, ji ber ku OA = $2\sqrt{3} < 4$ cm**

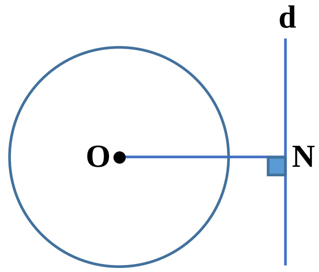
3. **Heger OA = $3\sqrt{2}$ cm be, wê demê A li derveyî bazin e, ji ber ku OA = $3\sqrt{2} > 4$ cm**

4. **Heger OA = 0 be, wê demê A li ser navendê ye û di hundirê bazin de ye, ji ber ku OA = $0 < 4$ cm**

Rahênan: Heger C (O, 5) bazinek be û A xalek ji teqaleya wê be li gorî ku OA = $2x - 3$ cm be, em nirxê x dema ku A li derveyî bazin be, bibînin.

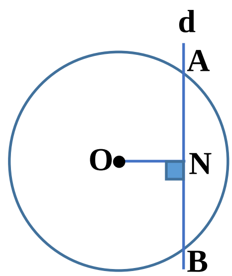
4- Rewşa rastekekê li gorî bazin:

1. Rastekeke derveyî bazin: **Dûrahiya vê rastekê ji navenda bazin (O), ji nîveşkêla wî (r) mezintir e. (vajî jî rast e)**



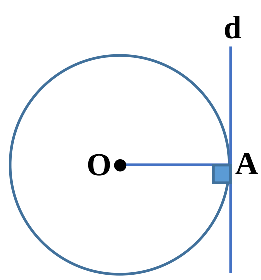
Ango: **ON > r ⟹ d ∩ C(O , r) = ∅**

2. Rastekeka ku bazin dibire: **Dûrahiya vê rastekê ji navenda bazin (O), ji nîveşkêla wî (r) biçûktir e. (vajî jî rast e)**



Ango: **ON < r ⟹ d ∩ C(O , r) = {A , B}**

3. Rastekeka pêveka bazin: **Dûrahiya vê rastekê ji navenda bazin (O), yeksanî nîveşkêla wî (r) ye. (vajî jî rast e)**

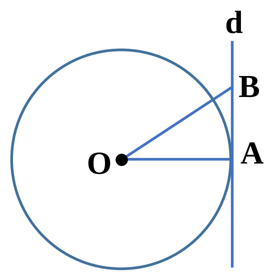


Ango: **OA = r ⟹ d ∩ C(O , r) = {A}**

Encam (1) **Rasteka pêveka bazin, li ser nîveşkêla ji xala pêvekirinê xêzkirî, tîk e.**

Encam (2) **Rasteka li ser aliyekî nîveşkêlê tîk, dibe pêveka bazin.**

Mînak 1: **Heger C (O, 4) bazinek be û rasteka d pêveka wî di A de be û AB = 3 cm be, em dirêjahiya OB bibînin:**



Ji ber ku rasteka d pêveka bazin e $\Longrightarrow$ d $\perp$ OA $\Longrightarrow$ sêgoşeya OBA di A de tîk e.

Li gorî Pythagoras: $OB^2 = OA^2 + AB^2$

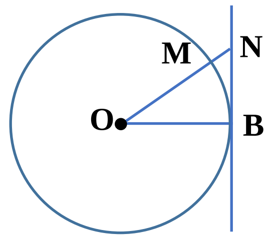
$$= (4)^2 + (3)^2$$

$$= 16 + 9$$

$$= 25$$

$$\Longrightarrow OB = 5 \text{ cm}$$

Mînak 2: **Heger C (O, 8) bazinek be, NM=2 cm û BN= 6 cm bin, em tekez bikin ku NB pêveka bazin di B de ye.**



Em tekez bikin ku sêgoşeya NBO di B de tîk e:

$NO = 8 + 2 = 10$ cm $\Longrightarrow NO^2 = (10)^2 = 100$

$BO^2 + BN^2 = (8)^2 + (6)^2 = 64 + 36 = 100$

$\Longrightarrow NO^2 = BO^2 + BN^2$

Em dibînin ku li gorî vajiya Pythagoras sêgoşeya NBO di B de tîk e

$\Longrightarrow NB \perp BO \Longrightarrow$ NB pêveka bazin di xala B de ye.

Em bi hev re bihizirin:

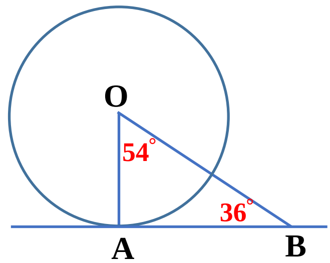
1. **Em dikarin çend pêvekên bazin C (O, r) di her du rewşên li jêr de, xêz bikin?**

- Ji xaleke li ser bazin.

- Ji xaleke derveyî bazin.

2. **Têkiliya di navbera du pêvekên bazin ên ji her du dawiyên eşkêlekî xêzkirî, çi ye?**

Mînak: **Di teşeya li jêr de, çima AB pêveka bazin e?**



Em pîvana goşeya A bibînin:

$\widehat{A} = 180 - (54 + 36)$

$= 180 - 90$

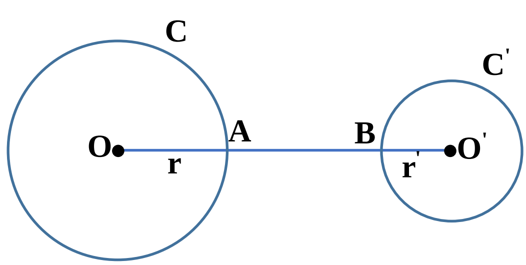
$= 90^\circ$

$\Longrightarrow AB \perp AO \Longrightarrow$ **AB pêveka bazin e.**

5- Rewşa du bazinan:

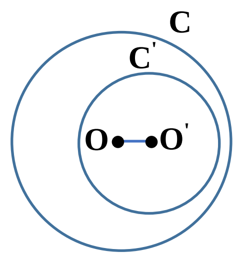
1. Du bazinên jihevdûr û derveyî: **Her du bazinên ku tu xalên hevbeş di navbera wan de tune ne.**

Ango: $C \cap C' = \emptyset \Longrightarrow OO' > r + r'$



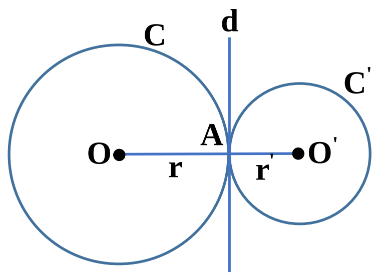
2. Du bazinên jihevdûr û hundirîn: Her du bazinên ku tu xalên hevbeş di navbera wan de tune ne.

Ango: $C \cap C' = \emptyset \Longrightarrow OO' < r - r'$



3. Du bazinên bihevve û derveyî: Her du bazinên ku bi xaleke tenê hevbeş in.

$C \cap C' = \{A\} \Longrightarrow OO' = r + r'$

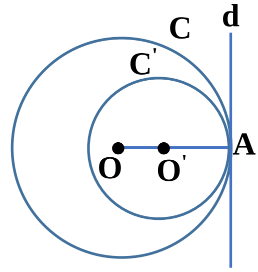


Têbînî

Rasteka pêvek (d) ji her du bazinan re, bi navê pêveka hevbeş tê naskirin û $OO' \perp d$

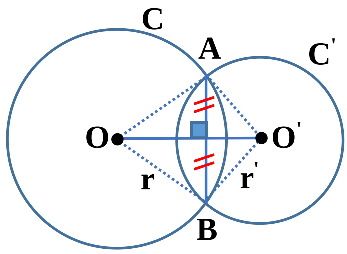
4. Du bazinên bihevve û hundirîn: Her du bazinên ku bi xaleke tenê hevbeş in.

$C \cap C' = \{A\} \Longrightarrow OO' = r - r'$



5. Du bazinên hevbir: **Her du bazinên ku bi du xalan hevbeş in.**

$$C \cap C' = \{A , B\} \Longrightarrow OO' < r + r'$$

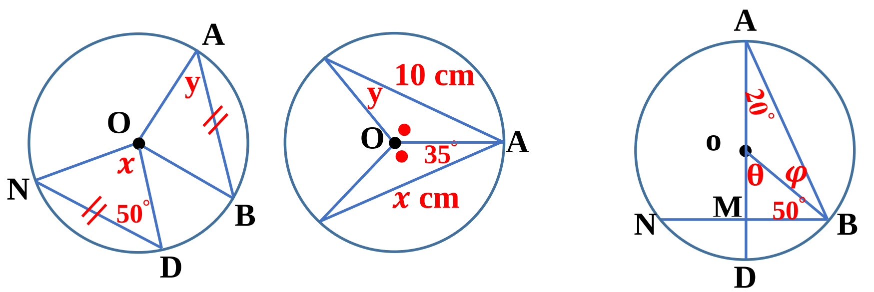


Encam

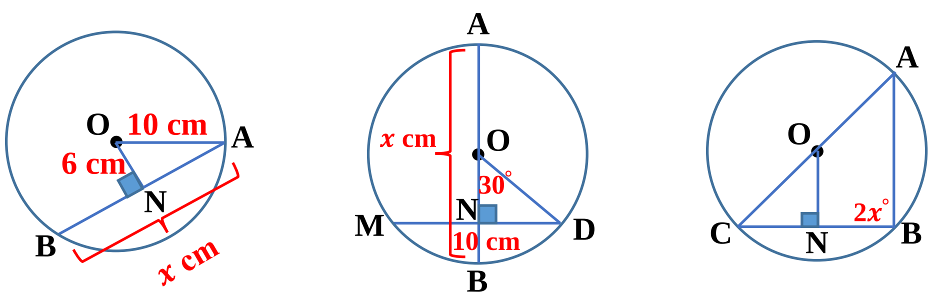
Xêzika navendên her du bazinên hevbir, li ser jena hevbeş teware ye.

HÎNDARÎ

1. **Em di teşeyên li jêr de, nirxên x , y bibînin:**



2. **Em nirxê x di teşeyên li jêr de bibînin:**

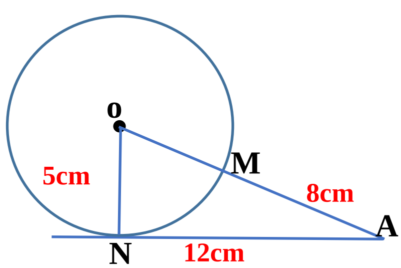


3. **Heger C (O, 5) bazinek be û A xalek ji teqaleya wî be li gorî ku OA = 2x +1**

- Em nirxên x dema ku A di hundirê bazin de be, bibînin

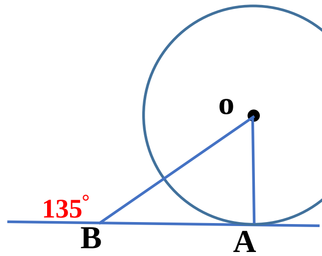
- Em nirxên x dema ku A li ser bazin be, bibînin.

4. **Di teşeya li jêr de C (O, 5) bazinek e, heger MA = 8 cm û NA = 12 cm be, em tekez bikin ku AN pêveka bazin di N de ye.**

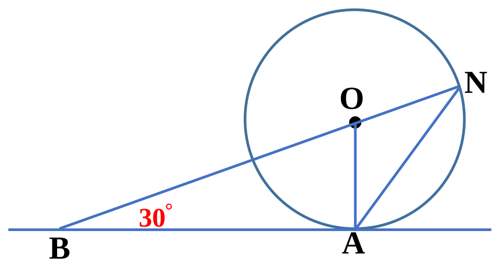


5. Di her du teşeyên li jêr de C (O, r) bazinek e û AB pêveka wî ye.

Em pîvana $A\widehat{O}B$ bibînin:



Em pîvana $A\widehat{N}B$ bibînin:



WANEYA DUYEM: XÊZKIRINÊN GEOMETRÎ

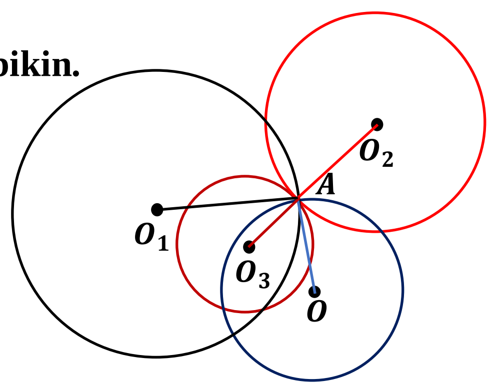
Ji bo xêzkirina bazinekî, divê em navenda wî (O) û dirêjahiya nîveşkêla wî (r) nas bikin.

1- Xêzkirina bazinekî ku di xaleke diyar re diçe:

Heger A xaleke diyarkirî ji teqaleyê be, em bazinekî ku tê re biçe, xêz bikin.

Kar:

1. **Em xalekê di heman teqaleyê re bibin (O)**
2. **Em serê pergelê li ser (O) deynin û bi qasî dirêjahiya OA vekin.**
3. **Em bazinê ku navenda wî (O) û nîveşkêla wî OA xêz bikin, em dibînin ku di xala A re diçe.**
4. **Em serê pergelê li ser xaleke din (O_1) deynin û bi qasî O_1A vekin û piştre bazin xêz bikin, em dibînin ku di A re diçe.**
5. **Em karê berê dubare bikin.**



Pirs:

- Hejmara xalên teqaleyê çi qas e?

- Hejmara bazinên ku bên xêzkirin û di A re biçe çi qas e?

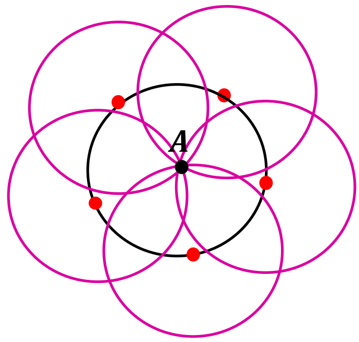
- Heger nîveşkêlên van bazinan di dirêjahiyê de yeksan bin, cihê navendên wan li ku derê ye?

Encam (1)

Em dikarin hejmareke bêdawî ji bazinên ku di xala A re diçin, xêz bikin.

Encam (2)

Heger nîveşkêlên van bazinan di dirêjahiyê de yeksan bin, wê demê hemû navendên wan li ser bazinekî tenê ne yê yeksaneyiyê wan û navenda wî A ye.



2- Xêzkirina bazinekî ku di du xalên naskirî re diçe:

Heger her du xalên naskirî di teqaleyê de A û B bin, em bazinekî xêz bikin ku di A û B re biçe.

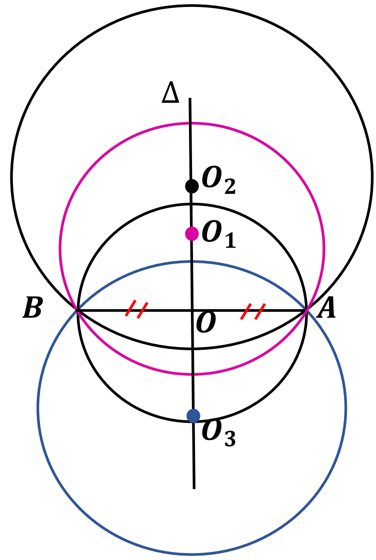
Kar:

1. **Em parçerastekekê AB xêz bikin.**
2. **Em rasteka Δ tewareya parçerasteka AB xêz bikin li gorî ku Δ ∩ AB = {O}**
3. **Em serê pergelê di xala O de deynin û bi qasî dirêjahiya OA vekin û piştre bazinê ku di xalên A û B re diçe, xêz bikin.**
4. **Li gorî taybetiya xalên tewareyê: Dûrahiya di navbera her xalekê ji tewareya parçerastekekê û her du aliyên wê parçerastekê, yeksan e.**

Em encam digirin ku navenda baznê ku di xalên A û B re diçe, li ser tewareya Δ ye.

Ji ber vê yekê em xaleke din (O_1) ji tewareya Δ hilbijêrin û serê pergelê li ser wê deynin û bi qasî dirêjahiya O_1A vekin û piştre bazinê ku di A û B re diçe xêz bikin.

5. **Em kar dubare bikin.**



- **Pirs:**

- Hejmara xalên rasteka Δ çi qas e?

- Hejmara bazinên ku bên xêzkirin û di A û B re biçin çi qas e?

- Dirêjahiya biçûktirîn nîveşkêla bazinekî ku bê xêzkirin û di xalên A û B re biçe çi qas e?

- Du bazin di bêtirî du xalan de hevbir in an na?

Encam (1)	**Em dikarin hejmareke bêdawî ji bazinên ku di xalên A û B re diçin, xêz bikin.**
Encam (2)	**Dirêjahiya biçûktirîn nîveşkêla bazinekî ku bê xêzkirin û di xalên A û B re biçe, yeksanî $\frac{1}{2}$ AB ye.**
Encam (3)	**Du bazin di bêtirî du xalan de, hev nabirin.**

3- Xêzkirina bazinekî ku di sê xalên naskirî re diçe:

Heger her sê xalên naskirî di teqaleyê de A, B û C bin, em bazinekî xêz bikin ku di A, B û C re biçe.

Kar:

1. **Em tewareya parçerasteka AB xêz bikin û bi navê Δ_1 bi nav bikin.**

$\Longrightarrow$Navenda bazin O $\in \Delta_1$

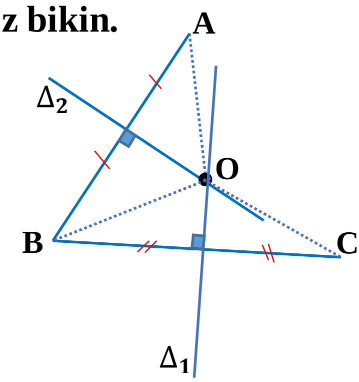
2. **Em tewareya parçerasteka BC xêz bikin û bi navê Δ_2 xêz bikin.**

$\Longrightarrow$Navenda bazin O $\in \Delta_2$

3. **Em ji (O) re dibêjin xala hevbira tewareyên Δ_1 û Δ_2**

$\Longrightarrow \Delta_1 \cap \Delta_2 = \{O\}$

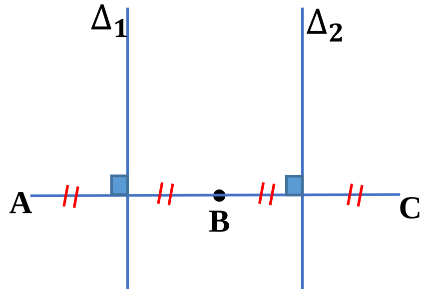
4. **Em serê pergelê di xala O de deynin û bi qasî dirêjahiya OA vekin û piştre bazinê ku navenda wî (O) û di xalên A, B û C re diçe, xêz bikin.**



Têbînî **Sê xalên ku ne li ser heman rastekê bin, bazinekî tenê di wan re dice.**

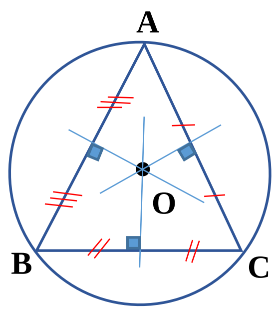
- **Pirs:**

Heger $\Delta_1 \cap \Delta_2 = \emptyset$ be, em dikarin bazinekî ku di xalên A, B û C re biçe, xêz bikin?

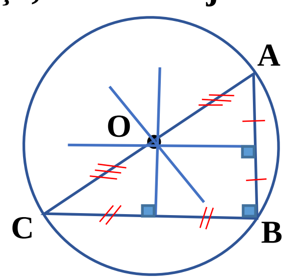


Encam (1) **Heger A, B û C li ser heman rastekê bin, em nikarin bazinekî ku di her sê xalan re biçe, xêz bikin.**

Encam (2) **Navenda bazin ku di her sê sergoşeyên sêgoşeyê re biçe, xala hevbira tewareyên kenaran e.**



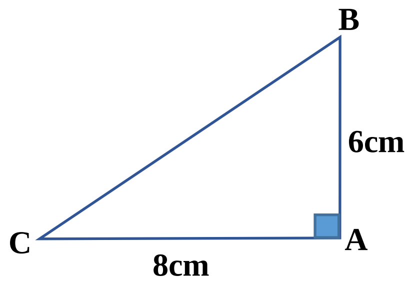
Rewşeke taybet: **Navenda bazinê ku di sergoşeyên sêgoşeyeke tîk re diçe, di nîveka jenê de ye.**



Mînak: **BAC sêgoşeyeke di A de tîk e.**

- Navenda bazinê ku di sergoşeyên wê re diçe, li ku derê ye?

- Em nîveşkêla vî bazinî, bibînin.



Çare:

Ji ber ku sêgoşe di A de tîk e, wê demê navenda bazinê ku di sergoşeyên wê re biçe, di nîveka jena BC re ye.

Li gorî Pythagoras:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$= (6)^2 + (8)^2$

$= 36 + 64 = 100 \Longrightarrow BC = 10\ cm$

$\Longrightarrow r = \frac{1}{2}(10) = 5\ cm$

HÎNDARÎ

1. **Heger Δ rastekek di teqaleyê de be û A xaleke naskirî be li gorî ku A $\in$ Δ ye.**

   Bi alîkariya alavên geometriyê, em bazinekî ku di xala A re biçe û dirêjahiya nîveşkêla wî 3 cm be, xêz bikin.

   Em dikarin çend bazinan xêz bikin?

2. **Heger AB parçerastekeke ku dirêjahiya wê 6 cm be, em li ser teşeyekê rewşên li jêr xêz bikin.**

   - Bazinekî ku di xalên A û B re biçe û dirêjahiya eşkêla wî 7 cm be. Hejmara çareyên pêkan çi qas e?

   - Bazinekî ku di xalên A û B re biçe û dirêjahiya eşkêla wî 6 cm be. Hejmara çareyên pêkan çi qas e?

   - Bazinekî ku di xalên A û B re biçe û dirêjahiya eşkêla wî 4 cm be. Hejmara çareyên pêkan çi qas e?

3. **Em sêgoşeya ABC ku AB = 5 cm, BC = 3 cm û AC = 7 cm be, xêz bikin û piştre bazinê ku di sergoşeyê wê re diçe, xêz bikin.**

   - Cureya sêgoşeya ABC li gorî pîvanên goşeyên wê çi ye?

   - Navenda bazinê ku di sergoşeyên wê re diçe, li ku derê ye?

4. **Di sêgoşeya ABC de, AB = 3 cm, BC = 5 cm û AC = 4 cm ye.**

   - Cureya sêgoşeya ABC li gorî pîvanên goşeyên wê çi ye?

   - Navenda bazinê ku di sergoşeyên wê re diçe, li ku derê ye?

5. Em sêgoşeya ABC ya hemkenar ku dirêjahiya kenara wê 4 cm be, xêz bikin.

- Em bazinekî ku di sergoşeyên wê re biçe, xêz bikin.

- Em cihê navenda bazinê li gorî bilindahî, xêzikên navîn û nîvekên goşeyan, nîşan bikin.

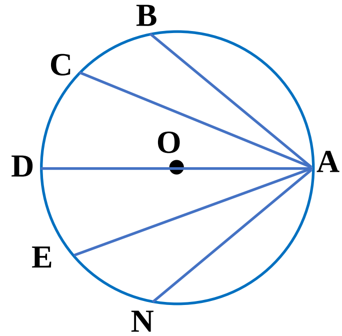
- Hejmara tewareyên sîmetrîkiyê ji sêgoşeya hemkenar re, çi qas e?

WANEYA SÊYEM: DI BAZIN DE JEN

Em teşeya li jêr bibînin:

Ji xala A ya li ser bazinê C (O, r), me gelek jen xêz kirin:

AB, AC, AD, AE, AN

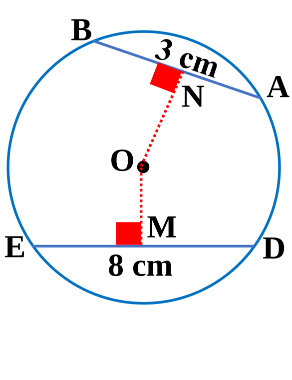


Em dibînin ku:

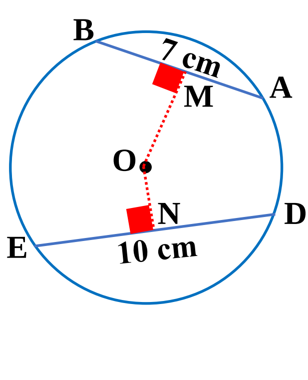
1. **Çi qas jen nêzî navenda bazin dibe, dirêjahiya wê zêde dibe û vajî jî rast e.**
2. **Heger dirêjahiya du jenan di bazinekî de yeksan be, dûrahiya wan ji navenda bazin, yeksan dibe û vajî jî rast e.**

Mînak: **Em bi alîkariya (< an > an jî =) berdewam bikin.**

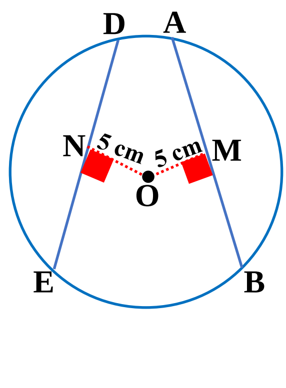
$ON > OM$



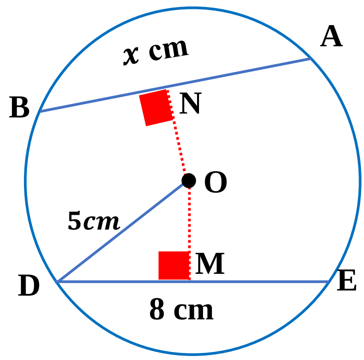
$ON < OM$



$AB = DE$



Rahênan: Di teşeya li jêr de, em valahiyên li jêr bi (< an jî >) dagirin:



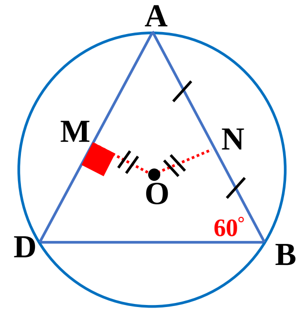
1. Heger ON < OM, wê demê AB …….. DE û x …….. 8
2. Heger AB < DE, wê demê ON …….. OM û x …….. 8
3. Heger DO = 5 cm. Em dirêjahiya OM bibînin.

HÎNDARÎ

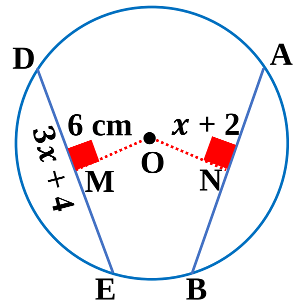
1. Di teşeya li jêr de, N nîveka AB ye,

   OM ⊥ AD û ON = OM

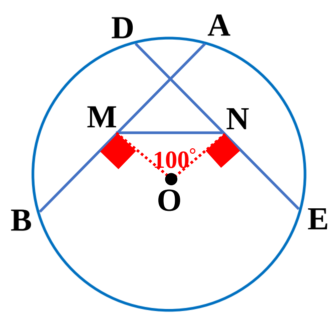
   Em pîvana $\widehat{A}$ bibînin:



2. Di teşeya li jêr de, heger AB = DE be, em nirxê x bibînin û piştre dirêjahiya DE bibînin:



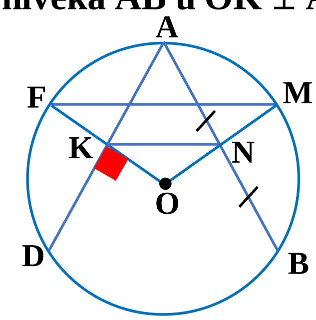
3. Di teşeya li jêr de, heger AB = DE be, em pîvana $O\widehat{N}M$ bibînin:



4. Di teşeya li jêr de, heger AB = AD, N nîveka AB û OK ⊥ AD be.

   - Em tekez bikin ku MN = FK

   - Em tekez bikin ku $K\widehat{N}B = N\widehat{K}D$



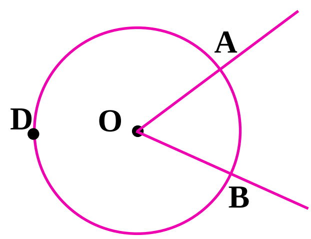
WANEYA ÇAREM: GOŞEYA NEVENDÎ Û PÎVANA KEVANAN

Di teşeya li jêr de, her du kenarên $A\hat{O}B$ bazin dikin du kevan:

1. Kevana biçûk AB û bi sembola $\overset{\frown}{AB}$ tê nîşankirin.

2. Kevana mezin ADB û bi sembola $\overset{\frown}{ADB}$ tê nîşankirin.

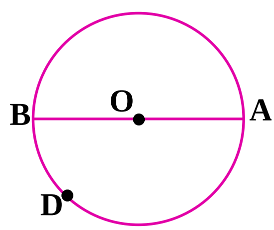
Em dibînin ku kevana biçûk $\overset{\frown}{AB}$ beramberî goşeya $A\hat{O}B$ ye.



Rewşeke taybet: Heger goşeya $A\hat{O}B$ goşeyeke rast be, wê demê kevana beramberî wê bi navê kevana nîvbazinî tê naskirin.

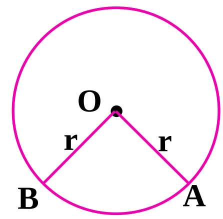
Ji bo cudahiya di navbera her du kevanan de, em xala D li ser kevanekê binivîsin, wê demê her du kevan dibin:

$\overset{\frown}{AB}$ û $\overset{\frown}{ADB}$



Goşeya navendî: Goşeya ku sergoşeya wê di navenda bazin de ve û kenarên wê nîveskêl in.

- **Di teşeya li jêr de:** **Goşeya $A\hat{O}B$ goşeyeke navendî ye û beramberî kevana $\overset{\frown}{AB}$ ye.**

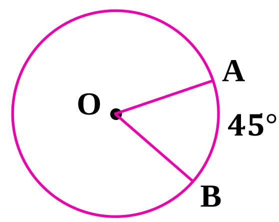


Pîvana goşeya navendî yeksanî pîvana kevana beramberî wê ye.

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em pîvana goşeya $A\hat{O}B$ bibînin.**

Em dibînin ku pîvana kevana $\overset{\frown}{AB}$ =

pîvana goşeya $A\hat{O}B = 45^{\circ}$



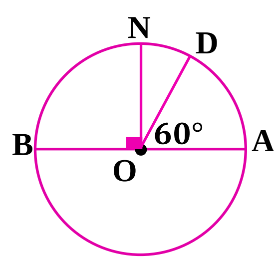
Rahênan: **Di teşeya li jêr de, AB eşkêl e di bazin C (O, r) de, $NO \perp AB$ û pîvana $D\hat{O}A = 60^{\circ}$ ye.**

1. Em pîvana kevana $\overset{\frown}{AD}$ bibînin.

2. Em pîvana kevana $\overset{\frown}{NB}$ bibînin.

3. Em pîvana kevana $\overset{\frown}{ND}$ bibînin.

4. Em pîvana kevana $\overset{\frown}{AB}$ bibînin.

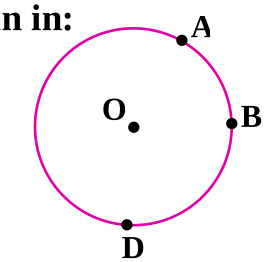


Kevanên cîran:

Kevanên cîran: Kevanên ji heman bazinî û di xalekê de hevbes in.

Mînak 1: Kevanên $\overset{\frown}{AB}$ û $\overset{\frown}{BD}$ kevanên cîran in:

$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{AD}$



Mînak 2: Di teşeya li jêr de, heger AB eşkêla bazin C(O,r) be, Pîvana $\widehat{DOB} = 60^\circ$ û pîvana $\widehat{BOE} = 40^\circ$ be, wê demê:

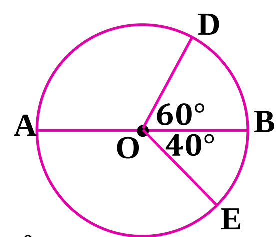
Pîvana kevana $\overset{\frown}{BE} = 40^\circ$ û pîvana kevana $\overset{\frown}{DB} = 60^\circ$

$\Longrightarrow \overset{\frown}{DBE} = \overset{\frown}{DB} + \overset{\frown}{BE} = 60 + 40 = 100^\circ$

Pîvana kevana $\overset{\frown}{AD} = 180 - 60 = 120^\circ$

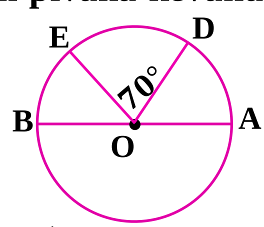
Pîvana kevana $\overset{\frown}{EAD} = 360 - 100 = 260^\circ$

Pîvana kevana $\overset{\frown}{EBDA} = 40 + 60 + 120 = 220^\circ$



Rahênan:

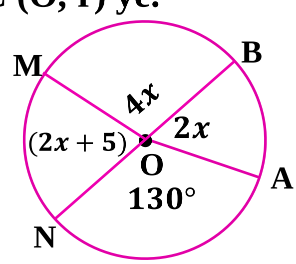
1. Di teşeya li jêr de: AB di bazin C (O, r) de eşkêl e, heger pîvanê $\widehat{EOD} = 70^\circ$ be û $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{EB}$ be, em pîvana kevana $\overset{\frown}{ADE}$ bibînin:



2. Di teşeya li jêr de: BN eşkêla bazin C (O, r) ye.

Em pîvanên kevanên li jêr bibînin:

AB, MB, MN



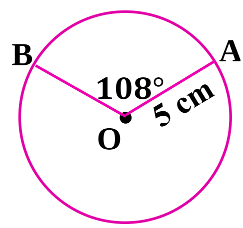
Dirêjahiya kevanê:

Dirêjiya kevanê: Parçeyek ji derdora bazinê ye, rêjedariyekê bi pîvana wî re çêdike li gorî ku:

$$\text{Dirêjahiya kevanê} = \frac{\text{Pîvana kevanê}}{\text{Pîvana bazinê}} \times \text{derdora bazinê}$$

Encam (1) Ji her kevanekê re, pîvan heye bi pileyan tê pîvan û dirêjahî jî heye bi santîmetreyê tê pîvan.

Mînak: Di teşeya li jêr de: C (O, r) bazinekî ku tê de goşeya $A\hat{O}B = 108^{\circ}$ ye.



1. Em pîvana kevana $\overset{\frown}{AB}$ bibînin.

2. Em dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{AB}$ li gorî ku $\pi = 3.14$ bibînin.

Em dibînin ku pîvana kevana $\overset{\frown}{AB} = A\hat{O}B = 108^{\circ}$

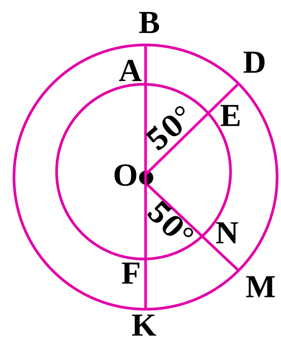
Dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{AB} = \frac{108}{360} \times 2\pi r$

$$= \frac{3}{10} \times 2 \times 3.14 \times 5 = 9.42 \text{ cm}$$

Encam (2) Di bazinê ku kevanên wî di pîvanê de yeksan bin, di dirêjahiyê de jî yeksan in û heger di dirêjahiyê de yeksan bin, di pîvanê de jî yeksan in.

Mînak: **Di teşeya li jêr de: Du bazinên heman navend in û dirêjahiya nîveşkêla bazin biçûk 7 cm ye û dirêjahiya nîveşkêla bazin mezin 14 cm ye li gorî ku $\pi = \frac{22}{7}$**

1. **Em pîvan û dirêjahiya kevanên $\overset{\frown}{AE}$ û $\overset{\frown}{FN}$ bibînin, em çi encamê digirin.**
2. **Em pîvan û dirêjahiya kevanên $\overset{\frown}{BD}$ û $\overset{\frown}{KM}$ bibînin, em çi encamê digirin.**



Çare:

Di bazin biçûk de:

Pîvana kevana $\overset{\frown}{AE} = A\hat{O}E = 50^{\circ}$

Dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{AE} = \frac{50}{360} \times 2\pi r$

$$= \frac{5}{36} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 6.\overline{1} \text{ cm}$$

$$\approx 6.1 \text{ cm}$$

Pîvana kevana $\overset{\frown}{FN} = F\hat{O}N = 50^{\circ}$

Dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{FN} = \frac{50}{360} \times 2\pi r$

$$= \frac{5}{36} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 6.\overline{1} \text{ cm}$$

$$\approx 6.1 \text{ cm}$$

Em encamê digirin ku heger her du kevan heman pîvan bin, heman dirêjahî ne jî.

Di bazin mezin de:

Pîvana kevana $\overset{\frown}{BD}$ = B$\hat{O}$D = 50°

Dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{BD} = \frac{50}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{5}{36} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$= 12.\overline{2}$ cm≈ 12.2 cm

Pîvana kevana $\overset{\frown}{KM}$ = K$\hat{O}$M = 50°

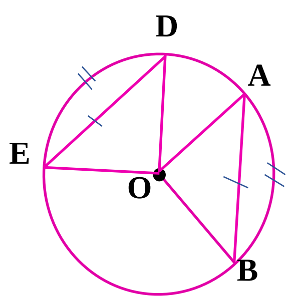
Dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{KM} = \frac{50}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{5}{36} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$= 12.\overline{2}$ cm≈ 12.2 cm

Encam (3)

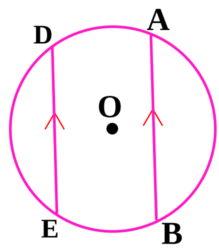
Di bazinê ku kevanên wî di pîvanê de yeksan bin, jenên wan di dirêjahiyê de yeksan in û heger jenên bazinekî di dirêjahiyê de yeksan bin, kevanên wan di pîvanê de yeksan in.



Heger pîvana kevana $\overset{\frown}{AB}$ = pîvana kevana $\overset{\frown}{ED}$ be, wê demê: dirêjahiya AB = dirêjahiya ED

Encam (4)

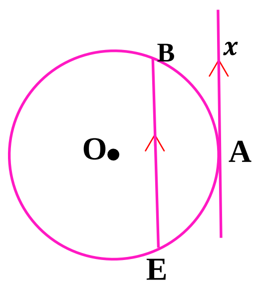
Di bazinekî de, jenên rastênhev, di navbera wan de du kevanên yeksaneyî hene.



Heger AB // DE be, wê demê pîvana kevana $\overset{\frown}{AD}$ = pîvana kevana $\overset{\frown}{EB}$

Encam (5)

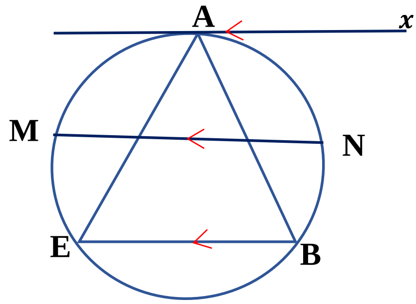
Di bazinekî de, kevanên di navbera jen û pêvekeke rastênhevî wî de di pîvanê de yeksan in.



Heger Ax // BE be, wê demê pîvana kevana $\overset{\frown}{BA}$ = pîvana kevana $\overset{\frown}{AE}$

Mînak: Di teşeya li jêr de: C(O, r) bazinekî ku Ax pêveka wî ye di A de û her du jenên MN , EB rastênhev in li gorî ku Ax // MN // EB

Em tekez bikin ku BA = EA



Çare:

MN // EB $\Longrightarrow$ kevana $\overset{\frown}{BN}$ = kevana $\overset{\frown}{EM}$ .... (1)

Ax // MN $\Longrightarrow$ kevana $\overset{\frown}{NA}$ = kevana $\overset{\frown}{MA}$ .... (2)

(1) + (2): $\overset{\frown}{BN} + \overset{\frown}{NA} = \overset{\frown}{EM} + \overset{\frown}{MA}$

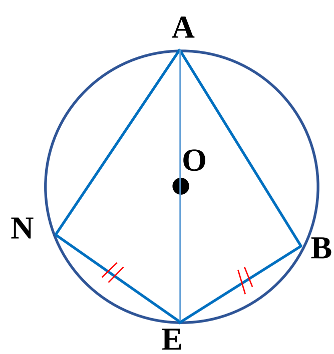
$\Longrightarrow \overset{\frown}{BA} = \overset{\frown}{EA}$

Em encamê digirin ku: BA = EA

Kevanên yeksan, jenên wan yeksaneyî ne.

Rahênan: Di teşeya li jêr de: ABEN çargoşeyeke di hundirê bazinekî de xêzkirî ye, AE eşkêleke di bazin de û EN = EB

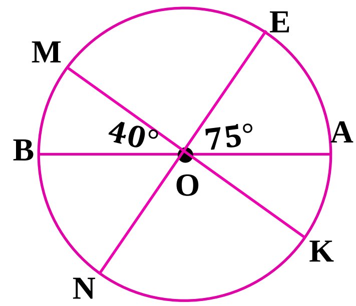
Em tekez bikin ku pîvana $\overset{\frown}{AN}$ = pîvana $\overset{\frown}{AB}$



HÎNDARÎ

1. Di teşeya li jêr de, AB, EN û MK di bazin C (O, r) de eşkêl in.

Em valahiyên li jêr dagirin:



- Pîvana kevana $\overset{\frown}{AE}$ = …………..

- Pîvana kevana $\overset{\frown}{MB}$ = …………..

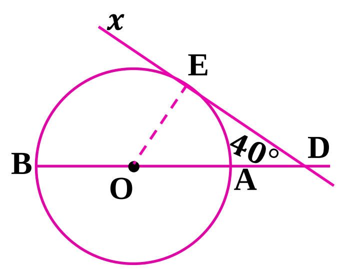
- Pîvana kevana $\overset{\frown}{ME}$ =……………

- Pîvana kevana $\overset{\frown}{AKN}$ = …………

- Pîvana kevana $\overset{\frown}{MBN}$ = …………

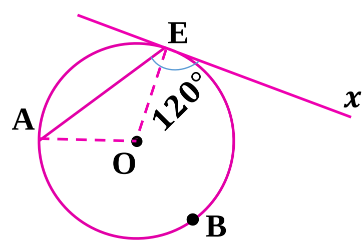
2. Di teşeyên li jêr de: Ex pêveka bazin C(O, r) ye.

Em valahiyên li jêr dagirin:



Pîvana kevana $\overset{\frown}{EA}$ = ……….

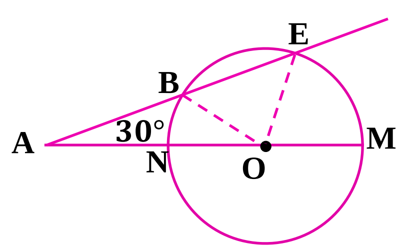
Pîvana kevana $\overset{\frown}{BE}$ = ……….



Pîvana kevana $\overset{\frown}{ABE}$ = ……….

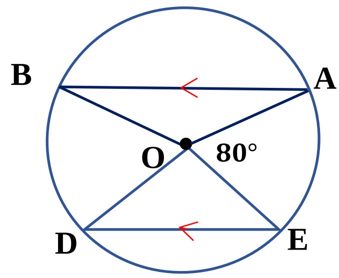
3. Di teşeya li jêr de: NM di bazin C(O, r) de eşkêl e, pîvana $M\hat{A}E = 30^{\circ}$ û pîvana kevana $\overset{\frown}{ME} = 80^{\circ}$

Em pîvana kevana $\overset{\frown}{BE}$ bibînin:



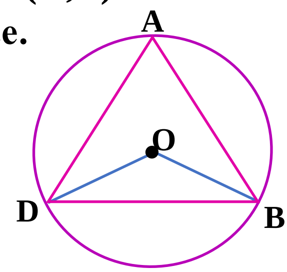
4. **C(O, r) bazinekî ku nîveşkêla wî 15 cm ye, AB û ED du jenên rastênhev in, pîvana $A\hat{O}E = 80^\circ$ û dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{AE}$ yeksanî dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{DE}$ ye.**

Em pîvana $O\hat{E}D$, pîvana kevana $\overset{\frown}{AB}$ û dirêjahiya kevana $\overset{\frown}{AB}$ bibînin:



WANEYA PÊNCEM: GOŞEYA DERDORÎ

- **Em teşeya li jêr bibînin:** Heger C (O, r) bazinekî ku di sergoşeyên sêgoşeya ABD re biçe.



Em dibînin ku $B\hat{O}D$ goşeyeke navendî ye, wê demê:

Pîvana $B\hat{O}D = \overset{\frown}{DB}$

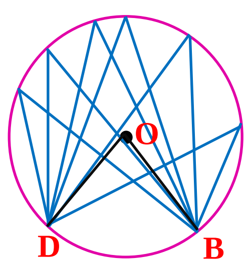
Goşeyeke din heye $B\hat{A}D$ beramberî heman kevana $\overset{\frown}{DB}$ ye, serê wê A li ser bazin e û kenarên wê AB û AD di bazin de jen in.

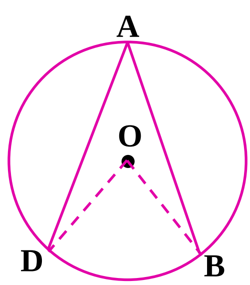
Goşeya derdorî: Goşeya ku serê wê li ser bazin e û her du kenarên wê di bazin de, jen in.

- **Di teşeya li jêr de:** Goşeya $B\hat{A}D$ goşeyeke derdorî ye û beramberî kevana $\overset{\frown}{DB}$ ye.

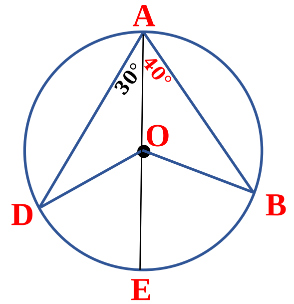
Ji her goşeyeke derdorî re, goşeyeke navendî tenê heye pê re bi heman kevanê hevbeş e.

Lê belê, ji her goşeyeke navendî re, hejmareke bêdawî yên goşeyên derdorî yên bi heman kevanê hevbeş in heye.





Mînak: Di teşeya li jêr de C(O, r) bazinek e, heger pîvana $E\hat{A}B = 40^{\circ}$ be, em pîvana $E\hat{O}B$ bibînin:



Em dibînin ku sêgoşeya AOB du hemkenar e (OA = OB = r)

$\Longrightarrow \ \hat{A} = \hat{B} = 40^{\circ} \ \Longrightarrow E\hat{O}B = 40 + 40 = 80^{\circ}$

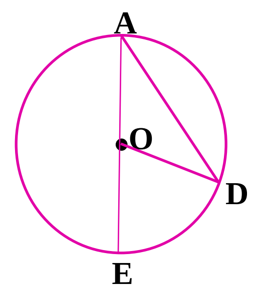
Em dibînin ku pîvana goşeya navendî $E\hat{O}B$ du qatê pîvana goşeya derdorî $E\hat{A}B$ ya pê re bi heman kevana $\overset{\frown}{EB}$ hevbeş e

Em dibînin ku pîvana $D\hat{A}E = 30^{\circ}$ ye, wê demê pîvana $D\hat{O}E = 60^{\circ}$ ye.

Em hevrûkirinê di navbera pîvana $B\hat{A}D$ û pîvana $B\hat{O}D$ de çêkin, em çi encamê digirin?

Teorî: Pîvana goşeya derdorî di bazinekî de, yeksanî nîvê goşeya navendî ya pê re bi heman kevanê hevbeş e.

Mînak: Heger C(O, r) bazink be, $E\hat{A}D$ goşeyeke derdorî û $E\hat{O}D$ goşeyeke navendî be ku bi kevana $\overset{\frown}{ED}$ hevbeş bin, em tekez bikin ku $E\hat{A}D = \frac{1}{2} E\hat{O}D$



Kar:

Heger O endamê kenareke goşeya derdorî be, wê demê $E\widehat{O}D$ goşeyeke derveyî ye di sêgoşeya OAD de.

$\Longrightarrow E\widehat{O}D = \widehat{A} + \widehat{D}$

Lê belê sêgoşeya OAD du hemkenar e, ji ber ku OA=OD= r

$\Longrightarrow \widehat{A} = \widehat{D}$

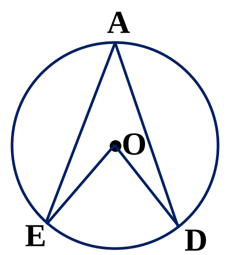
$\Longrightarrow E\widehat{O}D = \widehat{A} + \widehat{A}$

$= 2\widehat{A}$

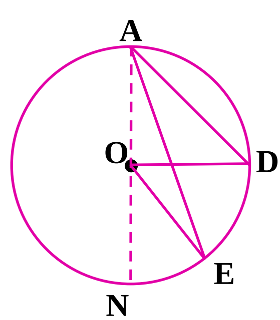
$\Longrightarrow \widehat{A} = \frac{1}{2} E\widehat{O}D$

Têbînî: Em her du têbîniyên li jêr tekez bikin:

1. Heger O xalek di hundirê goşeya derdorî de be.

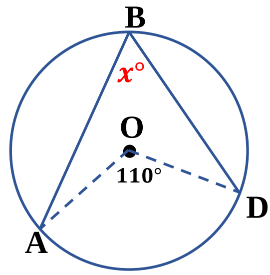


2. Heger O xalek derveyî goşeya derdorî be.



Mînak: Di teşeyên li jêr de C(O, r), em nirxê x bibînin:

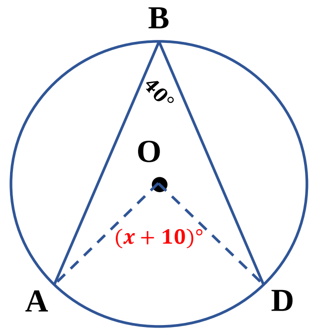
Pîvana goşeya derdorî $A\widehat{B}D$:



$$x° = \frac{1}{2}\,(A\widehat{O}D)$$

$$= \frac{1}{2}\,(110°) = 55°$$

Pîvana goşeya navendî $A\widehat{O}D$:



$$x + 10 = 2 \times 40$$

$$x + 10 = 80 \Longrightarrow x = 80 - 10$$

$$x = 70°$$

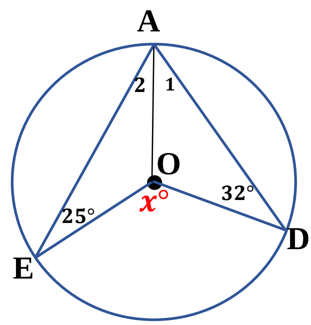
Sêgoşeya OAD du hemkenar e $\Longrightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D} = 32°$ **Çima?**

Sêgoşeya OAE du hemkenar e $\Longrightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{E} = 25°$ **Çima?**

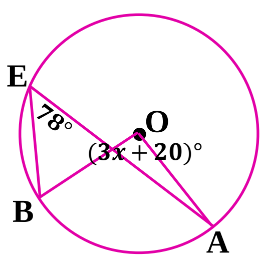
$$\Longrightarrow \widehat{A} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 32 + 25 = 57°$$

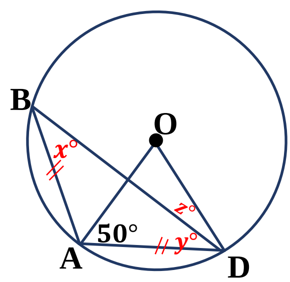
Pîvana goşeya navendî $E\widehat{O}D$:

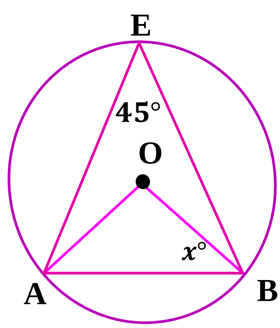
$$x° = 2 \times 57 = 114°$$



Rahênan: Em pîvanên goşeyên x , y , z bibînin:



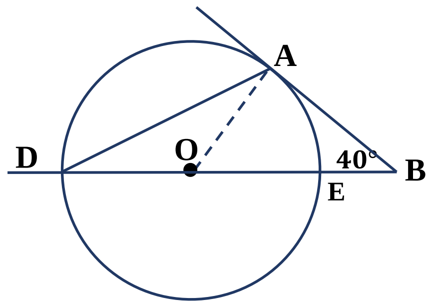




Encam (1) **Pîvana goşeya derdorî yeksanî nîvê pîvana kevana beramberî wê.**

Mînak: **Di teşeya li jêr de C (O, r) bazinek e tê de AB pêvek e û pîvana $O\hat{B}A = 40°$**

Em pîvana $A\hat{D}B$ bibînin:



Em dibînin ku AB pêveka bazin e $\Longrightarrow O\hat{A}B = 90°$

Ji ber ku pêvek li ser nîveşkêlê tîk e.

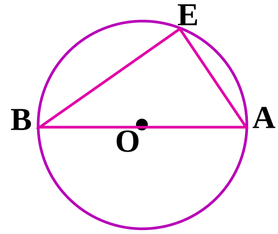
Di sêgoşeya OAB de: $A\hat{O}B = 180 - (90 + 40) = 50°$

$\Longrightarrow$ Pîvana kevana $\overset{\frown}{AE} = 50°$ ji ber ku pîvana goşeya navendî yeksanî pîvana kevana beramberî wê ye.

Dawiyê em dibînin ku: $A\hat{D}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AE} = \frac{1}{2}(50) = 25°$

Encam (2) **Goşeya derdorî ya beramberî kevana nîvê bazin, goşeyeke tîk e.**

Mînak: **Di teşeya li jêr de C(O , r) bazinek e, em pîvana $A\hat{E}B$ bibînin:**



Em dibînin ku $A\hat{E}B$ derdorî ye $\Longrightarrow$

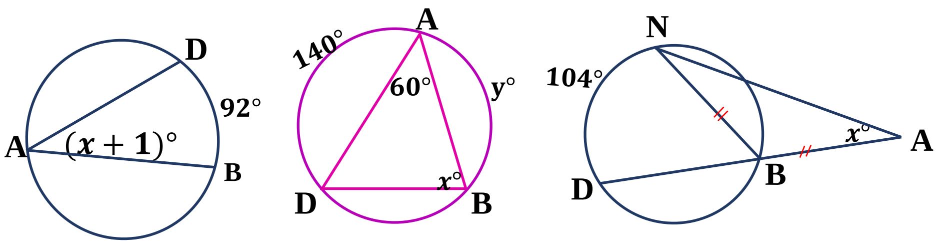
$$A\hat{E}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$$

$$= \frac{1}{2}(180°) = 90°$$

Têbînî

Encama çûyî gotina me tekez dike: Heger kenareke sêgoşeyekê di bazin ku di sergoşeyê wê re diçe, eşkêl be, wê demê sêgoşe tîk e û jena wê, ew kenar e.

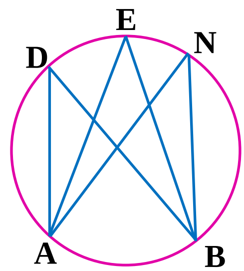
Rahênan: **Em pîvana goşe yan jî kevana ku bi x , y nîşankirî, bibînin:**



Encam (1)

Di bazin de: Goşeyên derdorî yên beramberî heman kevanê, ew goşe di pîvanê de yeksan in.

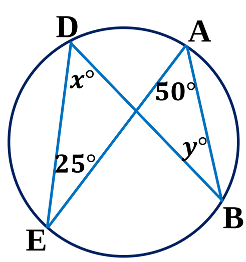
Em teşeya li jêr bibînin:



Komikeke goşeyên derdorî yên bi kevana $\overset{\frown}{AB}$ ya hevbeş heye.

$\Longrightarrow \hat{D} = \hat{E} = \hat{N}$ **ji ber ku pîvana her goşeyekê yeksanî nîvê kevana $\overset{\frown}{AB}$ ye.**

Mînak: **Em teşeya li jêr bibînin û pîvanên goşeyên x û y bibînin:**



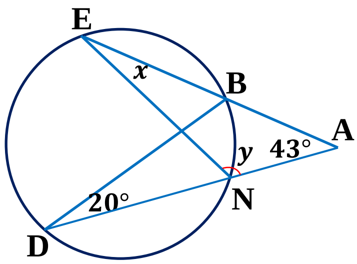
$\widehat{A} = \widehat{D}$ **goşeyên derdorî ne bi kevana $\overset{\frown}{EB}$ hevbeş in**

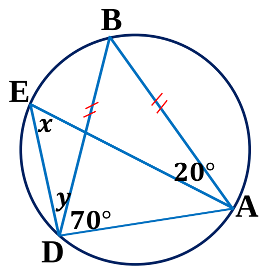
$\Longrightarrow x = 50°$

$\widehat{E} = \widehat{B}$ **goşeyên derdorî ne bi kevana $\overset{\frown}{DA}$ hevbeş in**

$\Longrightarrow y = 25°$

Rahênan: Em her du teşeyên li jêr bibînin û piştre goşeyên bi x û y nîşankirî, bibînin:

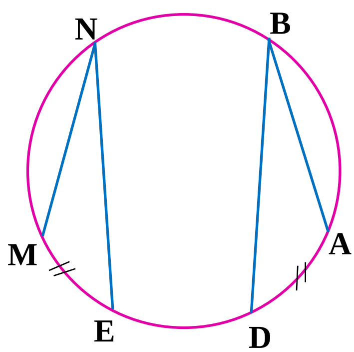




Encam (2)

Di bazin de: Goşeyên derdorî yên beramberî kevanên yeksan, goşeyên yeksan in û vajî jî rast e.

Em teşeya li kêlekê bibînin:

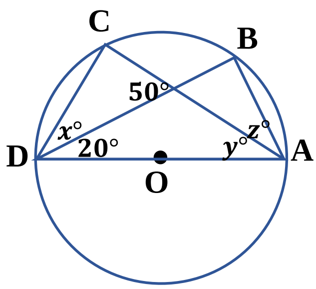


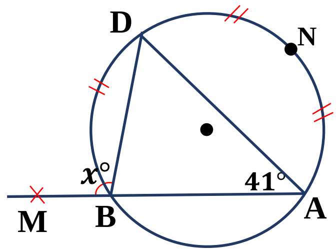
$\overset{\frown}{DA} = \overset{\frown}{EM}$

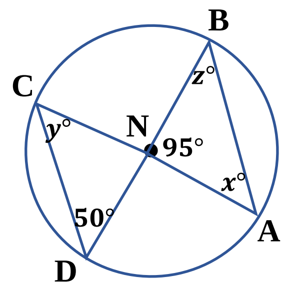
$\Longrightarrow \widehat{N} = \widehat{B}$

HÎNDARÎ

1. Di teşeyên li jêr de, em nirxên x , y , z bibînin:

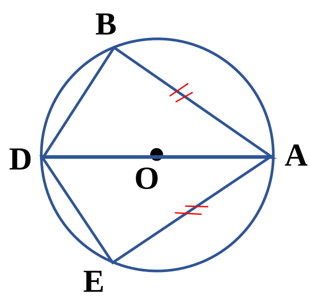






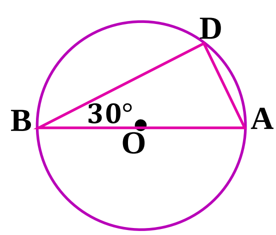
2. Di teşeya li kêlekê de: AB = AE

Em tekez bikin ku $A\widehat{D}B = A\widehat{D}E$



3. C (O, 5) bazinek e, $\widehat{B} = 30°$

- Cureya sêgoşeya ABD li gorî goşeyan çi ye?
- Em dirêjahiyên AD û DB bibînin.
- Em pîvanên kevanên $\overset{\frown}{AD}$ û $\overset{\frown}{DB}$ bibînin.

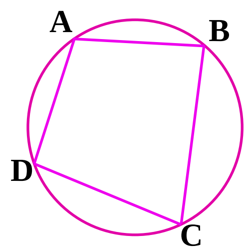


WANEYA ŞEŞEM: ÇARGOŞEYA BAZINÎ

Pênase: Çagoşeya bazinî, teşeyeke çargoşeyî ye, bazinekî tenê di her çar sergoşeyên wê re diçe.

Em teşeya li kêlekê bibînin:

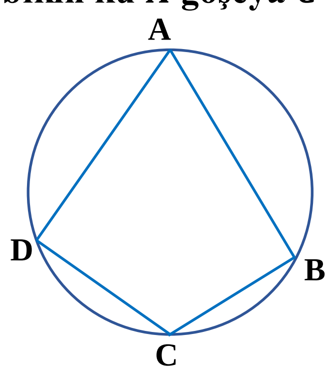
ABCD çargoşeya bazinî ye, ji ber ku her çar sergoşeyên wê li ser bazinekî ne.



Taybetiyên çargoşeya bazinî:

Teorî (1): Heger çargoşe bazinî be, wê demê her du goşeyên beramber hevtemamker in.

ABCD çargoşeyeke bazinî ye, em tekez bikin ku $\widehat{A}$ goşeya $\widehat{C}$ temam dike û $\widehat{B}$ goşeya $\widehat{D}$ temam dike.



Kar:

$\widehat{A}$ **goşeya derdorî ye** $\Rightarrow \widehat{A} = \frac{1}{2}\,\overset{\frown}{BCD}$

$\widehat{C}$ **goşeya derdorî ye** $\Rightarrow \widehat{C} = \frac{1}{2}\,\overset{\frown}{BAD}$

$$\Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = \frac{1}{2}\,\overset{\frown}{BCD} + \frac{1}{2}\,\overset{\frown}{BAD}$$

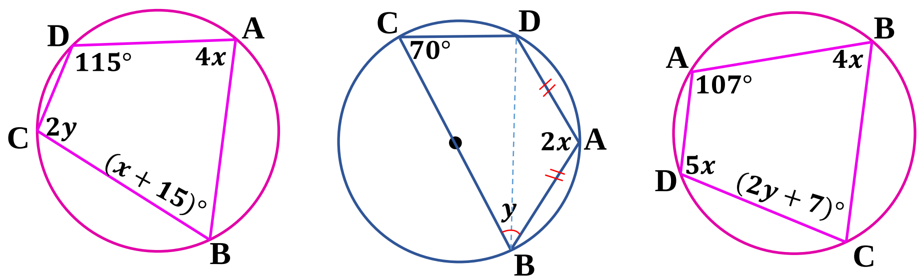
$$\widehat{A} + \widehat{C} = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{BCD} + \overset{\frown}{BAD}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(360^\circ) = 180^\circ$$

Em dibînin ku goşeya $\widehat{A}$ goşeya $\widehat{C}$ temam dike.

Ji ber ku komkirina pîvanên goşeyên hundirîn ên çargoşe 360° ye $\Rightarrow \widehat{B} + D = 180^\circ \Rightarrow$ goşeya $\widehat{D}$ goşeya $\widehat{B}$ temam dike.

Rahênan: Di teşeyên li jêr de, em nirxên x û y bibînin:

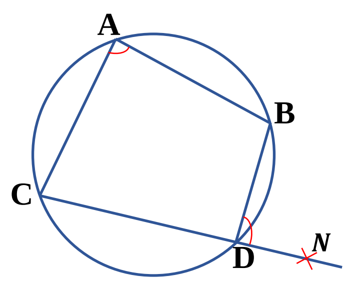


Encam: Pîvana goşeya derveyî li cem her sergoşeyekê ji sergoşeyên çargoşeya bazinî, yeksanî goşeya hundirîn a beramberî goşeya cîrana wê ye.

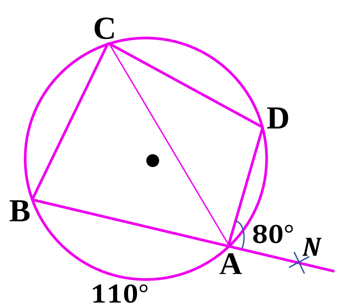
Di teşeya li jêr de: Goşeya $\widehat{A}$ goşeya $B\widehat{D}C$ temam dike, ji ber ku çargoşe bazinî ye.

Lê belê goşeya $B\widehat{D}N$ goşeya $B\widehat{D}C$ temam dike, ji ber ku goşeyeke rast e.

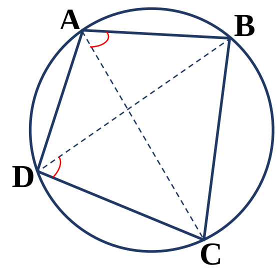
Em dibînin ku $B\widehat{D}N = \widehat{A}$ ji ber ku her du temamkerên goşeyekê ne.



Rahênan: Di teşeya li jêr de, em pîvana $A\widehat{C}D$ bibînin:



Teorî (2): Di çargoşeya bazinî de, her du goşeyên beramber û beramberî parçerastekekê û di heman alî de bin, di pîvanê de yeksan in.



Di teşeya li kêlekê de:

ABCD çargoşeya bazinî ye

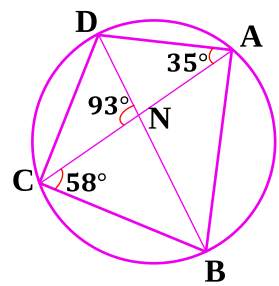
$\Longrightarrow B\hat{A}C = B\hat{D}C$

Her du goşe derdorî ne, beramberî parçerasteka BC ne û di heman alî de ne.

Mînak: **Di teşeya li jêr de em pîvana $C\hat{N}B$ û piştre pîvana $N\hat{B}C$ bibînin:**

Em hevrûkirinê di navbera $D\hat{A}C$ û $D\hat{B}C$ de çêkin.

Em pîvana $C\hat{N}B$ bibînin:



$C\hat{N}B = 180 - 93 = 87°$

Di sêgoşeya CNB de, em dibînin ku:

$N\hat{B}C = 180 - (58 + 87)$

$= 180 - 145$

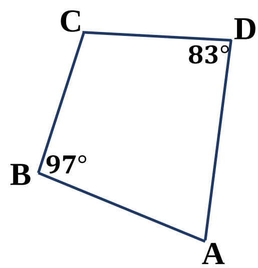
$= 35°$

Bi hevrûkirinê em dibînin ku: $D\hat{A}C = D\hat{B}C = 35°$

Rêbazên tekezkirina ku teşeya çargoşeyî bazin e:

1. **Heger du goşeyên beramber di teşeyeke çargoşeyî de, hevtememker bin, ev teşeya çargoşeyî bazinî ye.**

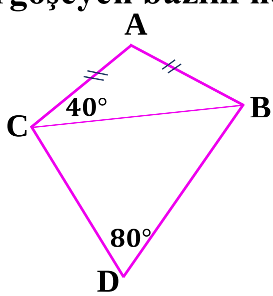
Mînak: **Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku çargoşeya ABCD bazinî ye.**

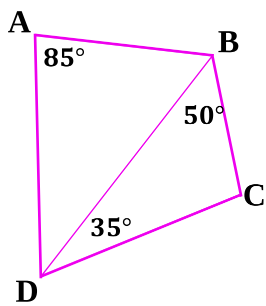


Em dibînin ku: $\widehat{B}+\widehat{D}=97+83=180°$

$\Longrightarrow$ **Çargoşe bazinî ye, ji ber temamkirina du goşeyên wê yên beramber.**

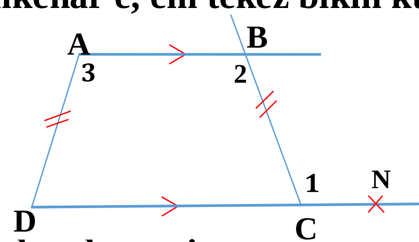
Rahênan: **Em tekez bikin ku her du teşeyên li jêr, çargoşeyên bazinî ne.**





2. **Heger goşeyeke derveyî li cem sergoşeyeke ji sergoşeyên teşeya çargoşeyî, yeksanî goşeya hundirîn a beramberî vê sergoşeyê be, ev teşe çargoşeya bazinî ye.**

Mînak: **ABCD kelkoteke du hemkenar e, em tekez bikin ku ABCD çargoşeya bazinî ye.**



$\widehat{1}=\widehat{2}$**berovajî hundir in**

$\widehat{2}=\widehat{3}$ **her du goşeyên kelkota du hemkenar in.**

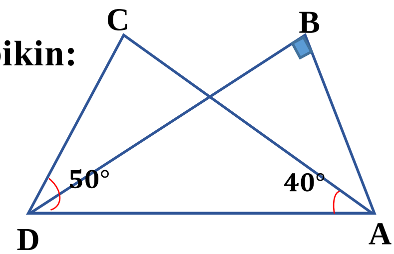
Em encamê digirin ku: $\widehat{1}=\widehat{3}$

Ji ber ku $\widehat{1}$ **goşeyeke derveyî ye ji sergoşeya C re di teşeya çargoşeyî de û ew yeksanî goşeya** $\widehat{A}$ **ya beramberî vê sergoşeyê ye.** $\Longrightarrow$ **Teşeya ABCD çargoşeya bazinî ye.**

3. **Heger pîvanên du goşeyên ku beramberî parçerastekekê û di heman alî de yeksan bin, em dikarin bazinekî tenê ku di her du sergoşeyan re biçe, xêz bikin û ew parçerastek di wî bazinî de jenek e.**

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku ABCD çargoşeya bazinî ye.**

Em cihê navenda vî bazinî nîşan bikin:



Di sêgoşeya DCA de: $\widehat{C} = 180 - (50 + 40)$

$$= 180 - 90 = 90°$$

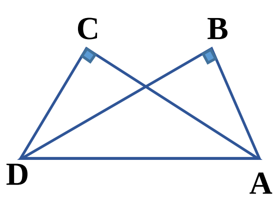
$\Longrightarrow \widehat{C} = \widehat{B} = 90°$

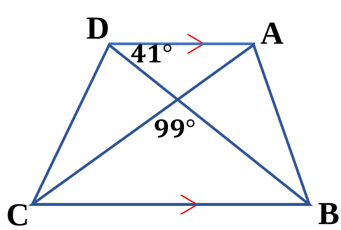
Du goşeyên beramberî parçerasteka DA û di heman alî de, yeksan in.

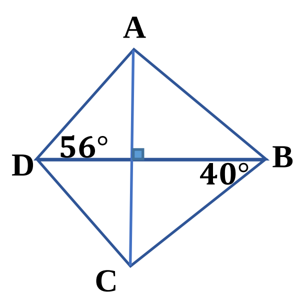
$\Longrightarrow$ **ABCD çargoşeya bazinî ye.**

Sêgoşeya ABD di B **de tîk e** $\Longrightarrow$ **navenda bazin ku di sergoşeyên ABCD re diçe, di nîvê jena DA de ye.**

Rahênan: **Kîjan teşeyên li jêr çargoşeya bazinî ye, çima?**

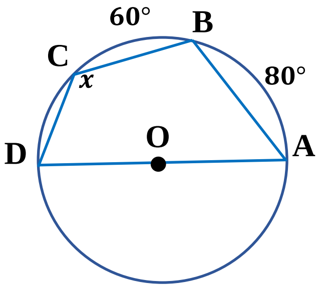


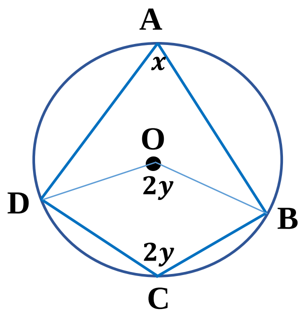


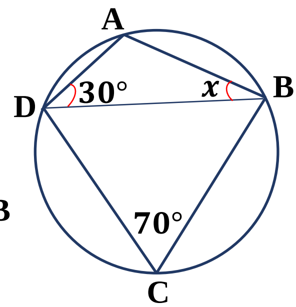


HÎNDARÎ

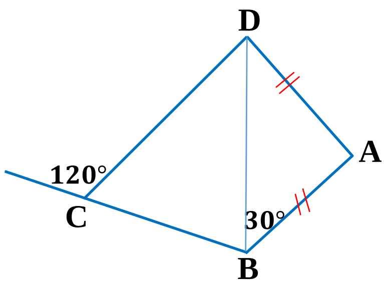
1. **Di teşeyên li jêr de, em nirxê x bibînin:**

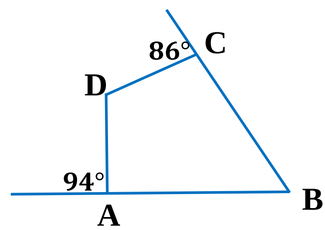




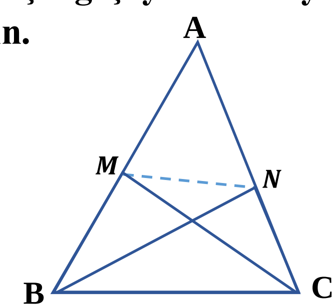


2. **Em tekez bikin ku teşeyên li jêr çargoşeyên bazinî ne:**



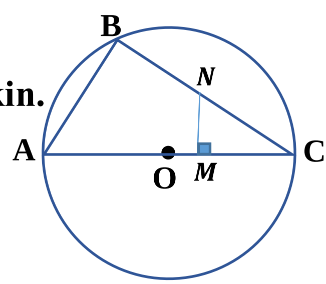


3. **ABC sêgoşeyeke ku tê de BN û CM bilindahî ne, em tekez bikin ku çargoşeya BCNM çargoşeya bazinî ye û cihê navenda vî bazinî nîşan bikin.**



4. **Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku çargoşeya ABNM bazinî ye:**

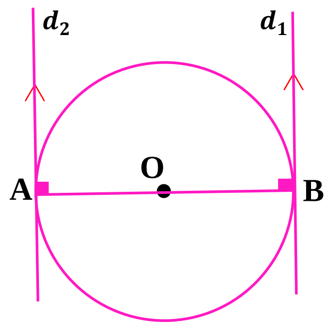
Em cihê navenda vî bazinî nîşan bikin.



WANEYA HEFTEM: TÊKILIYA DI NAVBERA PÊVEKÊN BAZIN DE

1- Pêvekên ji her du aliyên eşkêlê xêzkirî, rastênhev in:

Di teşeya li jêr de:



AB di bazin C (O, r) de eşkêl e.

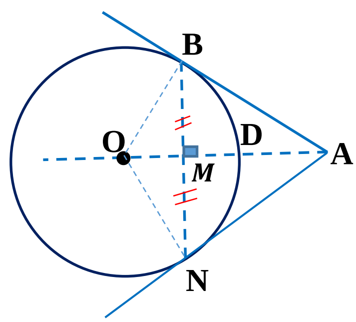
d_1 pêveka bazin e di xala B de.

d_2 pêveka bazin e di xala A de.

$\Longrightarrow d_1 \parallel d_2$ ji ber ku du tîkên li ser rastekekê, rastênhev in.

2- Du parçeyên bi hev ve yên ji xaleke derveyî bazin xêzkirî, di dirêjahiyê de yeksan in:

Di teşeya li jêr de:



A xaleke derveyî bazin C (O, r) ye.

AB pêveka bazin di xala B de ye.

AN pêveka bazin di xala N de ye.

$\Longrightarrow$ AB = AN

Em dibînin ku sêgoşeya ABO di $\widehat{B}$ de tîk e, ji ber ku pêvek li ser nîveşkêlê tîk e.

Em dibînin ku sêgoşeya ANO di $\widehat{N}$ de tîk e, ji ber ku pêvek li ser nîveşkêlê tîk e.

Sêgoşeyên ABO û ANO tîk in û AO jeneke hevbeş di navbera wan de ye.

OB = ON = r $\Longrightarrow$ Her du sêgoşe yeksaneyî ne, ji ber yeksaniya jenekê û kenareke tîk.

Ji yeksaneyiyê em dibînin ku: AB = AN

Encam (1)

Rasteka di navenda bazinekî û xala hevbira du pêvekên wî re diçe, dibe tewareya jena bi her du xalên pêvebûnê nîşankirî.

Di teşeya çûyî de: AO tewareya jena BN ye.

Ango: AO ⊥ BN û BM = MN

Encam (2)

Rasteka di navenda bazinekî û xala pêvebûnê re diçe, nîveka goşeya di navbera her du pêvekan de ye û goşeya di navbera her du nîveşkêlan de û kevana bi her du xalên pêvekirinê nîşankirî, bi nîvî dike.

Di teşeya çûyî de: AO nîveka goşeya $B\hat{A}N$ ye.

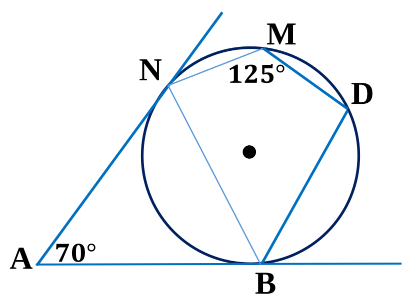
Di heman demê de: AO nîveka goşeya $B\hat{O}N$ ye.

Û $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DN}$

Mînak: Di teşeya li jêr de AB, AN pêvekên bazin in.

Pîvana $N\hat{A}B = 70°$ û pîvana $N\hat{M}D = 125°$

Em tekez bikin ku BN nîveka goşeya $A\hat{B}D$ ye û piştre tekez bikin ku $AN // DB$



Em dibînin ku AB û AN du pêvekên ji xala A ya derveyî bazin xêzkirî ne. ⟹ AB = AN

⟹ sêgoşeya ABN du hemkenar e.

$$\Rightarrow A\hat{N}B = A\hat{B}N = \frac{180 - 70}{2} = \frac{110}{2} = 55°$$

Em dibînin jî ku teşeya BDMN çargoşeya bazinî ye.

$\widehat{M} + \widehat{B} = 180$

$125 + \widehat{B} = 180$

$\widehat{B} = 180 - 125 = 55°$

Ango: $A\widehat{B}N = N\widehat{B}D = 55° \Longrightarrow$ **BN nîveka goşeya** $A\widehat{B}D$ **ye.**

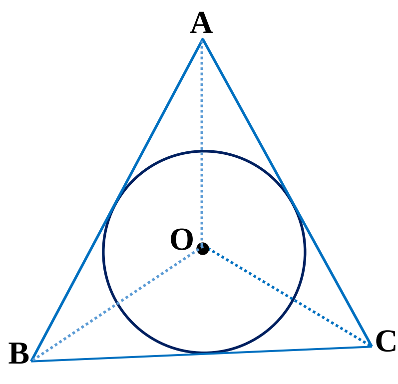
Em ji teşe dibînin ku: $A\widehat{N}B = N\widehat{B}D = 55°$ **berovajî hundir in.** $\Longrightarrow AN//DB$

Encam (3)

Navenda bazin bi kenarên sêgoşeyekê ve ji hundir ve, xala hevbirî ya nîvekên goşeyên sêgoşeyê ye.

Di teşeya li jêr de, ABC sêgoşe ye û AO, BO û CO nîvekên goşeyên sêgoşeyê ne.

Xala O dibe nevenda bazinê ku ji hundir ve bi kenarên sêgoşeyê ve ne.

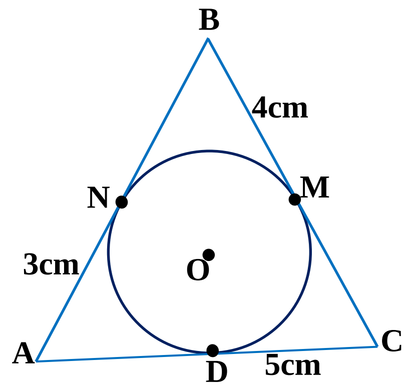


Mînak: **C (O, 3) bazineke hundirîn bi kenarên sêgoşeya ABC ve ye.**

- Em derdora sêgoşeya ABC bibînin.

- Em cihê navenda bazinê hundirîn bi kenara sêgoşeyê ve, nîşan bikin.

- Em dirêjahiya BO bibînin.



AN = AD = 3 cm (Pêvekên ji xaleke derveyî bazinekî xêzkirî, di dirêjahiyê de yeksan in.)

Bi heman rêbazê em dibînin ku:

BN = BM = 4 cm û CD = CM = 5 cm

$\Longrightarrow$ Derdora sêgoşeya ABC dibe:

$$P = AB + BC + CA$$

$$= (3 + 4) + (4 + 5) + (5 + 3) = 7 + 9 + 8 = 24\ cm$$

Navenda bazinê hundirîn bi kenarên sêgoşeyê ve, xala hevbira nîvekên goşeyan e.

$OM \perp BC$ ji ber ku pêvek li ser nîveşkêlê tîk e

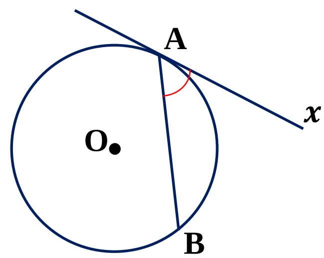
$\Longrightarrow$ sêgoşeya BOM di $\widehat{M}$ de tîk e.

$OB^2 = OM^2 + BM^2 \Longrightarrow OB^2 = (3)^2 + (4)^2$

$\Longrightarrow OB^2 = 9 + 16 = 25 \Longrightarrow OB = 5$ cm

3- Goşeya pêvekî:

Pênase: **Goşeya pêvekî, ew goşeya ku sergoşeya wê li ser bazin e û kenareke wê pêveka bazin e û kenara din di wî baziniî de jen e.**



Di teşeya li kêlekê de:

Ax pêveka bazin e. AB jen e.

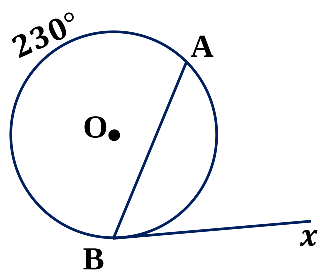
$\Longrightarrow B\hat{A}x$ **goşeya pêvekî di bazin de ye.**

Encam (1)

Pîvana goşeya pêvekî yeksanî nîvê kevana bermaberî wê ye.

Di teşeya çûyî de: Pîvana $B\hat{A}x = \frac{1}{2}\widehat{AB}$

Mînak: **Di teşeya li jêr de, C(O , r) bazinekî ku Bx pêveka wê ye.**



Em pîvana $A\hat{B}x$ **bibînin.**

Pîvana kevana $\widehat{AB}$ **= 360 – 230**

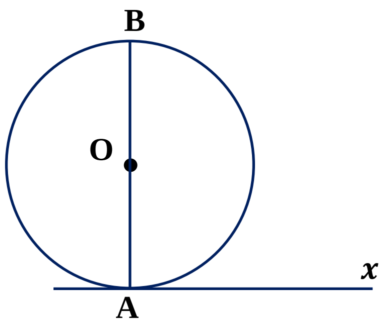
= 130°

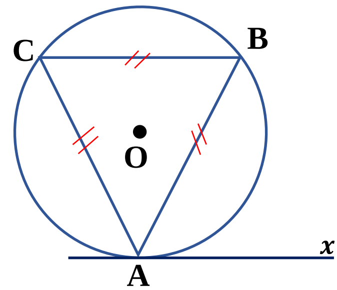
$\Longrightarrow A\hat{B}x = \frac{1}{2}\widehat{AB}$ **ji ber ku goşeyeke pêvekî ye.**

$= \frac{1}{2}(130°) = 65°$

Rahênan: Di her du teşeyên li jêr de, C (O, r) bazinekî ku Ax pêveka wî ye.

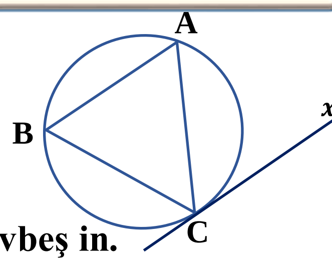
Em pîvana $B\hat{A}x$ bibînin:





Encam (2)

Pîvana goşeya pêvekî, yeksanî pîvana goşeya derdorî ya ku bi heman kevanê hevbeş e.



$A\hat{C}x$ goşeyeke pêvekî ye.

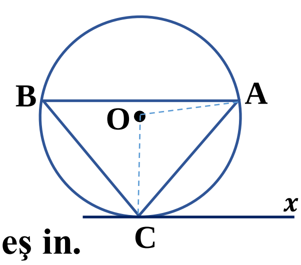
$A\hat{B}C$ goşeyeke derdorî ye.

Her du goşe bi heman kevana $\overset{\frown}{AC}$ hevbeş in.

$\Longrightarrow$ Pîvana $A\hat{B}C = A\hat{C}x$

Encam (3)

Pîvana goşeya pêvekî, yeksanî nîvê pîvana goşeya navendî ya ku bi heman kevanê hevbeş e.



$A\hat{C}x$ goşeyeke pêvekî ye.

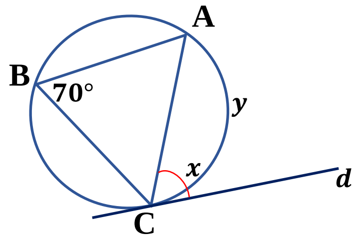
$A\hat{O}C$ goşeyeke navendî ye.

Her du goşe bi heman kevana $\overset{\frown}{AC}$ hevbeş in.

$\Longrightarrow$ Pîvana $A\hat{C}x = \frac{1}{2}\, A\hat{O}C$

Mînak: C (O, r) bazinekî ku Cx pêveka wî ye.

Em nirxê x , y bibînin:



$\boldsymbol{A\widehat{C}d = A\widehat{B}C}$ **ji ber ku goşeya pêvekî yeksanî goşeya derdorî ya ku bi heman kevanê hevbeş e.**

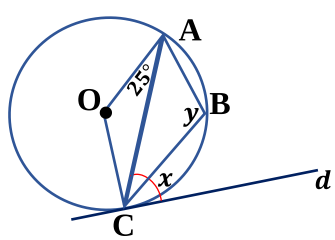
$\boldsymbol{\Longrightarrow x = 70°}$

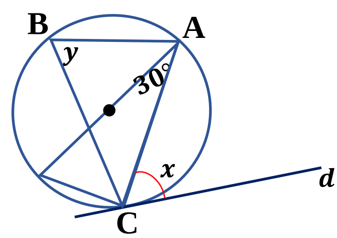
$\boldsymbol{\overset{\frown}{AC} = 2\, A\widehat{C}d}$ **ji ber ku pîvana kevanê, du qatê goşeya pêvekî ye.**

$\boldsymbol{\Longrightarrow y = 2 \times 70 \Longrightarrow y = 140°}$

Rahênan: Di teşeyên li jêr de, C (O, r) bazinekî ku Cx pêveka wî ye.

Em nirxê x , y bibînin:



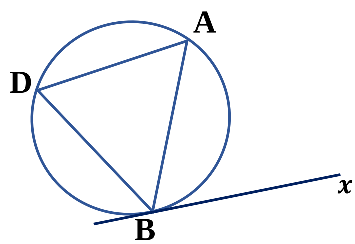


Encam (4)

Heger me rastekek ji aliyekî jeneke di bazinekî de xêz kir, li gorî ku pîvana goşeya di navbera vê rastekê û jenê de yeksanî pîvana goşeya derdorî ya bi heman kevanê hevbeş be, wê demê ev rastek pêveka bazin e.

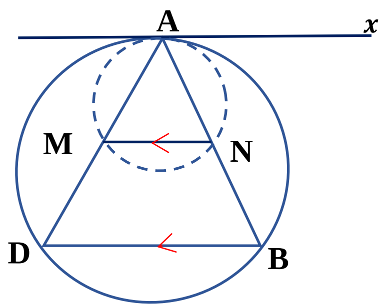
Di teşeya li jêr de, heger AB jenek di bazinê C (O, r) de be û $A\widehat{D}B$ goşeyeke derdorî be û beramberî kevana $\overset{\frown}{AB}$ be.

Heger me rasteka Bx xêz kir û heger pîvana $A\widehat{B}x = A\widehat{D}B$ be, wê demê rasteka Bx pêveka bazin e.



Mînak: ABD sêgoşeyeke di hundirê bazinê C (O, r) de xêzkirî ye, Ax pêveka bazin e û MN // BD

Em tekez bikin ku Ax pêveka bazinê ku di xalên A, N, M re diçe.



Em dibînin ku pîvana $x\widehat{A}B = A\widehat{D}B$ ………… (1)

Her du goşeyên pêvekî û derdorî bi kevana $\overset{\frown}{AB}$ hevbeş in.

Ji ber ku MN // BD $\Longrightarrow A\widehat{D}B = A\widehat{M}N$ ………… (2)

Her du goşe sîmetrîk in.

Ji (1) û (2) em encam digirin ku:

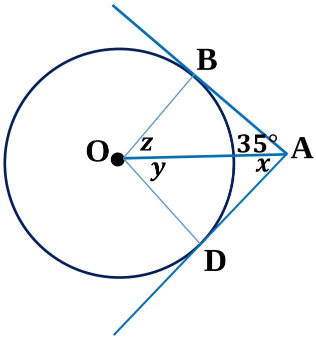
$x\widehat{A}B = A\widehat{M}N \;\Longrightarrow\; x\widehat{A}N = A\widehat{M}N$

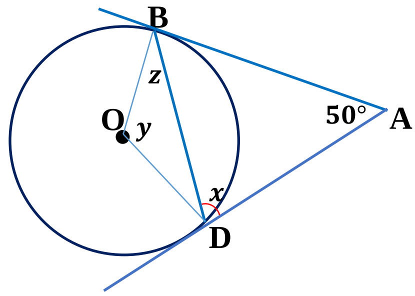
$\Longrightarrow$ Ax pêveka bazinê ku di xalên A, M, N re diçe.

HÎNDARÎ

1. **Di teşeyên li jêr de, AB û AD pêvekên bazin in.**

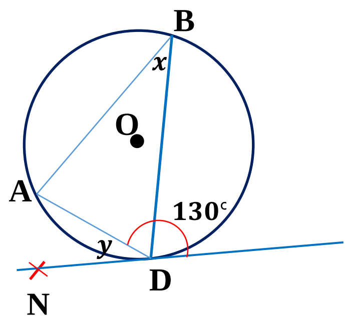
   Em nirxê x, y, z bibînin:





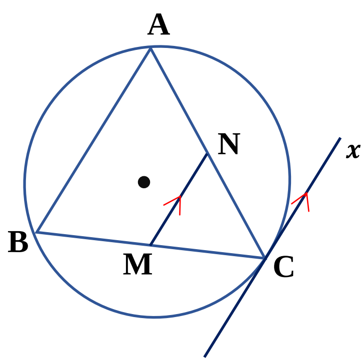
2. **Di teşeyên li jêr de, C (O, r) bazinekî ku ND pêveka wê ye.**

   Em nirxê x , y bibînin:

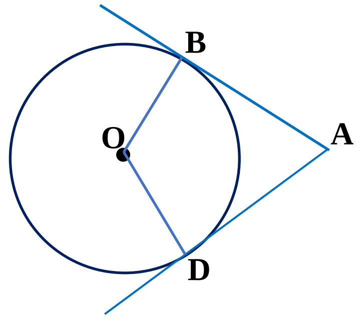


3. **ABC sêgoşeyeke di hundirê bazinê C (O, r) de xêzkirî ye, Cx pêveka vî bazinî ye û NM // Cx**

   Em tekez bikin ku teşeya ABMN çargoşeya bazinî ye.



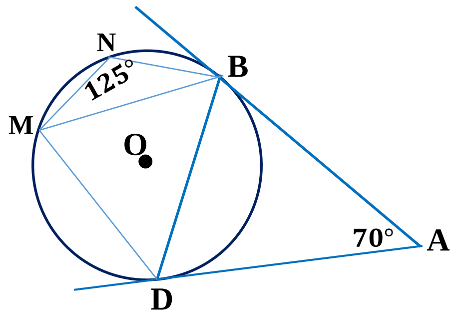
4. **C (O, 3) bazinekî ku AB û AD pêvekên wî ne û dirêjahiya AB = 4 cm ye.**



- Em tekez bikin ku çargoşeya ABOD bazinî ye.

- Em cihê navenda vî bazinî nîşan bikin û dirêjahiya nîveşkêla wî bibînin.

5. **Di teşeya li jêr de:**



AB û AD pêvekên

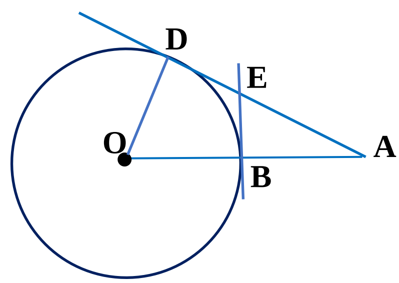
$\widehat{A} = 70^{\circ}$ û $M\widehat{N}B = 125^{\circ}$

- Em tekez bikin ku BM = BD

- Em tekez bikin ku AB // DM

- Em tekez bikin ku BM pêveka bazinê ku di sergoşeyên sêgoşeya ABD re diçe.

6. **Di teşeya li kêlekê de:**



AD û BE pêvekên û $B\widehat{O}D = 60^{\circ}$

- Em dirêjahiya DA bibînin.

- Em tekez bikin ku xalên O, B, E, D li ser heman bazinî ne û cihê navenda vî bazinî nîşan bikin.

- Em tekez bikin ku DE = $\frac{1}{2}$ **EA**

BEŞA ŞEŞEM: FONKISYON

1. FONKISYON Û CUREYÊN WÊ.
2. BIKARANÎNÊN FONKISYONAN.

WANEYA YEKEM: FONKISYON Û CUREYÊN WÊ

Ronîkirin:

Rene Descartes (Rênyê Dîkart) (1596 - 1650)

Fîlozof û zanyarê bîrkarî û fîziyayê ye, fransiz e.

Sîstema kordînata dîkartî afirand û ew sîstem di geometriya analîzî de tovika yekem e.

1- Hevdana dîkartî:

Me berê hevkêşeya ji pileya yekem û bi du nenasan x, y nas kiriye.

Mînak: **Heger $y = 2x + 3$ hevkêşeyek be, em sê çareyan jê re bibînin:**

Dema ku $x = 0$ be, wê demê: $y = 3$

Em cota rêzkirî (0, 3) bi dest dixin.

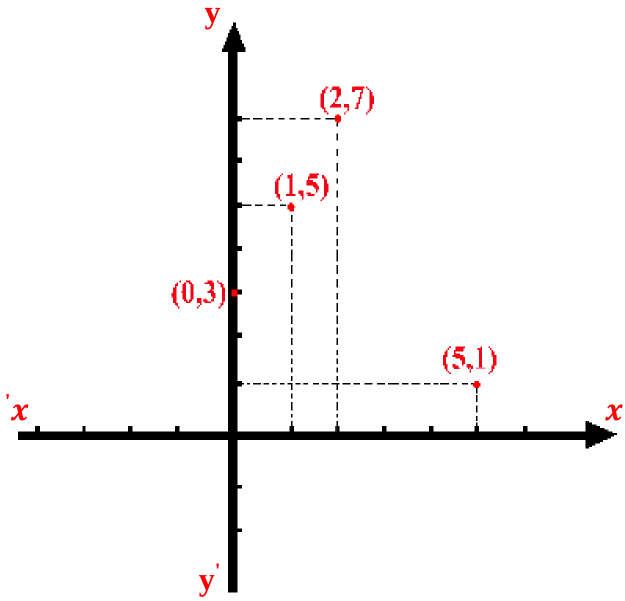
Dema ku $x = 1$ be, wê demê: $y = 5$

Em cota rêzkirî (1, 5) bi dest dixin.

Dema ku $x = 2$ be, wê demê: $y = 7$

Em cota rêzkirî (2, 7) bi dest dixin.

Em van cotên rêzkirî girafîkî di kordînatê de nîşan bikin:



Em li gorî kordînatê dibînin ku cota rêzkirî (1, 5) ne yeksanî (5, 1) ye.

Encam

1. **Di cota rêzkirî (x , y) de, x bi navê êxistina yekem û y bi navê êxistina duyem tê naskirin.**

2. **Her coteke rêzkirî bi xalekê tenê di kordînatê de tê nîşankirin.**

3. **Heger $x \neq$ y be, wê demê: $(x \,.\, y) \neq (y \,.\, x)$**

4. $(x \,.\, y) \neq \{x \,.\, y\}$

5. **Heger (x , y) = (a , b) be, wê demê: x = a û y = b**

Mînak: Heger (x + 2 , 5) = (3 , y – 1) be, em nirxên x û y bibînin:

$x + 2 = 3 \Rightarrow x = 3 - 2 \Rightarrow x = 1$

$y - 1 = 5 \Rightarrow y = 5 + 1 \Rightarrow y = 6$

Rahênan: Heger (6 , y – 3) = (2 – x , – 1) be, em nirxên x û y bibînin.

Mînak: Heger $A = \{1 , 2\}$ û $B = \{-3 , 4\}$ be, em $A \times B$ û piştre $B \times A$ bibînin, em çi dibînin?

Ji bo dîtina encama hevdana dîkartî ji komika A bi komika B re, em komika hemû cotên rêzkirî yên ku êxistina wê ya yekem ji A û êxistina wê ya duyem ji B be, binivîsin.

Hevdana A û B ya dîkartî bi sembola $A \times B$ tê nîşankirin.

$A \times B = \{(1 , -3) , (1 , 4) , (2 , -3) , (2 , 4)\}$

$B \times A = \{(-3 , 1) , (-3 , 2), (4 , 1) , (4 , 2)\}$

Em dibînin ku: $A \times B \neq B \times A$

Kengî $A \times B = B \times A$?

Pênase: Hevdana dîkartî ji A û B re, komika cotên rêzkirî ye li gorî ku êxistina yekem ji her cotekê re ji komika yekem be û êxistina duyem ji komika duyem be. $A \times B = \{(x , y): x \in A , y \in B\}$

Encam:

1. Dema ku $A \neq B$, wê demê: $A \times B \neq B \times A$
2. Heger em hejmara endamên komikê bi n nîşan bikin, wê demê: $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$
3. Heger $(x, y) \in A\times B$ coteke rêzkirî be, wê demê: $x \in A$ û $y \in B$
4. Heger $A \neq \emptyset$ be, wê demê:

$$A \times A = \{(x , y): x \in A , y \in A\}$$

Bi awayê A^2 (A dam) tê xwendin.

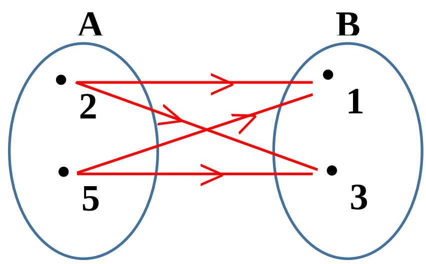
Nîşankirina hevdana dîkartî bi şemaya tîrî û toreyî:

Mînak 1: Heger A = {2 , 5} û B = {1 , 3} be, em A × B bibînin û bi şemaya tîrî û toreyî nîşan bikin.

A × B = {(2 , 1) , (2 , 3) , (5 , 1) , (5 , 3)}

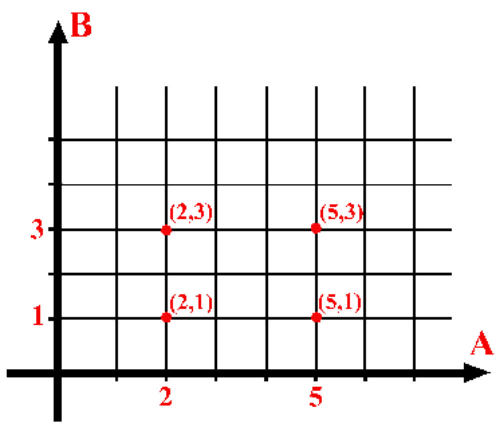
Nîşankirina tîrî:

Em tîrekê ji her endamekî ku êxistina yekem nîşan dike, bigihînin endamekî ku êxistina duyem nîşan dike.



Nîşankirina toreyî:

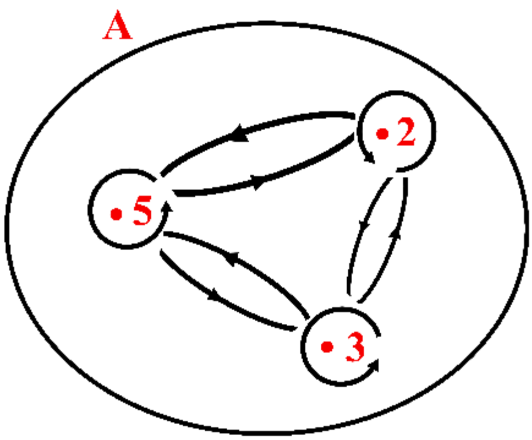
Em endamên A asoyî û endamên B stûnî nîşan bikin, wê demê xalên hevbir ên asoyî û tîkî cotên rêzkirî yên encamên hevdana dîkartî A × B nîşan dikin.



Mînak 2: Heger A = {2 , 3 , 5} be, em $A \times A$ û hejmara endaman bibînin û piştre bi şemaya tîrî nîşan bikin:

$A \times A = \{(2 , 2) , (2 , 3) , (2 , 3) , (3 , 2) , (3 , 3) , (3 , 5) , (5 , 2) , (5 , 3) , (5 , 5)\}$

Ji ber ku $n\,(A) = 3 \implies n\,(A \times A) = 3 \times 3 = 9$



2- Têkilî:

Pênc xwendekarên ku komika A = {a, b, c, d, e} nîşan dikin, çûne Gulîstana Xwendinê ya li bajarê Qamişlo, ji bo xwendina hin pirtûkên ku komika B = {zanyarî, çand, dîrok, wêje} nîşan dikin.

Xwendekarê (a) pirtûkeke zanyarî û pirtûkeke çandî xwend.

Xwendekarê (b) pirtûkeke dîrokî xwend.

Xwendekarê (c) pirtûkeke çandî xwend.

Xwendekarê (d) pirtûkeke wêjeyî xwend.

Xwendekarê (e) tu pirtûk nexwend.

- Em hevokên li jor bi awayê cotên rêzkirî ji A heta B binivîsin.

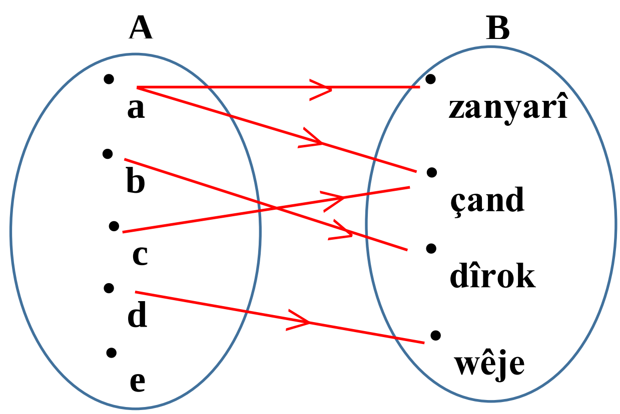
- Em cotên rêzkirî bi şemaya tîrî nîşan bikin:

N = {(a, zanyarî), (a, çand), (b, dîrok), (c, çand), (d, wêje)}

Em dibînin ku peyva "xwend" hin endamên komika A û hinek endamên komika B bi hev ve girê dan.

Bi vî awayî me têkiliyek di navbera her du komikên A û B de nîşan kir.

Em ji komika N re dibêjin xuyakirina têkiliyê û ew binkomikeke hevdana dîkartî ye $A \times B$

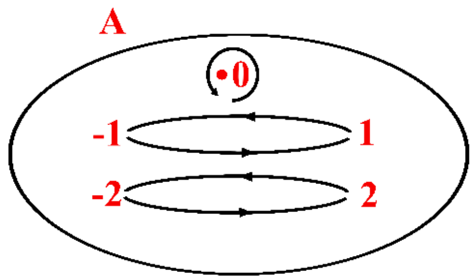


Pênase: Heger $A \neq \emptyset$ û $B \neq \emptyset$ be, wê demê têkiliya ji komika A heta komika B, girêdana di navbera hin an jî hemû endamên komika A bi hin an jî hemû endamên komika B ye.

Dema ku $A = B$ be, têkilî dibe ji A heta A

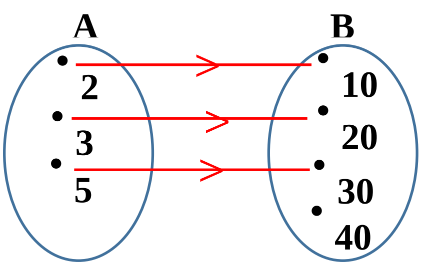
Mînak: Heger A = {− 2, − 1, 0, 1, 2} be û têkilî di navbera A heta A de hebe li gorî ku her endamek bi hevdija xwe re bê girêdan, em xuyakirina têkiliyê binivîsin û bi şemaya tîrî nîşan bikin.

N = {(− 2 , 2) , (− 1 , 1) , (0 , 0) , (1 , − 1) , (2 , −2)}

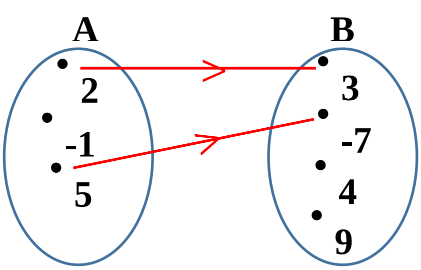


3- Fonkisyon:

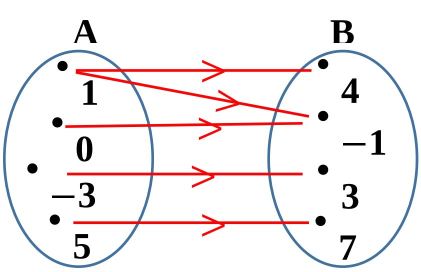
Em li her sê têkiliyên li jêr binêrin.



Her endamek ji A bi endamekî tenê ji B ve tê girêdan.



Endamek (- 1) ji A bi tu endamî ji B nehatiye girêdan.



Endamê (1) ji A bi du endaman ji B hatiye girêdan.

Pênase: Fonkisyon ew têkiliya di navbera du komikan $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$ de ye, li gorî ku her endamek ji **A** bi endamekî tenê ji **B** ve tê girêdan.

Têbînî:

1. **Em fonkisyonê bi sembolên f, g, h … nîşan dikin.**

2. **Em ji A re dibêjin "komika pênaseyê".**

3. **Em ji B re dibêjin "komika nirxan".**

4. **Em ji x re dibêjin" endam".**

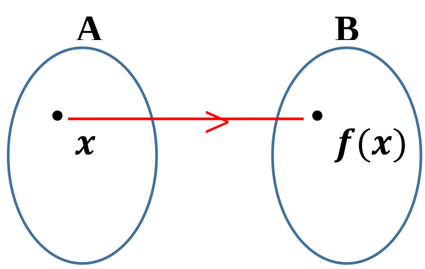
5. **Em ji $f(x)$ re dibêjin wêneya endamê x li gorî fonkisyona f.**

6. **Em ji têkiliya di navbera x û $f(x)$ de "rêgeza girêdanê". dibêjin**

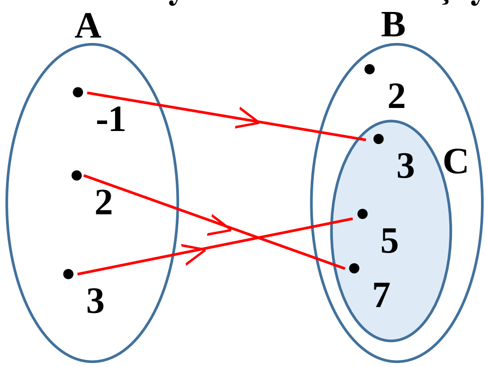
7. **Em ji komika hemû endamên komika pênaseyê re dibêjin "komika nirxan a giştî".**

8. **Fonkisyon bi vî awayî tê nivisîn:**

$$f : A \longrightarrow B : x \longrightarrow f(x)$$



Mînak: Heger A = {−1 , 2 , 3} û B = {2 , 3 , 5 , 7} du komik bin û $f: A \longrightarrow B$ fonkisyonek be weke teşeya li jêr.



Em ji hejmara (−1) re "endam" dibêjin, lê belê em ji hejmara (3) re "wêneya (−1)" li gorî fonkisyona f dibêjin û bi awayê $f(-1) = 3$ tê nivîsîn.

Em ji komika C = {3, 5, 7} re "komika nirxan a giştî" dibêjin.

Fonkisyona hejmarî:

Pênase: Fonkisyona ku komika wê ya pênaseyê û ya nirxan du komikên hejmarî bin, jê re fonkisyona hejmarî tê gotin.

Mînak: Heger $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R} : f(x) = x - 5$ fonkisyoneke hejmarî be.

1. Em wêneyên endamên $f(1)$. $f(-3)$. $f(0)$ bibînin.
2. Em endamê ku wêneya wê 6 be ($f(x) = 6$) bibînin.

Çare:

1. $f(1) = 1 - 5 = -4$ $\qquad f(-3) = -3 - 5 = -8$

$$f(0) = 0 - 5 = -5$$

2. $\begin{cases} f(x) = x - 5 \\ f(x) = 6 \end{cases} \Longrightarrow x - 5 = 6 \Longrightarrow x = 6 + 5 \Longrightarrow x = 11$

Rahênan: Heger $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R} : f(x) = x^2 - 3$

1. Em wêneyên $f(0)$. $f(2)$. $f(\frac{1}{2})$ bibînin.
2. Em endamê ku wêneya wê 1 be ($f(x) = 1$) bibînin.

Fonkisyona ji pileya yekem:

Pênase: Her fonkisyoneke hejmarî ku rêgeza girêdana wê bi awayê $f(x) = ax + b$ be, li gorî ku a, b $\in \mathbb{R}$ û a$\neq$0, fonkisyoneke ji pileya yekem e.

Mînak: Heger $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: f(x) = 2x - 3$ fonkisyonek be.

1. Em $f(1)$. $f(-2)$. $f(0)$ bibînin.
2. Em $f(x) = 2$ bibînin.
3. Em xêzika girafîkî ya fonkisyona f xêz bikin.

Çare:

1) $f(1) = 2(1) - 3 = -1$

$f(-2) = 2(-2) - 3 = -7$

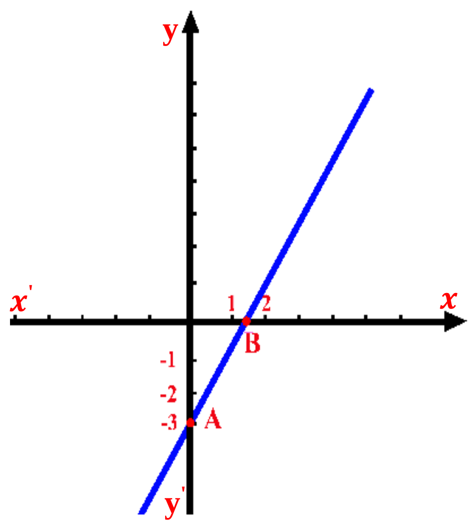
$f(0) = 2(0) - 3 = -3$

2) $\begin{cases} f(x) = 2x - 3 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Rightarrow 2x - 3 = 2 \Rightarrow 2x = 2 + 3$

$\Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

3) Xêzkirin:

x	$f(x) = y$	Xal
0	-3	A$(0, -3)$
$\frac{3}{2}$	0	B$(\frac{3}{2}, 0)$



Rewşên taybet:

Di fonkisyona ji pileya yekem $f(x) = ax + b$ de:

Dema ku a = 0 û b≠ 0 be, fonkisyon dibe bi awayê $f(x) = b$ û rastekeke rastênhevî $x'x$ wê nîşan dike.

Dema ku b = 0 û a≠ 0 be, fonkisyon dibe bi awayê $f(x) = ax$ û rastekeke ku di navendê re diçe wê nîşan dike.

Rahênan: Em xêzika girafîkî ji fonkisyonên li jêr re xêz bikin.

1. $f(x) = 3$
2. $f(x) = -2x$
3. $f(x) = 3x + 6$

Fonkisyona damî:

Pênase: Her fonkisyoneke hejmarî ku rêgeza girêdana wê bi awayê $f(x) = ax^2 + bx + c$ be, li gorî ku a, b, c ∈ ℝ û a≠0 be û bi awayê $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: f(x) = ax^2 + bx + c$ tê nivîsîn, fonkisyoneke damî ye.

Mînak: Heger $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: f(x) = x^2$ fonkisyonek be.

1. Em $f(1)$. $f(0)$. $f(-3)$ bibînin.
2. Em $f(x) = 4$ bibînin.
3. Em xêzika girafîkî ya fonkisyona f di navbera $[-3\,,3]$ xêz bikin.

1) $f(1) = (1)^2 = 1$

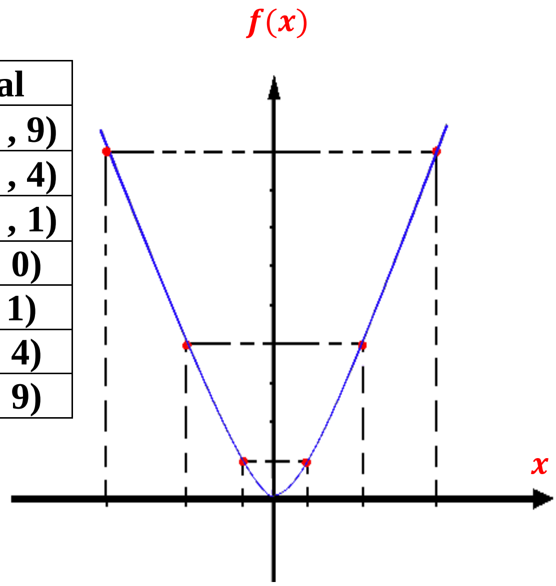
$f(0) = (0)^2 = 0$

$f(-3) = (-3)^2 = 9$

2) $\begin{cases} f(x) = x^2 \\ f(x) = 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \mp 2$

3) **Xêzkirin:**

x	$f(x)$ = y	Xal
-3	9	$(-3\ ,9)$
-2	4	$(-2\ ,4)$
-1	1	$(-1\ ,1)$
0	0	(0 , 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2 , 4)
3	9	(3 , 9)



Têbînî:

1. **Xêzika girafîkî bi navê parabolê tê naskirin.**
2. **Xêzika girafîkî li gorî tewareya $y'y$ sîmetrîk e û hevkêşeya wê tewareya sîmetrîkiyê $x = 0$ ye.**
3. **Cota rêzkirî ya sergoşeya parabolê (0, 0) e û nirxê fonkisyonê yê biçûktirîn e.**

Rahênan: Heger $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: f(x) = -x^2$ fonkisyonek be.

1. **Em $f(1)$. $f(0)$. $f(-2)$ bibînin.**
2. **Em xêzika girafîkî ya fonkisyona f di navbera $[-2\ ,2]$ xêz bikin.**
3. **Hevkêşeya sîmetrîkiyê ya xêzika girafîkî û cota rêzkirî ya sergoşeya parabolê çi ye?**

HÎNDARÎ

1. Em nirxên x û y di rewşên li jêr de bibînin:

   $(x - 2 . y + 1) = (2 . -3)$

   $(6 . y - 3) = (2 - x . -1)$

2. Heger A = {a , b} û B = {−1 , 3} du komik bin, em A × B û piştre B × A bibînin, em çi encamê digirin?

3. Heger C = {2, 3, 0, 9, 4} komikek be û têkilî ji C heta C hebe û li gorî ku her endamek bi dama xwe ve tê girêdan pênasekirî be.

   - Em xuyakirina têkiliyê N binivîsin.

   - Em şemaya tîrî jê re xêz bikin.

4. Heger $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = 3 - x$ fonkisyonek be.

   - Em $f(1)$. $f(0)$. $f(-1)$ bibînin.

   - Em $f(x) = -5$ bibînin.

   - Em xêzika girafîkî ya fonkisyona f xêz bikin.

5. Em fonkisyonên li jêr xêz bikin:

   $f(x) = -3$, $f(x) = 4$, $f(x) = 0$

6. Heger $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = -2x^2$ fonkisyonek be.

   - Em $g(1)$. $g(-1)$. $g(0)$ bibînin.

   - Em xêzika girafîkî ya fonkisyona g di navbera $[-2 , 2]$ xêz bikin.

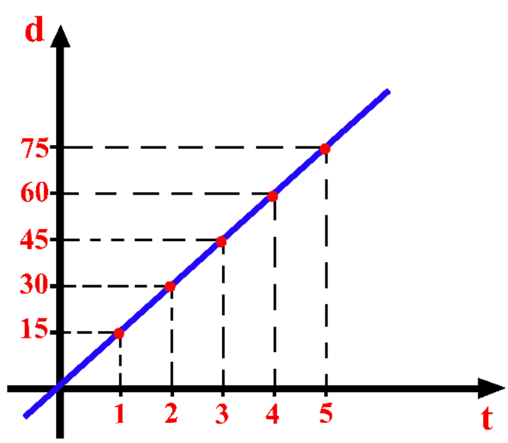
WANEYA DUYEM: BIKARANÎNÊN FONKISYONÊ

1- Guhertina bihevre:

Tirimbêlek bi lezeke neguhêr *v* , leza wê 15 m/s dimeşe, heger dirêjahiya ku meşiyaye *d* metre di demeke *t* çirke de be, em tabloya li jêr bibînin:

t	1	2	3	4
d	15	30	45	60

Em vê tabloyê girafîkî nîşan bikin.



Em encam digirin ku rêjeya $\frac{d}{t}$ her car yeksanî qasiyeke neguhêr e (15)

Ango: $\frac{d}{t} = 15 \Rightarrow d = 15 \times t$

Em di vê rewşê de dibêjin ku dirêjahî *d* bi guhertina demê re *t* tê guhertin (Çiqasî dem zêde bibe, dirêjahî zêde dibe.)

Em ji hejmara (15) re "neguhêra guhertinê" dibêjin.

Pênase: Guhertina bihevre fonkisyona ji pileya yekem e û bi awayê $\frac{y}{x} = k$ tê nivîsîn li gorî ku $k \neq 0$ be.

Ango: $y = kx$: k "neguhêra guhertinê" ye.

Têbînî:

1. Xêzkirina xêzika girafîk ji $y = kx$ re, xêzikeke rastekekê ye ku di navendê re diçe.
2. Em ji k (neguhêra guhertinê) re "xwariya rastekê" dibêjin; ango $k = m$

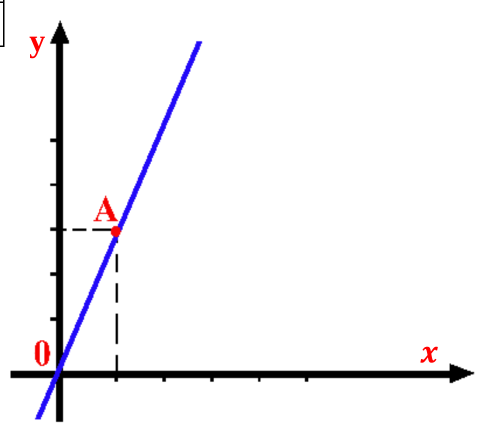
Mînak 1: Giraniya tiştekî bi senga wî re tê guhertin, mîna gogeke hesinî ku senga wê 6 kg be û giraniya wê 60 N be, wê demê têkiliya di navbera seng û giraniyê de bi vî awayî tê nivîsîn: $y = 10x$, 10 hêza kêşana erdê ye.

Mînak 2: Em xêzika rasteka ku guhertina bihevre $y = 3x$ nîşan dike, xêz bikin.

- Em dibînin ku neguhêra guhertinê (xwariya rastekê): m=3

- Xêzkirin:

x	y	Xal
0	0	O(0 , 0)
1	3	A(1 , 3)



Têbînî:

Em dikarin guhertina bihevre bi alîkariya rêjedariyê bi kar bînin:

Heger $(x_1 . y_1)$, $(x_2 . y_2)$ du cotên rêzkirî bin, wê demê:

$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = k$ (neguhêr) rêjedariya bihevre nîşan dike, dema ku $x_1 . x_2 \neq 0$ bin.

Mînak: Em sê hejmarên ku komkirina wan 24 be û rêjedariyeke bihevre bi hejmarên 1, 2, 3 re çêkin, bibînin:

Heger her sê hejmar x, y, z bin, wê demê:

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{1+2+3} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\frac{x}{1} = 4 \Rightarrow x = 1 \times 4 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{y}{2} = 4 \Rightarrow y = 2 \times 4 \Rightarrow y = 8$$

$$\frac{z}{3} = 4 \Rightarrow z = 3 \times 4 \Rightarrow z = 12$$

Hejmar ev in: 4, 8, 12

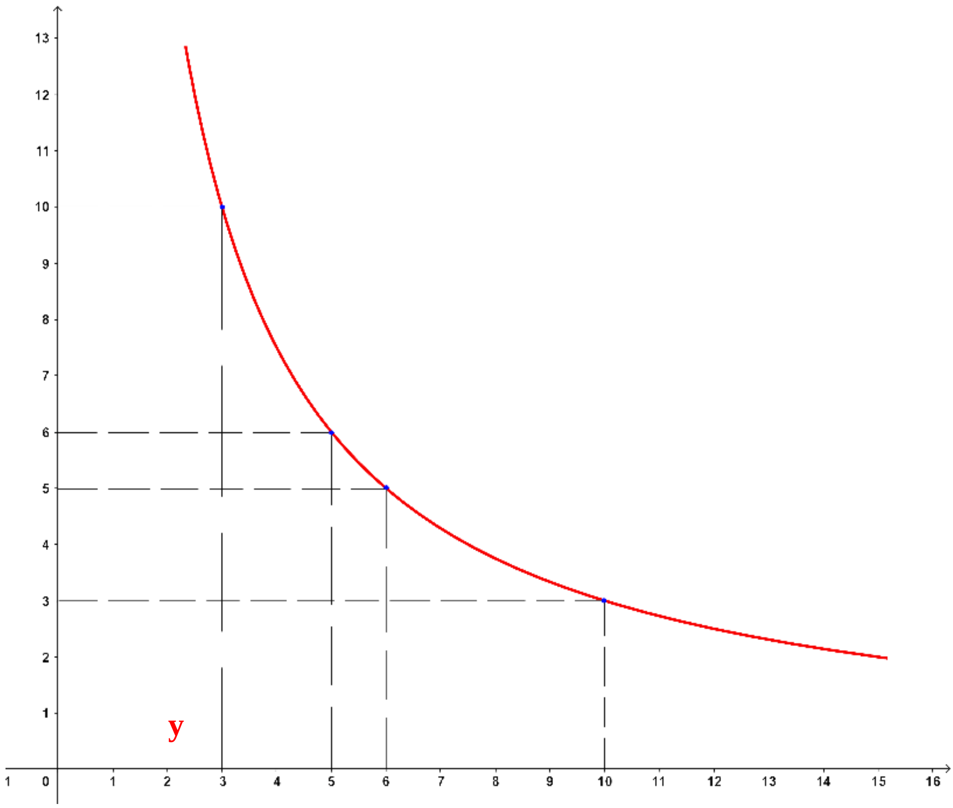
2- Guhertina vajî:

Heger rûbera milkêşekê S be û dirêjahiya durahiyeke wê x be û ya din jî y be, wê demê: S = $x . y$

Dema ku rûbera milkêşê neguhêr be û yeksnî 30 cm^2 be, em dikarin vê tabloyê çêkin:

x	3	5	6	10
y	10	6	5	3

Em vê tabloyê girafîkî nîşan bikin.



Em encam digirin ku $x\,.\,y$ her car yeksanî qasiyeke neguhêr in (30) Ango: $x\,.\,y = 30 \Rightarrow y = \frac{30}{x}$

Em di vê rewşê de dibêjin ku y vajî bi guhertina x re tê guhertin (Çiqasî nirxê x zêde bibe, nirxê y jî kêm dibe.)

Em ji hejmara (30) re "neguhêra guhertinê" dibêjin.

Pênase: Guhertina vajî fonkisyona ji pileya yekem e û bi awayê $y = \frac{k}{x}$ tê nivîsîn li gorî ku k , $x \neq 0$ bin.

Ango: $x.y = k$: k "neguhêra guhertinê" ye.

Têbînî: Xêzkirina xêzika girafîkî ji guhertina vajî re, parçeyek ji hîperbolê ye.

Mînak 1: Giraniya pêwîst ji bo hevsengiya hêlanê bi teşeya rakerê vajî tê guhertin bi dirêjahiya di navbera giranî û xala hevsengiyê, mîna senga Ferhad 51 kg e û dûrî xala hevsengiyê biqasî 2.5 m rûniştî ye.

Gelo divê Serbest ê ku senga wî 75 kg e, li ku derê rûne, ji bo hevsengî çêbe?

Heger durahiya Serbest ji xala hevsengiyê x be, wê demê li gorî hevsengiya hêlanê:

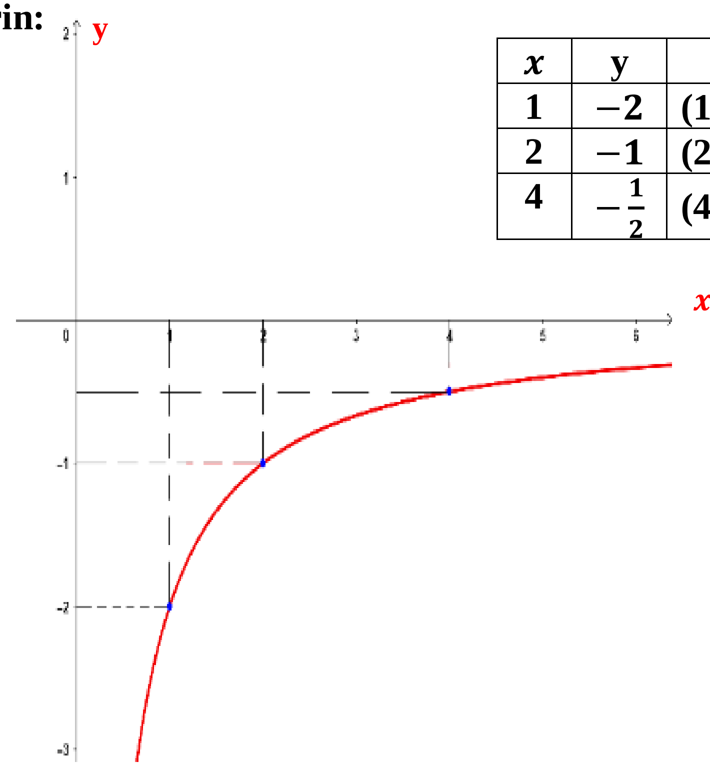
$$x\,.75 = 2.5 \times 51$$

$$x = \frac{2.5 \times 51}{75} \Longrightarrow x = 1.7\,m$$

Mînak 2: Em xêzika rasteka ji $x.y = -2$ re xêz bikin.

- Xêzkirin:

x	y	Xal
1	-2	$(1\,,-2)$
2	-1	$(2\,,-1)$
4	$-\frac{1}{2}$	$(4\,,-\frac{1}{2})$



Têbînî:

Em dikarin guhertina vajî bi alîkariya rêjedariyê bi kar bînin:

Heger $(x_1 \,.\, y_1)$, $(x_2 \,.\, y_2)$ du cotên rêzkirî bin, wê demê:

$$x_1.y_1 = x_2.y_2 \implies \frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1}$$

Mînak 3: **Heger komek ji 4 xwendekaran karibin polên dibistanekê di 6 rojan de boyax bikin, çend roj ji bo boyaxkirina polan pêwîst in, heger kom ji 8 xwendekar be.**

Heger hejmara rojan bi x bê nîşankirin, wê demê:

$$\frac{6}{x} = \frac{8}{4} \implies 4 \times 6 = x \,.\, 8$$

$$\implies 24 = 8x$$

$$\implies x = \frac{24}{8} = 3 \text{ roj}$$

HÎNDARÎ

1. Li gorî tabloya li jêr:

x	2	4	10	12
y	5	10	25	30

- Gelo tablo guhertina bihevre nîşan dike yan jî na û hevkêşeya guhertinê çi ye?

- Em xêzika rasteka ku wê nîşan dike, xêz bikin.

2. Li gorî tabloya li jêr:

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

- Gelo tablo guhertina vajî nîşan dike yan jî na û hevkêşeya guhertinê çi ye?

- Em xêzika rasteka ku wê nîşan dike, xêz bikin.

3. Heger y bi x re tê guhertin û y = 14 , x = 42 bin:

- Em têkiliya di navbera x û y de bibînin.

- Em nirxê y dema ku x = 60 be bibînin.

4. Heger rûbera milkêşekê S be û dirêjahiya dûrahiyeke wê x be û ya din jî y be:

- Em têkiliya di navbera S, x û y de bibînin.

- Heger rûbera milkêşê neguhêr be û yeksnî 40 cm^2 be, em tabloya li jêr berdewam bikin.

x	2	4	5	8	10
y	……	……	……	……	……

- Em $y.x$ di her rewşekê de bibînin, em çi dibînin.

5. **Tirimbêlek bi lezeke neguhêr dimeşe, li gorî ku bi demê re rêjedariyeke rast çêdike.**

Heger tirimbêl 150 km di 6 saetan de bimeşe, çend kilometer dê di 10 saetan de bimeşe.

6. **Heger hejmara saetên pêwîst ji bo qedandina karekî rêjedariyeke vajî bi hejmara karkerên ku vî karî dikin re çêke û heger 7 karkeran ev kar di 6 saetan de bi dawî kirin, çend saet pêwîst in ji bo 3 karker heman karî bi dawî bikin.**

BEŞA HEFTEM: DIBETÎ

BÛYER Û BIKARANÎNÊN LI SER WAN

WANE: BÛYER Û BIKARANÎNÊN LI SER WAN

Ronîkirin:

Piyêr Sîmon Lablas (1749 - 1827)

Li Ferensayê ji dayik bû û ew zanyarê bîrkarî ye û stêrnas e.

Ew yekem kesê ku di têgînên felsefî û bîrkarî de di zanista dibetî û istatistîkî de hizirî.

* **Nimûne:** **Parçeyeke biçûk ji civakeke mezin e, weke civakê ye û wê nîşan dike û bi rêbazekî ketober tê hilbijartin û ji bo hêsankirina kombûna daneyan li ser civaka ku tê xwendin û nêzî rasteqîniyê ye, bi kar tê.**

Biryar di encamên xwendina van tecrûbeyan de, tê standin û piştre em dikarin van encaman li ser tevahiya civakê giştî bikin.

* **Tecrûbeya ketober:** **Tecrûbeya ku em dikarin hemû encamên wê yên pêkan nas bikin, berî ku çêbibe û em nikarin encama ku çêbibe nas bikin, lê belê di pêşerojê de em ê bibînin ku hinek tecrûbe hene li gorî hinek mercan, em dikarin encama wan nas bikin berî ku çêbibe.**

Mînak: **Avêtina diraveke hesinî, avêtina berika nerdê, kişandina gogekê ji sindoqeke ku heman gog di nava xwe bigirie …**

* **Encamên tecrûbeyê (S):** **Komika hemû encamên pêkan ên tecrûbeya ketober û hejmara wan n (S) hejmareke xwezayî ji bilî sifirê ye.**
* **Bûyer:** **Her binkomikeke encamên tecrûbeyê ye û bi sembola A, B … tê nîşankirin û hejmara endamên wê n(A) yan jî n(B) hejmareke xwezayî ye.**

Dibetiya çêbûna bûyera A:

$$\mathbf{P(A)} = \frac{\boldsymbol{n(A)}}{\boldsymbol{n(S)}} = \frac{\boldsymbol{Hejmara\ endamên\ bûyerê}}{\boldsymbol{Hejmara\ endamên\ tecrûbeya\ ketober}}$$

Mînak: **Di sindoqekê de 10 pelên jimarkirî ji 1 heta 10 hene, bê dubarekirina jimaran.**

Piştî tevlîhev bûn, heger em pelekê ketober bikişînin, em dibetiya bûyerên li jêr bibînin.

1. Pela kişandî bi hejmareke cot e.

2. Pela kişandî bi hejmareke kit e.

3. Pela kişandî bi hejmareke qatê hejmara (5) e.

4. Pela kişandî bi hejmareke qatê hejmara (2) yan jî (3) ye.

5. Pela kişandî bi hejmareke qatê hejmarên (3) û (4) bi hev re ye.

6. Pela kişandî bi hejmareke xwezayî ya ji 11 kêmtir e.

Çare:

Encamên tecrûbeyê: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Hejmara endamên encamên tecrûbeyê: n (S) = 10

1. A bûyera pela kişandî bi hejmareke cot e.

A = {2 , 4 , 6 , 8 , 10} $\Longrightarrow$ n(A) = 5

P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

2. B bûyera pela kişandî bi hejmareke kit e.

B = {1 , 3 , 5 , 7 , 9} $\Longrightarrow$ n(B) = 5

P(B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

3. C bûyera pela kişandî bi hejmareke qatê hejmara (5) e.

C = {5 , 10} $\Longrightarrow$ n(C) = 2

P(C) = $\frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

4. E bûyera pela kişandî bi hejmareke qatê hejmara (2) yan jî (3) ye.

E = {2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 9 , 10} $\Longrightarrow$ n(E) = 7

P(E) = $\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{7}{10}$

5. D bûyera pela kişandî bi hejmareke qatê hejmarên (3) û (4) bi hev re ye.

D = $\emptyset$ $\Longrightarrow$ n(D) = 0

P(D) = 0 bûyereke nepêkan e

6. F bûyera pela kişandî hejmareke xwezayî ya ji 11 kêmtir e.

F = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10} $\Longrightarrow$ n(F) = 10

P(F) = $\frac{n(F)}{n(S)} = \frac{10}{10} = 1$ bûyera tekez e.

Cureyên bûyerê:

1. Bûyera nepêkan (∅): Bûyera ku qet çênabe û dibetiya çêbûna wê **sifir** e, ango P (∅) = 0

2. Bûyera tekez (S): Bûyera ku hemû encamên pêkan ên tecrûbeyê di nava xwe de digire û dibetiya çêbûna wê **yek** e, ango P (S) = 1

3. Bûyera pêkan: Bûyera ku hinek encamên tecrûbeyê di nava xwe de digire û dibetiya çêbûna wê kerteke ji (0) mezintir û ji (1) biçûktir e.

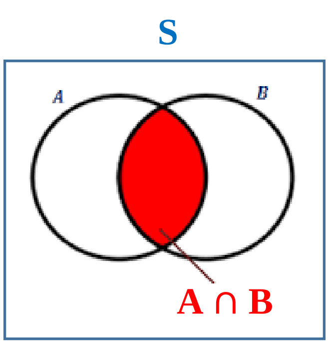
Têbînî

- $n(A) \leq n(S)$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- Çêbûna bûyerekê tê wateya encama tecrûbeyê endameke komika ku bûyerê nîşan dike.

Bikaranînên li ser bûyeran:

Ji ber ku bûyer binkomikên encamên tecrûbeyê (S) ne, bikaranînên li ser wan heman bikaranînên li ser komikan in weke qetandin û yekgirtinê, bi mercê ku encamên tecrûbeyê komika giştî be, wê demê em dikarin bûyeran û bikaranînên li ser wan bi şemaya vên nîşan bikin.

1. **Qetandin (∩):** Heger A , B du bûyerên endamên S bin, wê demê qetandina bûyerên A û B tê wateya çêbûna bûyerên A û B bi hev re û bi sembola $A \cap B$ tê nîşankirin.



Mînak: Di sindoqekê de 8 pelên jimarkirî ji 1 heta 8 hene, bê dubarekirina jimaran.

Piştî ku tevlîhev bibin, heger em pelekê ketober bikişînin:

1. **Em encamên tecrûbeyê binivîsin.**
2. **Em dibetiya bûyerên li jêr bibînin.**

- Kişandina peleke bi hejmarekê be ku qatê hejmara (2) ye.

- Kişandina pelekê ku bi hejmareke tekane be.

- Kişandina peleke bi hejmarekê be ku qatê (2) û tekane bi hev re be.

Çare:

1) S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8} $\Longrightarrow$ n (S) = 8

2) A bûyera kişandina peleke bi hejmarekê be ku qatê hejmara (2) ye: A = {2 , 4 , 6 , 8} $\Longrightarrow$ n (A) = 4

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

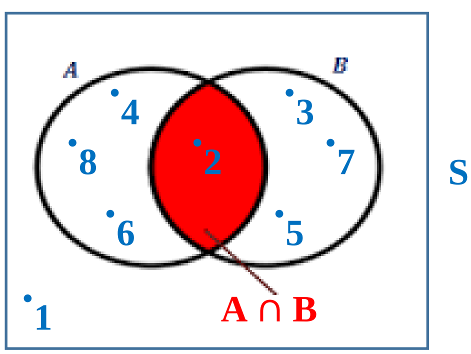
B bûyera kişandina pelekê ku bi hejmareke tekane be:

B = {2 , 3 , 5 , 7} $\Longrightarrow$ n(B) = 4

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

C bûyera kişandina peleke bi hejmarekê ku qatê (2) û tekane bi hev re be: A ∩ B = {2} $\Longrightarrow$ n(A ∩ B) = 1

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$



Bûyerên hevtunekirinî:

Pênase: Em ji du bûyeran **A** û **B** re dibêjin hevtunekirî ne, heger qetandina wan komikeke vala be, ango: $A \cap B = \emptyset$

$$P(A \cap B) = \frac{Hejmara\ endam\hat{e}n\ \emptyset}{Hejmara\ endam\hat{e}n\ S} = \frac{0}{Hejmara\ endam\hat{e}n\ S} = 0$$

Têbînî:

1. Bûyerên hevtunkirinî bi hev re çênabin.

2. Em ji gelek bûyeran re dibêjin hevtunekirî ne, heger her du bûyer hevtunekirî bin.

Mînak: Berika nerdê carake tenê hat avêtin û me li hejmara li ser ruyê wê yê li jor nêrî.

1. Em encamên tecrûbeyê binivîsin.

2. Em dibetiya bûyerên li jêr bibînin:

- **A** bûyera derketina hejmareke cot e.

- **B** bûyera derketina hejmareke kit a ji 5'an biçûktir e.

- **C** bûyera derketina hejmareke cot û kit a ji 5'an biçûktir bi hev re.

Çare:

1) **$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Longrightarrow n(S) = 6$**

2) **A bûyera derketina hejmareke cot e:**

$A = \{2, 4, 6\} \Longrightarrow n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

B bûyera derketina hejmareke kit a ji 5 biçûktir e:

$B = \{1, 3\} \Longrightarrow n(B) = 2$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

C bûyera derketina hejmareke cot û kit a ji 5 biçûktir bi hev re:

$C = A \cap B$

$C = A \cap B = \emptyset \Longrightarrow n(C) = n(A \cap B) = 0$

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{0}{6} = 0$$

Em ji her du bûyerên A û B re dibêjin, bûyerên hevtunekirî ne.

2. Yekgirtin ($\cup$): Heger A , B du bûyerên endamên S bin, wê demê yekgirtina bûyerên A û B tê wateya çêbûna bûyera A yan jî çêbûna bûyera B û bi sembola $A \cup B$ tê nîşankirin.

Mînak: Di sindoqekê de 9 pelên jimarkirî ji 1'ê heta 9'an hene, bê dubarekirina jimaran.

Piştî tev li hev bibin, heger em pelekê ketober bikişînin:

1. Em encamên tecrûbeyê binivîsin.

2. Em dibetiya bûyerên li jêr bibînin:

- Kişandina pelekê ku bi hejmareke cot be.

- Kişandina peleke bi hejmarekê be ku belavî (3) bibe.

- Kişandina pelekê ku bi hejmareke tekane be û ji (5) mezintir be.

- Kişandina pelekê ku bi hejmareke cot be an jî bi hejmarekê be ku belavî (3) bibe.

- Kişandina pelekê ku bi hejmareke cot be an jî hejmareke tekane be û ji (5) mezintir be.

Çare:

1) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Longrightarrow n(S) = 9$

2) A bûyera kişandina pelekê ku bi hejmareke cot be:

$A = \{2, 4, 6, 8\} \Longrightarrow n(A) = 4$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{9}$

B bûyera kişandina peleke bi hejmarekê be ku belavî (3) bibe:

B = {3 , 6 , 9} $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{n}$ **(B) = 3**

P (B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

C bûyera kişandina pelekê ku bi hejmareke tekane be û ji (5) mezintir be: C = {7} $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{n}$ **(C) = 1**

P (C) = $\frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{9}$

D bûyera kişandina pelekê ku bi hejmareke cot be an jî bi hejmarekê be ku belavî (3) bibe: D = A ∪ B

D = A ∪ B = {2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 9} $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{n}$ **(D) =** $\boldsymbol{n}$ **(A ∪ B) = 6**

P(D) = P (A ∪ B) = $\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

E bûyera kişandina pelekê ku bi hejmareke cot an jî bi hejmareke tekane be û ji (5) mezintir be: E = A ∪ C

E = A ∪ C = {2 , 4 , 6 , 7 , 8} $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{n}$ **(E) =** $\boldsymbol{n}$ **(A ∪ C) = 5**

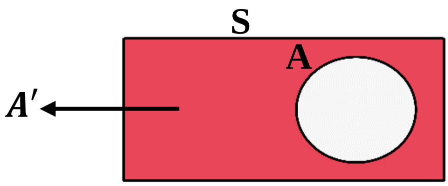
P (E) = P (A ∪ C) = $\frac{n(A \cup C)}{n(S)} = \frac{5}{9}$

3. Bûyera temamker:

Em şemaya vên a li jêr bibînin:

Heger S komikeke giştî be û $A \subset S$ be, wê demê temamakera komika A dibe komika A'

Em encam digirin ku $A \cap A' = \emptyset$ û $A \cup A' = S$



Bûyera temamker:

Heger A bûyerek be û $A \subset S$ be, wê demê A' bûyera temamker ji bûyera A re ye, li gorî ku: $A \cap A' = \emptyset$ û $A \cup A' = S$

$$P(A) + P(A') = 1 \Longrightarrow P(A') = 1 - P(A)$$

Ango: Bûyer û bûyera wê ya temamker du bûyerên hevtunekirî ne.

Mînak 1: Berika nerdê carake tenê hat avêtin û me li hejmara li ser rûyê wê yê li jor nêrî.

1. **Em encamên tecrûbeyê binivîsin.**
2. **Em dibetiya bûyerên li jêr bibînin:**

- A bûyera derketina hejmareke cot e.

- B bûyera derketina hejmareke kit e.

- Gelo her du bûyer hevtemamker in an na, çima?

Çare:

1) **S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6} $\Longrightarrow$ n (S) = 6**
2) **A bûyera derketina hejmareke cot e:**

A = {2 , 4 , 6} $\Longrightarrow$ n (A) = 3

P (A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

B bûyera derketina hejmareke kit e:

B = {1 , 3 , 5} $\Longrightarrow$ n (B) = 3

P (B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Em dibînin ku: A ∩ B = ∅ û A ∪ B = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6} = S

Ango: Her du bûyerên A û B hevtemamker in.

Mînak 2: Heger di refekê de 20 xwendekar hebin, 15 ji wan hezkerê werzişa goga pêyan bin. Heger em xwendekarekî ketober ji vê refê hilbijêrin:

- Em dibetiya ku xwendekar ji hezkerên werzişa goga pêyan be, bibînin.

- Em dibetiya ku xwendekar ne ji hezkerên werzişa goga pêyan be, bibînin.

Çare:

S = {1 , 2 , 3 … , 20} $\Rightarrow$ n (S) = 20

A bûyera xwendekarê ji hezkerên werzişa goga pêyan e:

A = {1 , 2 , 3 … , 15} $\Rightarrow$ n (A) = 15

P (A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Bûyera A' xwendekarê ku ne ji hezkerên werzişa goga pêyan e:

Bûyera A' temamkera bûyera A ye.

P (A') = 1 – P (A)

$= 1 - \frac{3}{4}$

$= \frac{4}{4} - \frac{3}{4}$

$= \frac{1}{4}$

Rêbazeke din ji bo dîtina P (A'):

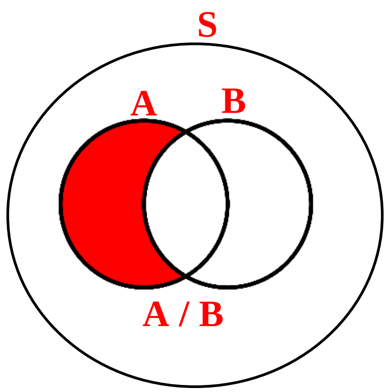
n (A') = 20 – 15 = 5

P (A') = $\frac{n(A')}{n(S)} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

4. Cudahiya du bûyeran:

Em şemaya vên a li jêr bibînin:

Heger S komikeke giştî be û A, B ∈ S bin, wê demê A\ B tê wateya komika endamên A û ne endamên B



Cudahiya du bûyeran:

Heger A, B ∈ S bin, wê demê A \ B bûyera çêbûna A ye û neçêbûna B ye, ango bûyera çêbûna A tenê ye.

Em dibînin ku: (A \ B) ∪ (A ∩ B) = A

Mînak 1: Berika nerdê carake tenê hat avêtin û me li hejmara li ser rûyê wê yê jor nêrî.

A bûyera derketina hejmareke tekane ye.

B bûyera derketina hejmareke ji (5) biçûktir e.

Em dibetiya çêbûna bûyera A tenê û piştre dibetiya çêbûna bûyera B tenê bibînin.

Çare:

S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6} $\Longrightarrow$ n (S) = 6

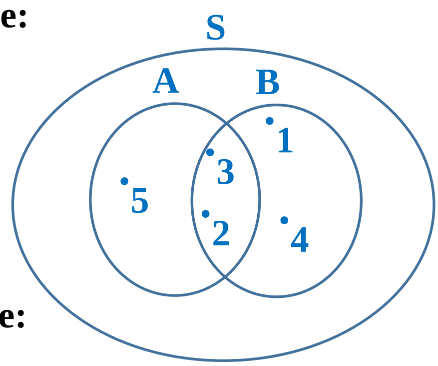
A bûyera derketina hejmareke tekane ye:

A = {2 , 3 , 5} $\Longrightarrow$ n(A) = 3

B bûyera derketina hejmareke ji (5) biçûktir e:

B = {1 , 2 , 3 , 4} $\Longrightarrow$ n(B) = 4

A \ B bûyera çêbûna A tenê ye:



A \ B = {5} $\Longrightarrow$ n(A \ B) = 1

P(A \ B) = $\frac{n(A \setminus B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$

B \ A bûyera çêbûna B tenê ye:

B \ A = {1 , 4} $\Longrightarrow$ n(B \ A) = 2

P(B \ A) = $\frac{n(B \setminus A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

HÎNDARÎ

1. **Di sindoqekê de 9 pelên jimarkirî ji 1'ê heta 9'an hene, bê dubarekirina jimaran.**

Piştî tev li hev bibin, heger em pelekê ketober bikişînin:

Em dibetiya bûyerên li jêr bibînin:

- Kişandina peleke bi hejmarekê be ku belavî (5) bibe.

- Kişandina peleke bi hejmarekê be ku belavî (3) bibe.

- Kişandina pelekê ku bi hejmareke kit be.

- Kişandina peleke bi hejmareke xwezayî be ku ji 10 biçûktir e.

- Kişandina pelekê ku bi hejmara (15) be.

2. **Berika nerdê carake tenê hat avêtin û me li hejmara li ser rûyê wê yê jor nêrî.**
    1. **Em encamên tecrûbeyê binivîsin.**
    2. **Em dibetiya bûyerên li jêr bibînin:**

- A bûyera derketina hejmareke tekane ye.

- B bûyera derketina hejmareke cot e.

- Gelo her du bûyer hevtemamker in an na, çima?

3. **Heger em diraveke hesinî careke tenê biavêjin û li hejmara li ser rûyê wê yê jor binêrin.**

- Em dibetiya derketina nivîsê bibînin.

- Em dibetiya nederketina nivîsê bibînin.

BELAVKIRINA WANEYAN LI SER SALA XWENDINÊ

Heftî / Heyv	Heftiya Yekem	Heftiya Duyem	Heftiya Sêyem	Heftiya Çarem
Rezber			**Dahûrandin bi Rêya Faktora Hevbeş**	**Dahûrandin bi Rêya Parvekirina li Girûpan**
Cotmeh	**Dahûrandin bi Rêya Wekheviyên Damî**	**Dahûrandina Sêpêkhateyan $x^2 + bx + c$**	**Çareya Hevkêşeyên ji Pileya Yekem**	**Çareya Hevkêşeyên ji Pileya Yekem**
Mijdar	**Xwariya Xêzika Rastekê**	**Çareya Komika Hevkêşeyên ji Pileya Yekem Cebirî û Girafîkî**	**Hevkêşeya ji Pileya Duyem û bi Nenasekî**	**Hevkêşeya ji Pileya Duyem û bi Nenasekî**
Berfanbar	**Teoriya Talis**	**Teoriya Talis**	**Wekhevî**	**Teoriya Euclid**
Rêbendan	Lêveger	Lêveger	Bêhinvedan	Bêhinvedan
Reşemeh	**Rêjeyên Sêgoşeyî ji Goşeyeke Teng re**	**Pênase û Têgînên Bingehîn di Bazin de**	**Xêzkirinên Geometrî**	**Goşeya Navendî û Pîvana Kevanan**
Avdar	**Goşeya Derdorî**	**Çargoşeya Bazinî**	**Çargoşeya Bazinî**	**Fonkisyon û cureyên wê**
Cotan	**Fonkisyon û cureyên wê**	**Bikaranînên Fonkisyonê**	**Bûyer û Bikaranînên li Ser Wan**	**Bûyer û Bikaranînên li Ser Wan**
Gulan	Lêveger	Lêveger		