BÎRKARÎ

AMADEYÎ 1

2019/2020

AMADEKAR

Ev pirtûk ji aliyê Komîteya Bîrkariyê ve hatiye amadekirin.

LÊVEGER

- Komîteya Şopandinê

- Komîteya Fotoşopê

- Komîteya Redekteyê

Ev pirtûk ji aliyê Saziya Minhacan ve, wek pirtûka wanedayînê, ji bo dibistanan hatiye pejirandin.

NAVEROK

BEŞA YEKEM: FONKISYON

1. ÇAREYA HEVKÊŞEYÊN JI PILEYA DUYEM
2. FONKISYONA HEJMARÎ
3. HÊMAYA FONKISYONÊ Û NEWEKHEVÎ

WANEYA YEKEM: ÇAREYA HEVKÊŞEYÊN JI PILEYA DUYEM

Lêveger:

1. Hevkêşeya $ax + b = 0 : a \neq 0$ bi navê hevkêşeya ji pileya yekem û bi nenasekî tê naskirin.

Mînak: $2x - 3 = 0$ hevkêşeya ji pileya yekem û bi nenasekî ye , bi vî awayî çare dibe:

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

2. Hevkêşeya $ax^2 + bx + c = 0 : a \neq 0$ bi navê hevkêşeya ji pileya duyem û bi nenasekî tê naskirin.

Mînak: $x^2 + 4x - 5 = 0$ hevkêşeya ji pileya duyem û bi nenasekî ye , bi bêtirî rêbazekê çare dibe:

1. Rêbaza dahurandina rasterast:

$$(x + 5)(x - 1) = 0$$

Yan: $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

Yan jî: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

2. Rêbaza dêlta (Δ):

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (4)^2 - 4(1)(-5) = 16 + 20 = 36 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 6$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Çareya hevkêşeya ji pileya duyem girafîkî:

Mînak: Em hevkêşeya $x^2 + x - 6 = 0$ girafîkî çare bikin:

Ji bo çareya vê hevkêşeyê:

- Em teşeya girafîkî ji fonkisyona $f(x) = x^2 + x - 6$ re di navbera $[-3 , 3]$ de xêz bikin.

- Em komika xalên hevqetînên xêzika girafîkî bi tewareya $x'x$ re nîşan bikin, wê demê dibe çareyên hevkêşeya hatî xwestin.

Xalên xêzkirinê:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	-4	-6	-6	-4	0	6

Ji xêzkirinê em bêhinokên xalên hevqetînên bi tewareya $x'x$ re dibînin: $x = -3$, $x = 2$

Em dibînin ku çareyên hevkêşeya $x^2 + x - 6 = 0$ ev in:

$\{-3 , 2\}$

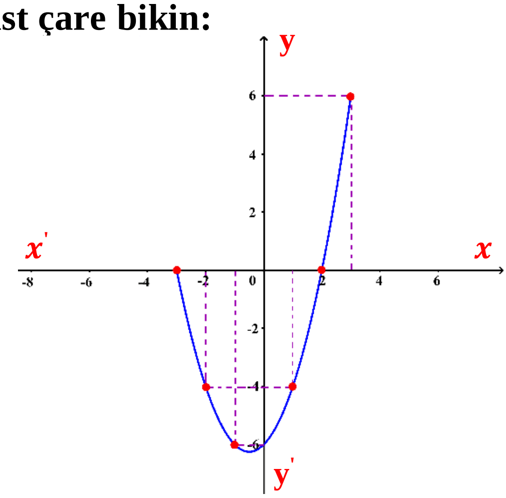
Ji bo saxkolîna çareya girafîkî, em dikarin vê hevkêşeyê bi rêbaza dahurandina rasterast çare bikin:

$(x + 3)(x - 2) = 0$

Yan: $x + 3 = 0 \Longrightarrow x = -3$

Yan jî: $x - 2 = 0 \Longrightarrow x = 2$

Komika çareyan: $\{-3 , 2\}$



Encam

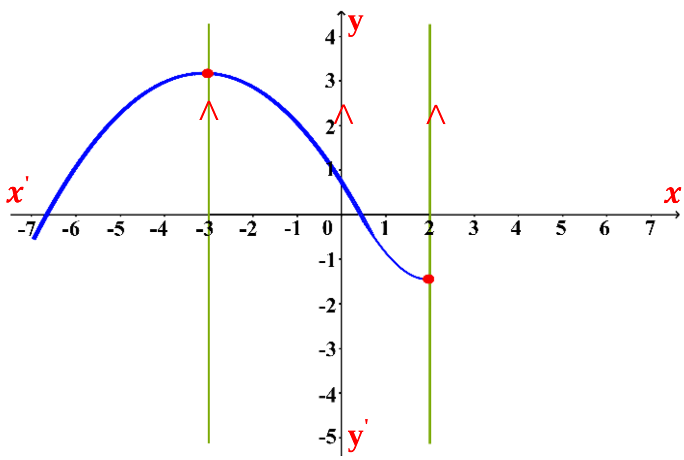
Di nîşankirina girafîkî de, ji fonkisyonê re:

1. Rasteka rastênhevî $y'y$, xêzika pêldaî di xaleke tenê de qut dike û vajî jî rast e.

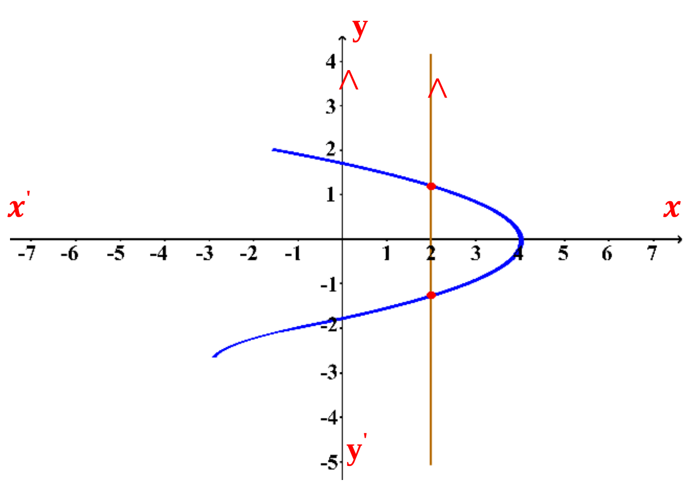
2. Em dikarin komika pênaseyê nas bikin.

3. Em dikarin komika nirxan a giştî nas bikin.

Teşeya li jêr fonkisyon e, ji ber ku rasteka rastênhevî $y'y$, xêzika pêldayî di xaleke tenê de, qut dike:



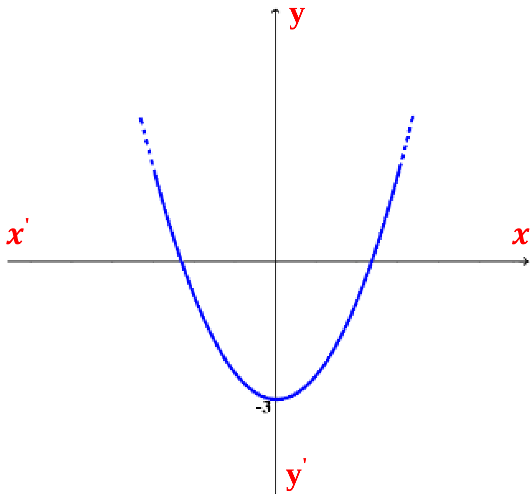
Teşeya li jêr ne fonkisyon e, ji ber ku rasteka rastênhevî $y'y$, xêzika pêldayî di du xalan de an jî bêtir qut dike:



Mînak 1: Ji teşeya li jêr, em dibînin ku:

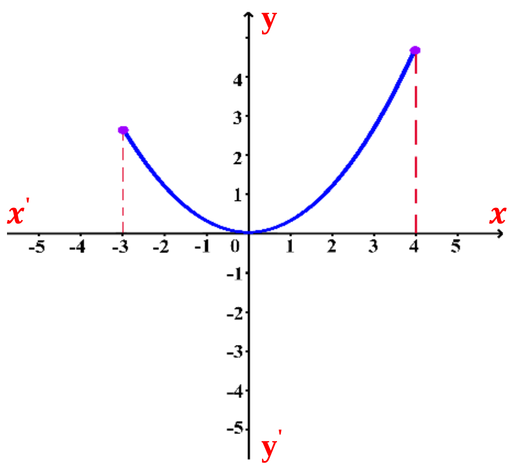
Komika pênaseyê: $D = \mathbb{R}$

Komika nirxan a giştî: $[-3 , +\infty[$



Mînak 2: Ji teşeya li jêr, em dibînin ku:

Komika pênaseyê: $D = [-3 , 4]$



Têbînî

Ji pêkanînên çareya hevkêşeyeke ji pileya duyem: Tevgera hêlanan , tevgera mûşekan

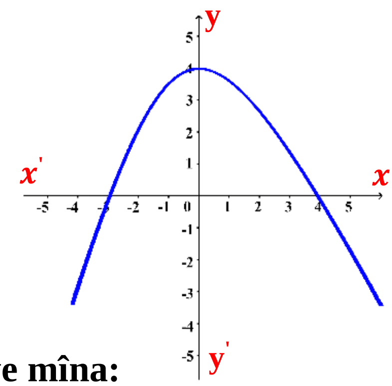
Rahênan:

1. Em hevkêşeya $x^2 - 4=0$ girafîkî çare bikin û piştre saxkolîna careyê cebirî çêkin.

2. Di teşeya li jêr de:

- Fonkisyonê nîşan dike? Çima?

- Em komika pênaseyê û komika nirxan a giştî nîşan bikin.



Hejmarên komplêks:

Me berê komikên hejmaran dîtiye mîna:

Komika hejmarên xwezayî: $\mathbb{N}$

Komika hejmarên tam: $\mathbb{Z}$

Komika hejmarên rêjeyî: $\mathbb{Q}$

Komika hejmarên nerêjeyî: $\mathbb{Q}'$

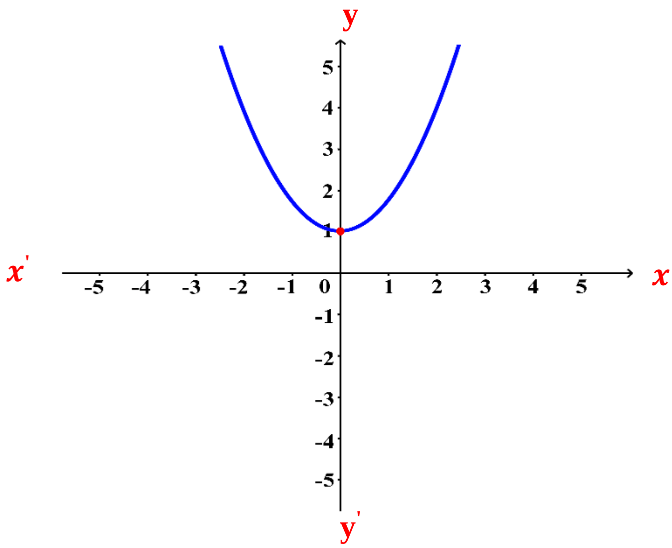
Komika hejmarên rast: $\mathbb{R}$

Û me dîtiye ku her komikeke hejmaran a nû, ji bo firehkirina komika berî xwe çêdibe û ji bo çareya hinek hevkêşeyên nû yên ku di komikên bûrî de, nayên çarekirin.

Heger em li hevkêşeya $x^2 = -1$ binêrin, em dibînin ku di $\mathbb{R}$ de, nayê çarekirin ji ber ku hejmareke rast ku dama wê yeksanî (-1) be û rastiya hevkêşeyê nîşan bike, tune ye.

Ji ber vê yekê pêdiviya me bi komikeke nû ya hejmaran heye û bi navê komika hejmarên komplêks tê naskirin.

Em di teşeya li jêr de, girafîka fonkisyona $f(x) = x^2 + 1$ bibînin:



Em dibînin ku xêzika girafîkî tewareya $x'x$ nabire, bi vî awayî hevkêşeya $x^2 + 1$ di $\mathbb{R}$ de çare nabe.

Ji ber vê yekê pêdivî bi komikeke hejmaran a nû ji bo çareya van cureyên hevkêşeyan, hebû.

Hejmara nîgaşbûyî:

Hejmara ku dama wê yeksanî (- 1) û bi sembola i tê nîşankirin, ango: $i^2 = -1$

Heger $a \in \mathbb{R}^+$ be, $\sqrt{-a} = \sqrt{-1 \times a} = \sqrt{i^2 \times a} = i\sqrt{a}$

Em ji hejmarên bi awayê $2i, -5i, \sqrt{3}\, i$ re, dibêjin hejmarên nîgaşbûyî.

Mînak: **Em hejmarên nîgaşbûyî yên li jêr bibînin:**

- $\sqrt{-3} = \sqrt{-1 \times 3} = \sqrt{i^2 \times 3} = \sqrt{3}\, i$
- $\sqrt{-5} = \sqrt{5}\, i$

Hêzên hejmara (i) yên tam:

Hejmara (i) rêgezên hêzên bi me re derbasbûyî, pêk tîne.

Ango: $i^1 = i$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \times i = -1 \times i = -i$$

$$i^4 = i^2 \times i^2 = -1 \times -1 = 1$$

$$i^5 = i^4 \times i = 1 \times i = i$$

Hejmara komplêks:

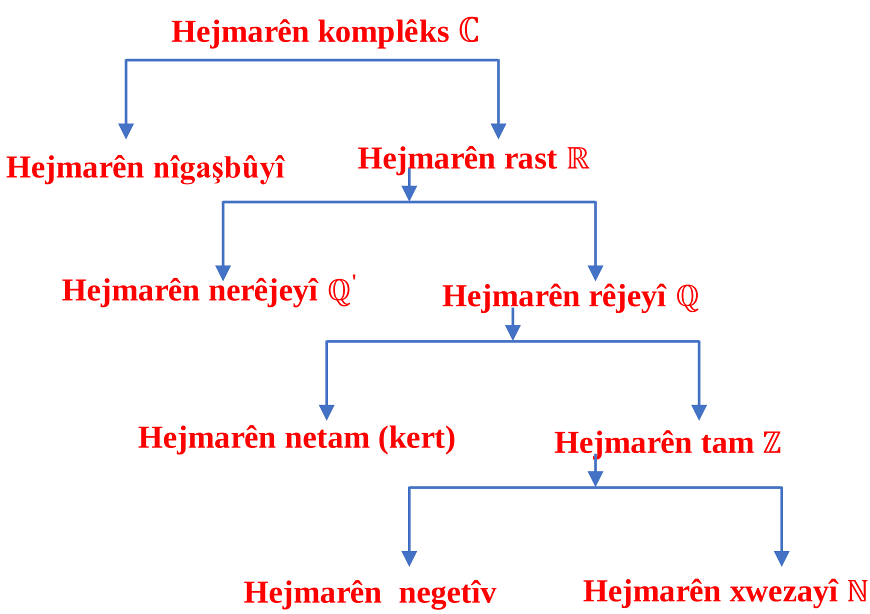
Her hejmara ku bi awayê $a + ib$ li gorî ku $a , b \in \mathbb{R}$ tê nivsîn û bi w tê nîşankirin. $\Longrightarrow \omega = a + ib$

Em ji a re dibêjin :Beşa rasteqînî.

Em ji ib re dibêjin :Beşa nîgaşbûyî.

Komika hejmarên komplêks bi sembola $\mathbb{C}$ tê nîşankirin.

Em dikarin şemaya li jêr çêkin:



Têbînî

Awayê her hejmareke komplêks $\omega = a + ib$ ye.

Heger $b = 0$ be $\Longrightarrow \omega = a$ dibe hejmara tam rasteqînî.

Heger $a = 0,\ b \neq 0$ be $\Longrightarrow \omega = ib$ dibe hejmara tam nîgaşbûyî.

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr çare bikin:**

$$9x^2 + 4 = 0$$

$$9x^2 = -4$$

$$x^2 = \frac{-4}{9}$$

$$x = \mp\sqrt{-\frac{4}{9}}$$

$$x = \mp\sqrt{-1 \times \frac{4}{9}}$$

$$x = \mp\sqrt{i^2 \times \frac{4}{9}}$$

$$x = \mp\frac{2}{3}\,i$$

Rahênan: **Em hevkêşeyên li jêr çare bikin:**

$$3x^2 + 27 = 0$$

$$x^2 + 25 = 0$$

$$4x^2 + 100 = 75$$

Yeksanîbûna du hejmarên komplêks:

Du hejmarên komplêks yeksan dibin, heger her du parçeyên rasteqînî û her du parçeyên nîgaşbûyî yeksan bin.

Heger $a + ib = x + iy$ be, tê wateya ku $a = x$ û $b = y$ û vajî jî rast e.

Mînak: Em nirxên x û y ên ku hevkêşeya li jêr pêk tînin bibînin:

$$2x - y + (x - 2y)i = 5 + i \quad : \quad x, y \in \mathbb{R}$$

Ji ber ku her du hejmar yeksan in $\Longrightarrow$

$2x - y = 5$ **............ (1)**

$x - 2y = 1$ **............ (2)**

Bi çareya hevbeş: Em ji (1) dibînin ku: $y = 2x - 5$

Em di hevkêşeya (2) de, bi cih bikin:

$$x - 2(2x - 5) = 1$$

$$x - 4x + 10 = 1$$

$$-3x = 1 - 10 \Longrightarrow -3x = -9 \Longrightarrow x = 3$$

$$\Longrightarrow y = 2(3) - 5 = 1 \Longrightarrow y = 1$$

Rahênan: Em nirxên x û y ên ku hevkêşeyên li jêr pêk tînin bibînin:

$$(2x + 1) + 4yi = 5 - 12i$$

$$2x - 3 + (3y + 1)i = 7 + 10i$$

Bikaranînên li ser hejmarên komplêks:

Em dikarin taybetiyên hevguherî, yekgirtî û belavkirinê, dema komkirin an jî hevdana hejmarên komplêks, bi kar bînin.

Mînak: **Em bi awayê herî sade, encamên bikaranînên li jêr bibînin:**

- $(7-4i)+(2+i)$

$$= (7+2)+(-4+1)i = 9-3i$$

- $(2+3i)(3-4i)$

$$= 2(3-4i)+3i(3-4i)$$

$$= 6-8i+9i-12\,i^2 \qquad \text{lê belê } i^2 = -1$$

$$= 6-8i+9i+12 = 18+i$$

Rahênan: **Em bi awayê herî sade, encamên bikaranînên li jêr bibînin:**

$(12-5i)-(7-9i)$

$(4-3i)(4+3i)$

Hejmarên komplêks ên hevjimar:

Em ji $\omega = a+bi$ û $\overline{\omega} = a-bi$ re dibêjin hejmarên hevjimar, heger parçeyên wan ên rasteqînî yeksan bin û parçeyên nîgaşbûyî di hêmayê tenê de cuda bin.

Mînak 1: $4+2i$ **û** $4-2i$ **du hejmarên hevjimar in.**

- $(4+2i)(4-2i) = (4)^2 - (2i)^2$

  $= 16 - 4\,i^2$ **lê belê:** $i^2 = -1$

  $= 16 + 4 = 20$

- $(4+2i)+(4-2i) = 8$

Mînak 2: **Em nirxên** x **û y ên ku hevkêşeya li jêr pêk tînin bibînin:**

$$\frac{(2+i)(2-i)}{3+4i} = x+yi$$

$$\frac{4-i^2}{3+4i} = x+yi$$ **lê belê:** $i^2 = -1$

$$\frac{4+1}{3+4i} = x+yi$$ **Em par û paranê hevdanî, hevjimara paranê bikin.**

$$\frac{5\times(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = x+yi$$

$$\frac{15-20i}{9+16} = x+yi$$

$$\frac{15-20i}{25} = x+yi$$

$$\frac{15}{25} - \frac{20i}{25} = x+yi$$

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i = x+yi \quad \Rightarrow x = \frac{3}{5} \Rightarrow y = -\frac{4}{5}$$

Rahênan: **Em bi awayê herî sade, encamên bikaranînên li jêr bibînin:**

1) $\frac{4-6i}{2i}$, $\frac{26}{3-2i}$, $\frac{3-i}{2-i}$

2) $(1-i)^2$

Naskirina cureyên her du kokên hevkêşeya ji pileya duyem:

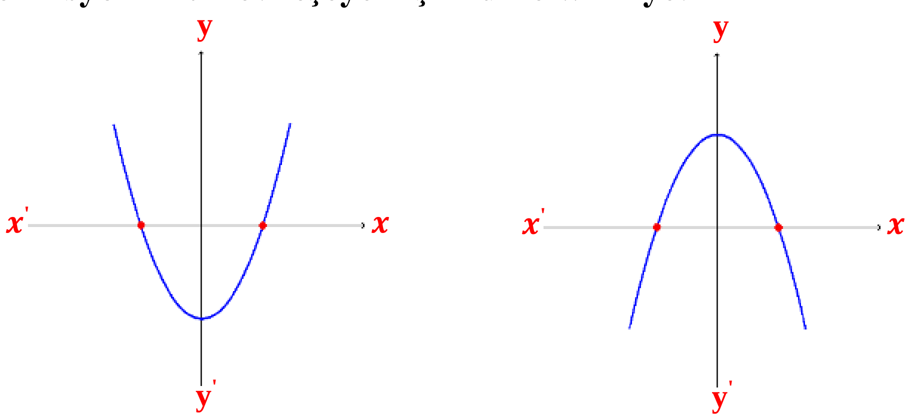
Me berê çareya hevkêşeya ji pileya duyem di $\mathbb{R}$ de nas kiriye û me gotiye ku yan du çareyên wê yên cuda, yan du çareyên yeksan û yan jî tu çare di $\mathbb{R}$ de tune ne.

Niha em dikarin hejmara çareyên hevkêşeya di $\mathbb{R}$ de nas bikin bê çarekirina wê hevkêşeyê bizanin?

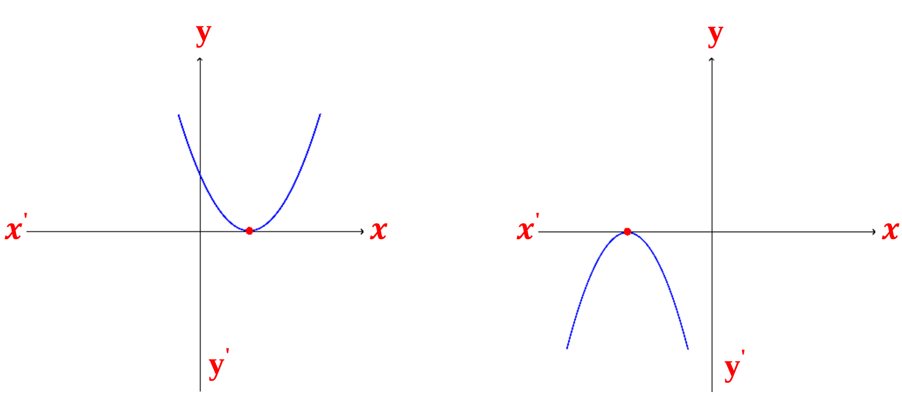
Erê, bi rêbaza dêlta (Δ):

Em $\Delta = b^2 - 4ac$ hesab dikin û sê rewşan dibînin:

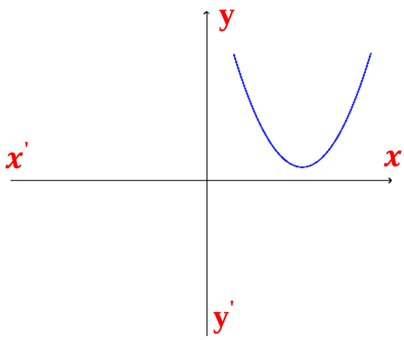
1. $\Delta > 0$ Ji hevkêşeyê re du çareyên cuda hene û awayê fonkisyona ku hevkêşeyê nîşan dike wiha ye:

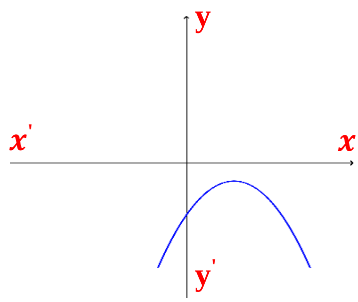


2. $\Delta = 0 \Longrightarrow$ Ji hevkêşeyê re du çareyên yeksan hene û awayê fonkisyona ku hevkêşeyê nîşan dike wiha ye:



3. $\Delta < 0 \Longrightarrow$ Tu çare ji hevkêşeyê re di $\mathbb{R}$ de tune ne, lê belê du çareyên komplêks ên hevjimar di $\mathbb{C}$ de hene û awayê fonkisyona ku hevkêşeyê nîşan dike wiha ye:





Mînak 1: Em cureya her du kokên di hevkêşeyan de nîşan bikin:

- $x^2 - 3x + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4(1)(2) = 9 - 8 = 1 > 0$

Du çareyên cuda ji hevkêşeyê re hene.

- $x^2 + 4x + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (4)^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$

Du çareyên yeksan ji hevkêşeyê re hene.

- $-x^2 + 5x - 30 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (5)^2 - 4(-1)(-30)$

$= 25 - 120 = -95 < 0$

Tu çare ji hevkêşeyê re di $\mathbb{R}$ de tune ne, lê belê du çareyên komplêks ên hevjimar di $\mathbb{C}$ de hene.

Mînak 2: Em tekez bikin ku her du kokên hevkêşeya $2x^2 - 3x + 2 = 0$ komplêks in (ne rast in) û piştre her du kokan bibînin:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - 4(2)(2) = 9 - 16 = -7 < 0$$

$\Longrightarrow$ ji hevkêşeyê re du kokên komplêks hene.

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-7} = \sqrt{-1 \times 7} = \sqrt{i^2 \times 7} = i\sqrt{7}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + i\sqrt{7}}{2(2)} = \frac{3 + i\sqrt{7}}{4} = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4} i$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - i\sqrt{7}}{2(2)} = \frac{3 - i\sqrt{7}}{4} = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4} i$$

- **Têkiliya di navbera kokên hevkêşeya ji pileya duyem û qatên pêkhateyên wê de:**

Heger her du kokên hevkêşeya $ax^2 + bx + c = 0$ hejmarên x_1 û x_2 bin, wê demê:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad , \quad P = x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Ji bo tekezkirinê, bes e ku em her du kokan kom û hevdan bikin: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Mînak: Em bêyî çarekirina hevkêşeya li jêr, komkirin û hevdana her du kokên hevkêşeyê bibînin û piştre her du kokan bibînin:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Longrightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{1} = 5$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{6}{1} = 6$$

Em li du hejmaran bigerin ku hevdana wan (6) be û komkirina wan (5) be: $x_1 = 3$, $x_2 = 2$

Çêkirina hevkêşeyeke ji pileya duyem a her du kokên wê diyar bin:

Heger $ax^2 + bx + c = 0$ hevkêşeyeke ji pileya duyem be.

Bi parvekirina her du aliyan li $a \neq 0$ em dibînin ku:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \quad \text{yan jî} \quad x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

Em dibînin ku: $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$, $P = x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$

Hevkêşe dibe bi awayê $x^2 - Sx + P = 0$

Mînak 1: **Em hevkêşeya ji pileya duyem a ku her du kokên wê – 3 û 4 bin, çêkin:**

$$S = x_1 + x_2 = 4 - 3 = 1$$

$$P = x_1 . x_2 = 4\,(-3) = -12$$

Hevkêşe bi awayê $x^2 - Sx + P = 0$ ye.

$$\Longrightarrow x^2 - x - 12 = 0$$

Mînak 2: **Em hevkêşeya ji pileya duyem a ku her du kokên wê $\frac{-2+2i}{1+i}$ û $\frac{-2-4i}{2-i}$ bin, çêkin:**

Em dibînin ku:

$$\frac{(-2+2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2+2i+2i+2}{1+1} = \frac{4i}{2} = 2i$$

$$\frac{(-2-4i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{-4-2i-8i+4}{4+1} = \frac{-10i}{5} = -2i$$

$$S = x_1 + x_2 = 2i - 2i = 0$$

$$P = x_1 . x_2 = 2i\,(-2i) = 4$$

Hevkêşe bi awayê $x^2 - Sx + P = 0$ ye.

$$\Longrightarrow x^2 + 4 = 0$$

Çareya komika du hevkêşeyên bi du nenasan a cebirî ku hevkêşeyek ji pileya yekem û ya din ji pileya duyem be:

Em dizanin ku hevkêşeya $2x - y = 3$ hevkêşeya ji pileya yekem e û bi du nenasan e, lê belê hevkêşeya $x^2 + y = 5$ yan jî $x.y = 2$ ji pileya duyem e û bi du nenasan e.

Em ê komika du hevkêşeyên ku hevkêşeyeke ji pileya yekem û ya din ji pileya duyem be, bi rêbaza jêbirina bicihbûnê çare bikin:

Em ji hevkêşeya ji pileya yekem dest pê bikin ku em x ji y cuda bikin û vajî jî çêdibe û piştre di hevkêşeya ji pileya duyem de, bi cih bikin.

Mînak: Em komika hevkêşeyên li jêr cebirî çare bikin:

$y + 2x + 1 = 0$ .... (1)

$4x^2 + y^2 - 3xy = 1$ .... (2)

Ji hevkêşeya (1) em dibînin ku: $y = -2x - 1$ .... (3)

Em di hevkêşeya (2) de, bi cih bikin:

$$4x^2 + (-2x - 1)^2 - 3x(-2x - 1) - 1 = 0$$

$$4x^2 + 4x^2 + 4x + 1 + 6x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$14x^2 + 7x = 0 \Longrightarrow 7x\,(2x + 1) = 0$$

Yan: $7x = 0 \Longrightarrow x = 0$

Yan jî: $2x + 1 = 0 \Longrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Em $x = 0$ di hevkêşeya (3) de, bi cih bikin: $y = -2(0) - 1$

$\Longrightarrow y = -1 \Longrightarrow$ Çareya yekem: $(0\,,-1)$

Em $x = -\frac{1}{2}$ di hevkêşeya (3) de, bi cih bikin:

$\boldsymbol{y = -2\left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = 1 - 1}$

$\boldsymbol{y = 0}$ $\Rightarrow$ **Çareya duyem:** $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

Girêftarî: Dirêjahiya derdora milkêşekê 14 cm ye û rûbera wê 12 cm² e, em dirêjahiyên her du durahiyên wê bibînin:

Çare: Heger her du durahiyên milkêşê x , y bin:

Dirêjahiya derdora milkêşê:

P = 2 (dirêjahî + firehî)

14 = 2 ($x + y$)   Em her du aliyan belavî (2) bikin

$x + y = 7$ **............ (1)**

Rûbera milkêşê: S = dirêjahî × firehî

$x . y = 12$ **............ (2)**

Ji hevkêşeya (1) em dibînin ku: $y = 7 - x$ **............ (3)**

Em di hevkêşeya (2) de, bi cih bînin:

$x(7 - x) = 12 \Rightarrow 7x - x^2 - 12 = 0$

$-x^2 + 7x - 12 = 0$ **Em her du aliyan hevdanî (−1) bikin**

$x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 3) = 0$

Yan: $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

Yan jî: $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

Em $x = 4$ **di hevkêşeya (3) de, bi cih bikin:**

$y = 7 - 4 \Rightarrow y = 3$ **çareya yekem (4 , 3)**

Em $x = 3$ **di hevkêşeya (3) de, bi cih bikin:**

$y = 7 - 3 \Rightarrow y = 4$ **çareya yekem (3 , 4)**

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast ji bersivên li jêr hilbijêrin:

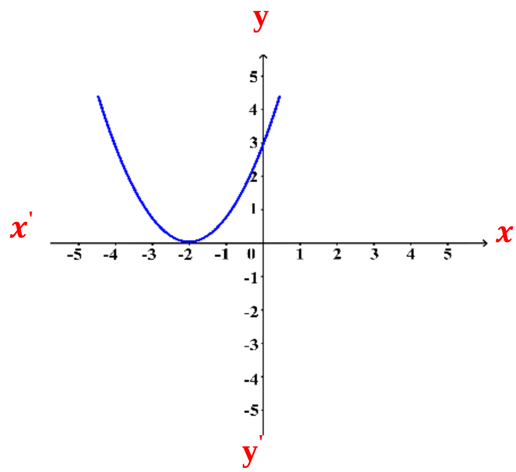
- Çareyên hevkêşeya $x^2 + 3 = 0$ di $\mathbb{R}$ de ev in:

-3 , $\emptyset$, $+3$

- Teşeya li jêr, girafîka fonkisyona damî f nîşan dike:

Çareyên hevkêşeya $f(x) = 0$ di $\mathbb{R}$ de, ev in:

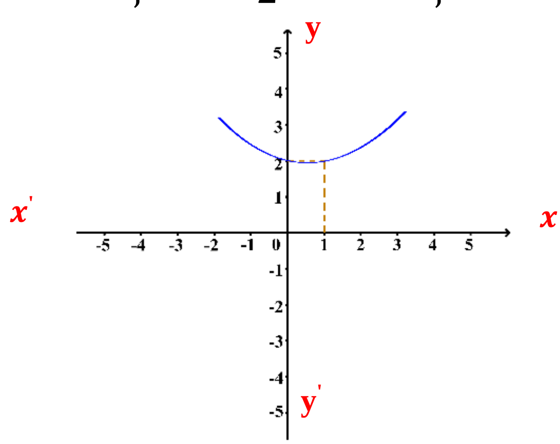
$\emptyset$, -2 , 3



- Teşeya li jêr, girafîka fonkisyona damî h nîşan dike:

Çareyên hevkêşeya $h(x) = 0$ di $\mathbb{R}$ de, ev in:

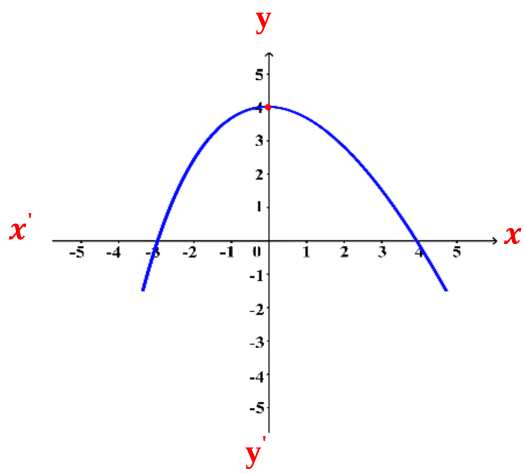
$\emptyset$, 2 , 1



- Teşeya li jêr, girafîka fonkisyona damî g nîşan dike:

Çareyên hevkêşeya $g(x) = 0$ di $\mathbb{R}$ de, ev in:

$\{-3, 4\}$, $\{-3\}$, $\{-3, 4, -4\}$



2. Em hevkêşeya $x^2 + 6x - 8 = 0$ bi du rêbazan çare bikin.

3. Em encamên bikaranînên li jêr bi awayê herî sade çare bikin:

$(26 - 4i) - (9 - 20i)$, $\frac{3}{1+i}$, $\frac{4+i}{i}$, $(-2i)^2(-3i)^2$

4. Em di $\mathbb{C}$ de, hevkêşeyên li jêr çare bikin:

$3x^2 + 12 = 0$, $4y^2 + 20 = 0$, $4x^2 + 72 = 0$

5. Em tekez bikin ku her du kokên hevkêşeya $7x^2 - 11x + 5 = 0$ komplêks in û piştre her du kokan bibînin.

6. Em bêyî çarekirina hevkêşeya li jêr, komkirin û hevdana her du kokên hevkêşeyê bibînin û piştre her du kokan bibînin:

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

7. Em hevkêşeya ji pileya duyem a ku her du kokên wê $1 + 3i$ û $1 - 3i$ bin, çêkin.

8. Em her du hejmarên pozîtîv ên ku komkirina wan (7) û encama hevdana wan (12) be, bibînin.

9. Em komika her du hevkêşeyên li jêr bibînin:

$x - 2y - 1 = 0$ **………… (1)**

$x^2 - xy = 0$ **………… (2)**

WANEYA DUYEM: FONKISYONA HEJMARÎ

Heger em li derdora xwe binêrin, em dibînin ku di gerdûnê de, gelek têkilî di navbera nenasan de hene û têkilî di navbera nenas û qatan de jî hene.

Me di salên çûyî de, ev têkilî dît û xêzikên wê yên girafîkî xêz kir.

Mînak: Têkilî di navbera leza gewdeyeke ku tev digire li ser tewareyê û demê de heye.

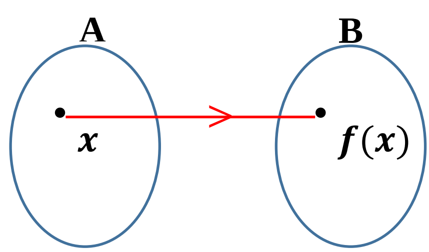
Di heman demê de, têkilî di navbera atmosfîrê (dewsîna hewayê) û bilindahiya ji ruyê erdê de heye.

- **Pênaseya fonkisyonê:**

Heger $A \neq \emptyset$ û $B \neq \emptyset$ bin û f têkiliyeke ji A heta B be, em ji têkiliya f re dibêjin fonkisyon heger her endamek ji komika pênaseyê (A) bi endamekî tenê ji komika nirxan (B) ve bê girêdan.

Ango: Ji her endamekî ji A endamekî tenê ji B heye:

Em fonkisyonê bi sembola $f: A \longrightarrow B : x \longrightarrow f(x)$ nîşan dikin:



Têbînî:

1. Fonkisyon ji komika pênaseyê, komika nirxan û rêgeza girêdanê pêk tê.

2. Em ji fonkisyonekê re dibêjin hejmarî ye, heger komika pênaseyê û komika nirxan $\mathbb{R}$ bin an jî binkomikên $\mathbb{R}$ bin.

3. Em dikarin bibêjin komika nirxan a fonkisyona hejmarî $\mathbb{R}$ e, heger ji bilî wiha neyê gotin.

4. Heger rêgeza girêdanê ya fonkisyona hejmarî bê dayîn $x \longrightarrow f(x)$ wê demê firehtirîn komika pênaseyê a binkomika $\mathbb{R}$ ye û bi sembola D_f an jî D tê nîşankirin.

5. Komika nirxên fonkisyona hejmarî $f(D)$ komika wêneyên endamên komika pênaseyê ne û ew binkomika komika nirxan e û bi navê komika nirxan a giştî ya fonkisyonê tê naskirin.

- **Cureyên fonkisyonan û komikên pênaseyan:**

1. Fonkisyona pirpêkhate ji pileya n (fonkisyona tam):

Awayê rêgeza wê ya girêdanê:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots\dots\dots + a_0 \quad : n \in \mathbb{Z}^+$$

$$: a_n, a_{n-1} \dots\dots\dots, a_0 \in \mathbb{R}$$

Têbînî: Em ji $a_n x^n$ re dibêjin pêkhateya bingehîn.

Mînak 1: $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 7x - 5$ fonkisyoneke pirpêkhate ji pileya çarem e.

Komika pênaseya wê $D_f = \mathbb{R}$

Mînak 2: Em komika pênaseya fonkisyonên li jêr bibînin:

- **$f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonkisyoneke pirpêkhate ji pileya duyem e: $D_f = \mathbb{R}$**
- **$f(x) = x + 5$ fonkisyoneke pirpêkhate ji pileya yekem e: $D_f = \mathbb{R}$**
- **$f(x) = 3$ fonkisyoneke neguhêr e: $D_f = \mathbb{R}$**
- **$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \pi x + \sin(\frac{\pi}{4})$ fonkisyoneke tam ji pileya duyem e: $D_f = \mathbb{R}$**

Komika sifirên fonkisyona pirpêkhate:

Heger $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ fonkisyona pirpêkhate ji pileya sêyem be, em $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ bibînin.

Em çi encamê digirin?

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2(0) = 0$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1)^2 + 2(1)$$
$$= 1 - 3 + 2 = 0$$

$$f(2) = (2)^3 - 3(2)^2 + 2(2)$$
$$= 8 - 12 + 4 = 0$$

Em encamê digirin ku 0 , 1 , 2 sifirên fonkisyona pirpêkhateya $f(x)$ in.

Bi giştî: Heger $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonkisyona pirpêkhate li gorî nenasa (x) be, wê demê komika nirxên (x) ên ku $f(x)$ dike (0) bi navê komika sifirên fonkisyona pirpêkhate tê naskirin.

Têbînî

Ji bo bidestxistina sifirên pirpêkhateya $f(x)$ em $f(x)$ bikin (0) û piştre hevkêşeya çêbûyî çare bikin ji bo dîtina komika nirxên (x)

Mînak: Em komika sifirên fonkisyonên pirpêkhate yên li jêr bibînin:

1) $f_1(x) = 2x - 4$

$$f_1(x) = 0 \implies 2x - 4 = 0$$
$$\implies 2x = 4$$
$$\implies x = 2$$

2) $f_2(x) = x^2 - 9$

$$f_2(x) = 0 \implies x^2 - 9 = 0$$

$$\implies x^2 = 9$$

$$\implies x = \mp 3$$

3) $f_3(x) = 5$

Tu hejmareke rast ku $f_3(x)$ bike (0) tune ye.

Ango: **Sifirên fonkisyona $f_3(x) = 5$ tune ne.**

4) $f_4(x) = 0$

Hemû hejmarên rast $\mathbb{R}$ sifirên vê fonkisyonê ne.

Ango: **Komika sifirên fonkisyona $f_4(x)$ dibe $\mathbb{R}$**

5) $f_5(x) = x^2 + 4$

$$f_5(x) = 0 \implies x^2 + 4 = 0$$

$$\implies x^2 = -4$$

$\implies$Tu çare ji hevkêşeyê re di $\mathbb{R}$ de, tune ne.

Ango: **Sifirên fonkisyona $f_5(x)$ di $\mathbb{R}$ de, tune ne.**

6) $f_6(x) = x^2 + 3x + 2$

$$f_6(x) = 0 \implies x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\implies (x+2)(x+1) = 0$$

Yan: $x + 2 = 0 \implies x = -2$

Yan jî: $x + 1 = 0 \implies x = -1$

Sifirên fonkisyona $f_6(x)$ ev in: $-2 , -1$

Rahênan: Em komika sifirên fonkisyonên li jêr bibînin:

$f_1(x) = x^3 - 4x^2$

$f_2(x) = x^2 - 2x + 1$

$f_3(x) = x^2 - 2$

$f_4(x) = x^2 - 2x - 1$

$f_5(x) = x^2 - x + 1$

Fonkisyona kertî:

Me berê hejmara rêjeyî ya ku bi awayê $\frac{a}{b}$ tê nivîsîn li gorî ku $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ dîtiye.

Heger: $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : f(x) = x + 3$

$g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : g(x) = x^2 - 4$

Wê demê fonkisyona h ya ji $\frac{f}{g}$ pêk tê bi awayê $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ fonkisyoneke kertî ye.

Ango: $h(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$ fonkisyoneke di $\mathbb{R}$ de, pênasekirî ye ji bilî komika sifirên paranê.

Ango: Fonkisyon di $\mathbb{R} \setminus \{-2, +2\}$ de, pênasekirî ye.

Pênase: Heger f, g du fonkisyonên pirpêkhate bin, wê demê fonkisyona h ya bi awayê

$$h : \mathbb{R} \setminus \{\text{komika sifirên paranê}\} \longrightarrow \mathbb{R} : x \longrightarrow h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$: g(x) \neq 0$ bi navê fonkisyona kertî tê naskirin.

Encam

Komika pênaseya fonkisyona kertî $\mathbb{R}$ e ji bilî komika sifirên paranê û bi sembola D tê nîşankirin.

Ango: $D = \mathbb{R} \setminus \{\text{komika sifirên paranê}\}$

Mînak 1: **Em komika pênaseya fonkisyona** $g(x) = \frac{x}{x-3}$ **bibînin:**

$$x - 3 = 0 \implies x = 3$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3\} = \,]-\infty\,, 3[\, \cup \,]3\,, +\infty[$$

Mînak 2: **Em komika pênaseya fonkisyona** $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$ **bibînin:**

$$x^2 - 4 = 0 \implies (x+2)(x-2) = 0$$

Yan: $x + 2 = 0 \implies x = -2$

Yan jî: $x - 2 = 0 \implies x = 2$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\,, 2\} = \,]-\infty\,, -2[\, \cup \,]-2\,, 2[\, \cup \,]2\,, +\infty[$$

Mînak 3: **Em komika pênaseya fonkisyona** $h(x) = \frac{3}{x^2+25}$ **di** $\mathbb{R}$ **de, bibînin:**

$x^2 + 25 = 0 \implies$ **Hevkêşe di** $\mathbb{R}$ **de, çare nabe ji ber ku sifirên paranê tune ne.**

$$D = \mathbb{R}$$

$$= \,]-\infty\,, +\infty[$$

Mînak 4: Em komika pênaseya fonkisyona $f(x) = \frac{x-2}{x^2+3x}$ bibînin:

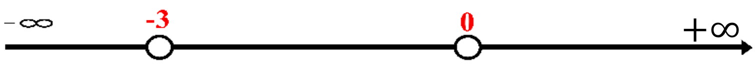
$x^2 + 3x = 0 \implies x(x+3) = 0$

Yan: $x = 0$

Yan jî: $x + 3 = 0 \implies x = -3$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0, -3\}$

$\quad =]-\infty, -3[\cup]-3, 0[\cup]0, +\infty[$



Mînak 5: Em komika pênaseya fonkisyona $g(x) = \frac{5x+1}{x^2}$ bibînin:

$x^2 = 0 \implies x = 0$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\quad =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

Rahênan: Em komikên pênaseya fonkisyonên li jêr bibînin:

1. $f(x) = \frac{3}{2x}$
2. $g(x) = \frac{x-1}{x^2+5x+4}$
3. $h(x) = \frac{x^2}{x-3}$

Fonkisyona kokî:

Her fonkisyona ku awayê rêgeza girêdana wê $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ e li gorî ku g fonkisyoneke tam e û $n \in \mathbb{N} \setminus \{0 , 1\}$

Em du rewşan dibînin:

1. Heger n hejmareke xwezayî û kit be, wê demê komika pênaseya $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ heman komika pênaseya $g(x)$ e.

2. Heger n hejmareke xwezayî û cot be, wê demê komika pênaseya $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ komika hejmarên rast ên ku mercê $g(x) \geq 0$ pêk tînin.

Ango: $D = \{x : x \in \mathbb{R} : g(x) \geq 0\}$

Mînak 1: Em komika pênaseya fonkisyona $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$ bibînin: $n = 3\ kit\ e$

$$x + 2\ \ fonkisyoneke\ tam\ e \Rightarrow D = \mathbb{R}$$

Mînak 2: Em komika pênaseya fonkisyona $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x-3}}$

bibînin: $n = 3\ kit\ e$

$$\frac{x}{x-3}\ \ fonkisyoneke\ kert\hat{\imath}\ ye \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Mînak 3: Em komika pênaseya fonkisyona $f(x) = \sqrt{x-5}$ bibînin: $n = 2$ cot e

$$x - 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$$

$D = [5 , +\infty[$

Rahênan: Em komika pênaseya fonkisyonên li jêr bibînin:

$$f_1(x) = \sqrt[3]{1-x}\ ,\quad f_2(x) = \sqrt[3]{\frac{2}{x+4}}\ ,\quad f_3(x) = \sqrt[3]{2x-4}$$

Bikaranînên li ser fonkisyonê:

1. Komkirina du fonkisyonan:

Heger f_1 fonkisyoneke hejmarî di D_1 de, pênasekirî be li gorî $x \longrightarrow f_1(x)$

Û f_2 fonkisyoneke hejmarî di D_2 de, pênasekirî be li gorî $x \longrightarrow f_2(x)$

Wê demê: $f = f_1 + f_2$ fonkisyoneke hejmarî di $D = D_1 \cap D_2$ de, pênasekirî ye li gorî $(f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x)$

Mînak: Em komika pênaseya fonkisyona li jêr bibînin:

$f(x) = (x + 1) + (x^2 - 4)$

Em dibînin ku $f = f_1 + f_2$ li gorî ku:

$f_1(x) = x + 1$ **di** $D_1 = \mathbb{R}$ **de, pênasekirî be.**

$f_2(x) = x^2 - 4$ **di** $D_2 = \mathbb{R}$ **de, pênasekirî be.**

$\Longrightarrow f$ **di** $D = D_1 \cap D_2$ **de, pênasekirî ye.**

$\Longrightarrow D = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} \Longrightarrow D = \mathbb{R}$

2. Derxistina du fonkisynan:

Heger f_1 fonkisyoneke hejmarî di D_1 de, pênasekirî be li gorî $x \longrightarrow f_1(x)$

Û f_2 fonkisyoneke hejmarî di D_2 de, pênasekirî be li gorî $x \longrightarrow f_2(x)$

Wê demê: $f = f_1 - f_2$ fonkisyoneke hejmarî di $D = D_1 \cap D_2$ de, pênasekirî ye li gorî $(f_1 - f_2)(x) = f_1(x) - f_2(x)$

Mînak: **Em komika pênaseya fonkisyona li jêr bibînin:**

$$f(x) = \frac{x}{x-1} - \sqrt{x+2}$$

Em dibînin ku $f = f_1 - f_2$ li gorî ku:

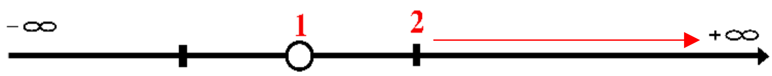
$f_1(x) = \frac{x}{x-1}$ di $D_1 = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ de, pênasekirî be.

$f_2(x) = \sqrt{x+2}$ di $D_2 = [2, +\infty[$ de, pênasekirî be.

$\Longrightarrow f$ di $D = D_1 \cap D_2$ de, pênasekirî ye

$$\Longrightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \cap [2, +\infty[$$

$$\Longrightarrow D = [2, +\infty[$$



3. Hevdana du fonkisyonan:

Heger f_1 fonkisyoneke hejmarî di D_1 de, pênasekirî be li gorî $x \longrightarrow f_1(x)$

Û f_2 fonkisyoneke hejmarî di D_2 de, pênasekirî be li gorî $x \longrightarrow f_2(x)$

Wê demê: $f = f_1 . f_2$ fonkisyoneke hejmarî di $D = D_1 \cap D_2$ de, pênasekirî ye li gorî $(f_1 . f_2)(x) = f_1(x) . f_2(x)$

Mînak: **Em komika pênaseya fonkisyona li jêr bibînin:**

$$\boldsymbol{f(x) = \left(\sqrt{3-x}\right).\left(\frac{x+1}{x}\right)}$$

Em dibînin ku $\boldsymbol{f = f_1 . f_2}$ li gorî ku:

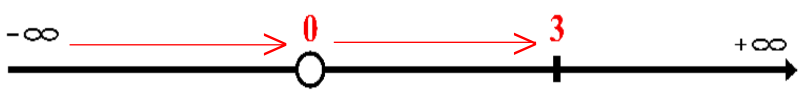
$\boldsymbol{f_1(x) = \sqrt{3-x}}$ di $\boldsymbol{D_1 =]-\infty\,,3]}$ de, pênasekirî be.

$\boldsymbol{f_2(x) = \frac{x+1}{x}}$ di $\boldsymbol{D_2 = \mathbb{R}\setminus\{0\}}$ de, pênasekirî be.

$\boldsymbol{\Longrightarrow f}$ di $\boldsymbol{D = D_1 \cap D_2}$ de, pênasekirî ye

$$\boldsymbol{\Longrightarrow D =]-\infty\,,3] \cap \mathbb{R}\setminus\{0\}}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow D =]-\infty\,,0[\ \cup\ ]0\,,3]}$$



4. Parvekirina du fonkisyonan:

Heger $\boldsymbol{f_1}$ fonkisyoneke hejmarî di $\boldsymbol{D_1}$ de, pênasekirî be li gorî $\boldsymbol{x \longrightarrow f_1(x)}$

Û $\boldsymbol{f_2}$ fonkisyoneke hejmarî di $\boldsymbol{D_2}$ de, pênasekirî be li gorî $\boldsymbol{x \longrightarrow f_2(x)}$

Wê demê em dibînin ku $\boldsymbol{f = \frac{f_1}{f_2}}$ fonkisyoneke hejmarî di $\boldsymbol{D = D_1 \cap D_2\setminus}$\{komika sifirên paranê\} de, pênasekirî ye li gorî $\boldsymbol{\left(\frac{f_1}{f_2}\right)(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}}$

Mînak: **Em komika pênaseya fonkisyona li jêr bibînin:**

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$$

Em dibînin ku $f = \frac{f_1}{f_2}$ **li gorî ku:**

$f_1(x) = \sqrt{x-1}$ **di** $D_1 = [1, +\infty[$ **de, pênasekirî be.**

$f_2(x) = x - 1$ **di** $D_2 = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ **de, pênasekirî be.**

Komika sifirên paranê: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$\Rightarrow f$ **di** $D = D_1 \cap D_2 \setminus$**{komika sifirên paranê} de, pênasekirî ye.**

$\Rightarrow D = [1, +\infty[\ \cap \ \mathbb{R}\setminus\{1\}$

$\Rightarrow D =]1, +\infty[$

Rahênan: **Em komika pênaseya fonkisyonên li jêr bibînin:**

$$f_1(x) = \frac{x^2-2x}{\sqrt{2x}}$$

$$f_2(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+2}$$

$$f_3(x) = (x)(\sqrt{x+3})$$

5. Yeksanîbûna du fonkisyonan:

Em ji her du fonkisyonên f û g re dibêjin yeksan in û bi awayê $f = g$ dinivîsin heger bi hev re ev her du merc pêk hatin:

1) $D_f = D_g$ (Yeksaniya her du komikên pênaseyan)

2) $f(x) = g(x)$ (Yeksaniya her du rêgezên girêdanê ji bo her nirxekî x ji komika pênaseyê)

Mînak 1: **Em tekez bikin ku $f = g$ li gorî ku:**

$$f(x) = \frac{2x}{2x+4} \quad , \quad g(x) = \frac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$$

Komika pênaseya f ev e: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Komika pênaseya g ev e: $D_g = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Em dibînin ku: $D_f = D_g$

Di heman demê de, em dibînin ku:

$$f(x) = \frac{2x}{2(x+2)} = \frac{x}{x+2}$$

$$g(x) = \frac{x(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{x}{x+2}$$

Em dibînin ku: $f(x) = g(x) \Longrightarrow f = g$

Mînak 2: **Gelo $f = g$ ye yan na? li gorî ku:**

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-9} \quad , \quad g(x) = \frac{2}{2x-6}$$

Komika pênaseya f ev e: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\,,3\}$

Komika pênaseya g ev e: $D_g = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Em dibînin ku: $D_f \neq D_g$

$\Longrightarrow f \neq g$ Her du fonkisyon ne yeksan in.

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Komika sifirên fonkisyona $f(x) = -3x$ ev e:

$\{0\}$, $\{-3\}$, $\{0, -3\}$

- Komika sifirên fonkisyona $g(x) = x(x^2 - 2x + 1)$ ev e:

$\{0, -1\}$, $\{0, 1\}$, $\{-1, 1\}$

- Awayê herî sade ji fonkisyona $h(x) = \frac{x^2-2x}{2x} : x \neq 0$ ev e:

$\frac{1}{x-2}$, $\frac{x}{x-2}$, $\frac{x-2}{2}$

- Heger $\frac{x-3}{x+2}$ vajiya fonkisyona kertî $\frac{x-a}{x-3}$ be, wê demê nirxê a ev e:

$+2$, -2 , -3

2. Em komika pênaseya fonkisyonên li jêr bibînin:

$f_1(x) = x + 3$, $f_2(x) = \sqrt{3 - x}$

$f_3(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x+2}$, $f_4(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

$f_5(x) = (x + 2)(2x - 1)$, $f_6(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$f_7(x) = \frac{1}{x^2+10x+9}$, $f_8(x) = \sqrt[3]{\frac{2}{7-x}}$

3. Di rewşên li jêr de, em bibînin ku $f = g$ yan na û çima?

$f(x) = \frac{x-1}{x}$, $g(x) = \frac{(x-1)(x^2+1)}{x(x^2+1)}$

$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+x-6}$, $g(x) = \frac{x^2-x-6}{x^2-9}$

$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{x^2+4}{x^3+4x}$

4. Em $h\,(x)$ bi awayê herî sade bibînin û piştre komika pênaseya h bibînin:

$h(x) = \frac{x^2-9}{x^2-3x} \times \frac{x+1}{x^2+4x+3}$

$h(x) = \frac{x^2+2x-3}{x+3} \times \frac{x^2-1}{x+1}$

5. Heger $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$ û $g(x) = 4x + \frac{4}{x-2}$ du fonkisyon bin û $h(x) = f(x) \div g(x)$ be, em komika fonkisyona h binivîsin û piştre $h(x)$ bi awayê herî sade binivîsin û $h(1)$, $h(5)$ hesab bikin.

WANEYA SÊYEM: HÊMAYA FONKISYON Û NEWEKHEVIYÊ

1. Hêmaya fonkisyonê:

Me berê girafîka fonkisyona ji pileya yekem û girafîka fonkisyona ji pileya duyem nas kiriye. Me awayê giştî yê xêzika pêldayî ji her fonkisyonekê re nas kiriye û niha em hêmaya fonkisyonê nas bikin.

Hêmaya fonkisyonê tê wateya nîşankirina navberên ku tê de, nirxên fonkisyonê bi vî awayî bin:

$f(x) > 0$ nirxên pozîtîv in

$f(x) < 0$ nirxên negetîv in

$f(x) = 0$ nirxeke yeksanî sifirê ye

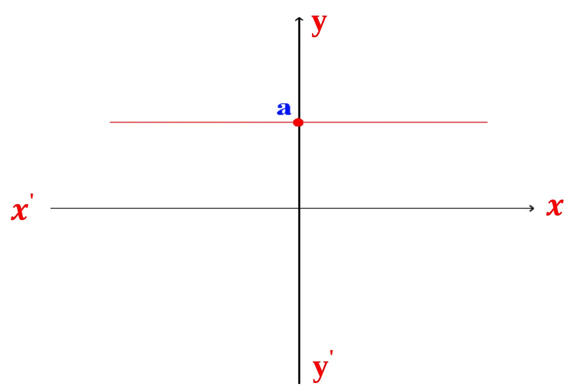
Hêmaya fonkisyona neguhêr:

Hêmaya fonkisyona neguhêr f li gorî ku: $f(x) = a$ bi mercê ku $a \neq 0$ be, heman hêmaya a ye ji her $x \in \mathbb{R}$ be.

Mînak 1: **Teşeyên li jêr dide diyarkirin:**

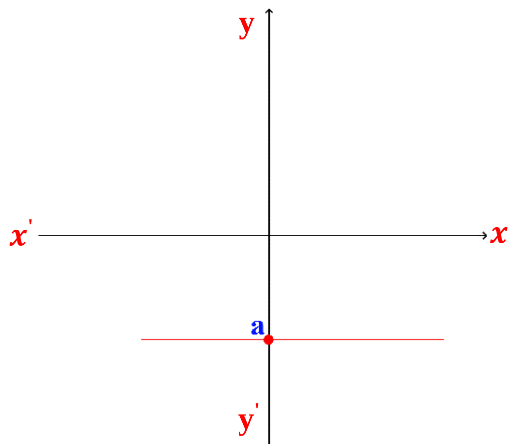
1. Dema ku $a > 0$ be

Di vê rewşê de, hêmaya fonkisyonê pozîtîv e ji her $x \in \mathbb{R}$ be.



2. Dema ku $a < 0$ be

Di vê rewşê de, hêmaya fonkisyonê negetîv e ji her $x \in \mathbb{R}$ be.



Mînak 2: Em hêmaya fonkisyonên li jêr nîşan bikin:

1. $f(x) = 5$

2. $f(x) = -3$

Em dibînin ku: $f(x) > 0 \implies$ hêmaya fonkisyonê pozîtîv e ji her $x \in \mathbb{R}$ be.

Di heman demê de: $g(x) < 0 \implies$ hêmaya fonkisyonê negetîv e ji her $x \in \mathbb{R}$ be.

Rahênan: Em hêmaya fonkisyonên li jêr nîşan bikin:

1) $f(x) = -\frac{2}{3}$

2) $g(x) = \frac{5}{2}$

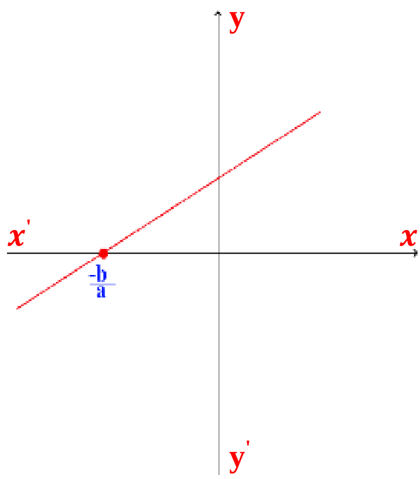
Hêmaya fonkisyona ji pileya yekem:

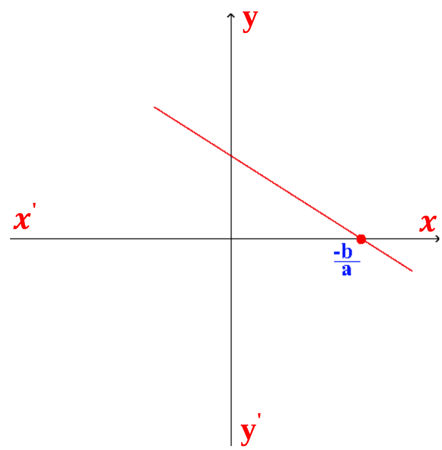
Em dizanin ku awayê rêgeza girêdanê ji fonkisyona ji pileye yekem re wiha ye:

$$f(x) = ax + b \quad : \quad a \neq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

Hêmaya fonkisyonê bi awayê li jêr e:





x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
Hêmaya $f(x)$	**Dij hêmaya a ye**	**0**	**Heman hêmaya a ye**

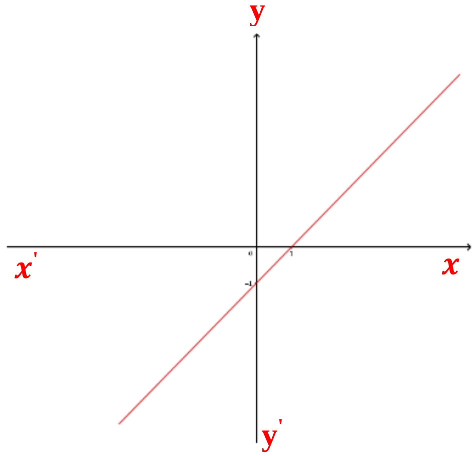
Mînak: **Em hêmaya fonkisyona $f(x) = x - 1$ nîşan bikin û piştre xêz bikin:**

$$f(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Hêmaya $f(x)$		$-$	**0**	$+$	

Xêzkirin:

x	0	1
y	-1	0



Ji xêzkirinê em dibînin ku:

$f(x) > 0$ **dema ku** $x > 1$

$f(x) < 0$ **dema ku** $x < 1$

Rahênan: **Em hêmaya fonkisyona** $g(x) = -2x - 4$ **nîşan bikin û bi xêzkirina girafîkî diyar bikin:**

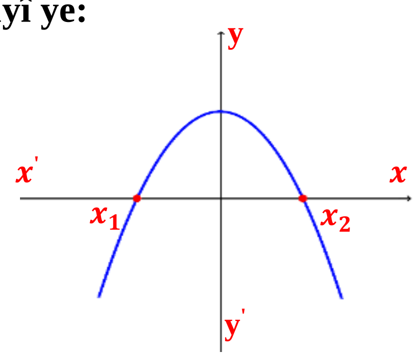
Hêmaya fonkisyona damî:

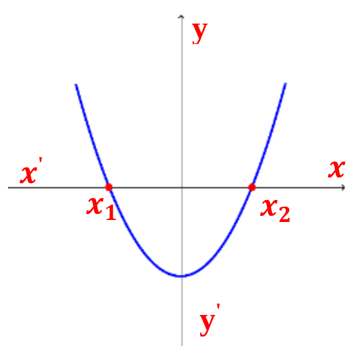
Em hêmaya fonkisyona damî $f(x) = ax^2 + bx + c \; : a \neq 0$ **nîşan bikin.**

Em $f(x)$ **bikin (0), em hevkêşeya ji pileya duyem a bidestxistî bi dêlta** (Δ) **çare bikin.**

1. Heger $\Delta > 0$ **be, ji hevkêşeyê re, du çareyên cuda hene** x_1 , x_2

Heger $x_1 < x_2$ **be, wê demê hêmaya fonkisyona** f **bi vî awayî ye:**





x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
Hêmaya $f(x)$	**Heman hêmaya** a	0	**Dij hêmaya** a	0	**Heman hêmaya** a

Mînak: **Em hêmaya fonkisyona $f(x) = x^2 - 2x - 3$ nîşan bikin û piştre xêz bikin:**

$$f(x) = 0 \implies x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-2)^2 - 4(1)(-3)$$

$$= 4 + 12 = 16 \implies \sqrt{\Delta} = 4$$

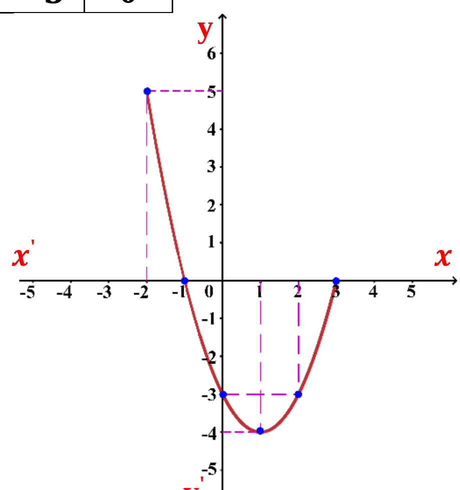
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
Hêmaya $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Xêzkirina di navbera $[-2\,,3]$ de:

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0



Ji xêzkirinê em dibînin ku:

$f(x) > 0$ **dema ku** $x \in \mathbb{R} \setminus [-1\,,3]$

$f(x) < 0$ **dema ku** $x \in\ ]-1\,,3[$

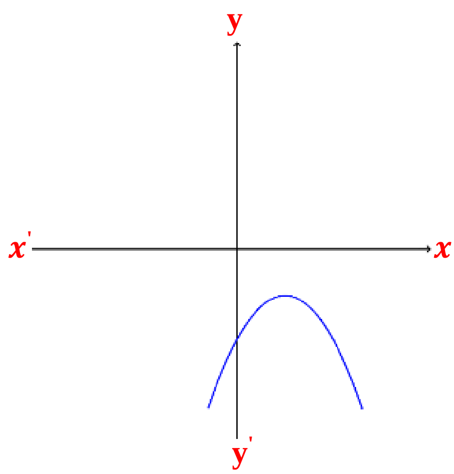
$f(x) = 0$ **dema ku** $x \in \{-1\,,3\}$

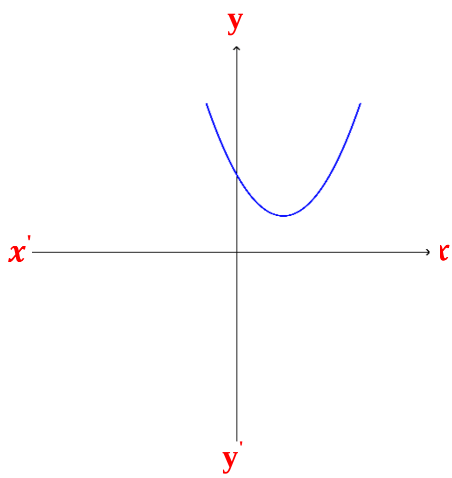
Rahênan: Em hêmaya fonkisyona $f(x) = x^2 - x + 6$ nîşan bikin û piştre xêz bikin:

2. Heger $\Delta < 0$ be, ji hevkêşeyê re, çare di $\mathbb{R}$ de tune ne û hêmaya $f(x)$ heman hêmaya a ye wekî di awayê li jêr de:

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
Hêmaya $f(x)$	**Heman hêmaya a ye**

Dema ku $x > 0 \Longrightarrow f(x) > 0$ ji her $x \in \mathbb{R}$ be.





Dema ku $x < 0 \Longrightarrow f(x) < 0$ ji her $x \in \mathbb{R}$ be.

Mînak: Em hêmaya fonkisyona $f(x) = x^2 - 4x + 5$ nîşan bikin û piştre xêz bikin:

$f(x) = 0 \Longrightarrow x^2 - 4x + 5 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-4)^2 - 4(1)(+5)$

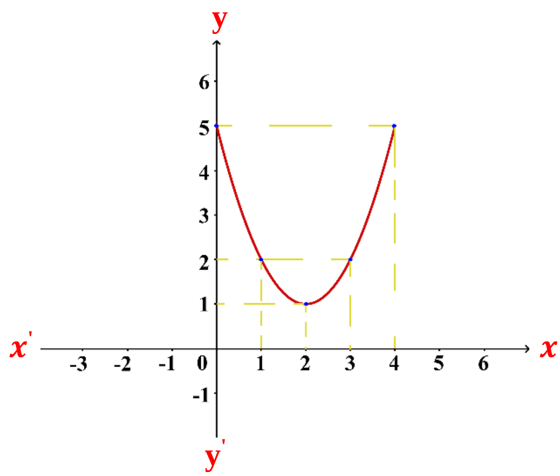
$= 16 - 20 = -4 < 0$

Çareya hevkêşeyê di $\mathbb{R}$ de, tune ye û hêmaya fonkisyona f heman hêmaya a ye, ango pozîtîv e ji her $x \in \mathbb{R}$ be, ji ber ku qatên x^2 hejmara (1) ye û ji (0) mezintir e.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
Hêmaya $f(x)$	+ + + + +

Xêzkirina di navbera $[0\ ,4]$ de:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	2	1	2	5

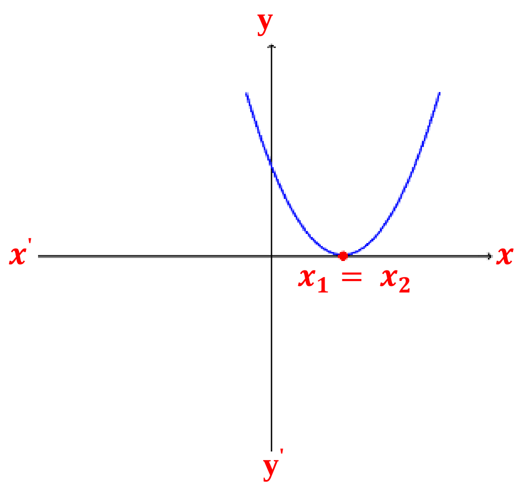


Ji xêzkirinê em dibînin ku $f(x) > 0$ ji her $x \in \mathbb{R}$ be.

Rahênan: **Em hêmaya fonkisyona $f(x) = -x^2 - 2x - 4$ nîşan bikin û piştre xêz bikin:**

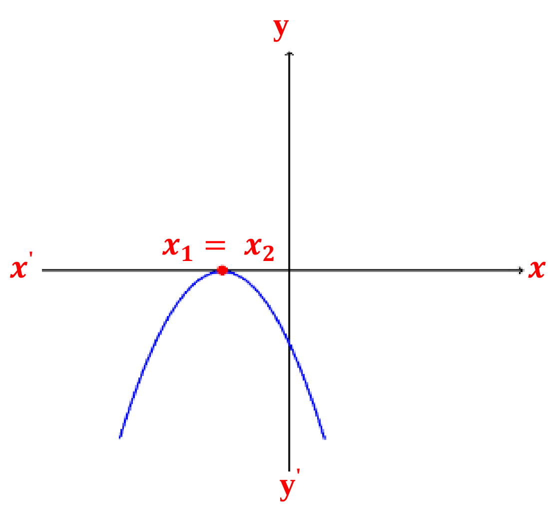
3. Heger $\Delta = 0$ be, ji hevkêşeyê re, du çareyên yeksan hene $x_1 = x_2$ û hêmaya fonkisyona f heman hêmaya a ye wekî di awayê li jêr de:

x	$-\infty$ $\qquad$ $x_1 = x_2$ $\qquad$ $+\infty$
Hêmaya $f(x)$	Heman hêmaya a ye $\quad$ 0 $\quad$ Heman hêmaya a ye



Dema ku $x > 0 \Longrightarrow f(x) > 0$

Lê belê $f(x) = 0$ di xala $x_1 = x_2$ de.



Dema ku $x < 0 \Longrightarrow f(x) < 0$

Lê belê $f(x) = 0$ di xala $x_1 = x_2$ de.

Mînak: Em hêmaya fonkisyona $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$ nîşan bikin û piştre xêz bikin:

$f(x) = 0 \implies 4x^2 - 4x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-4)^2 - 4(1)(+1)$

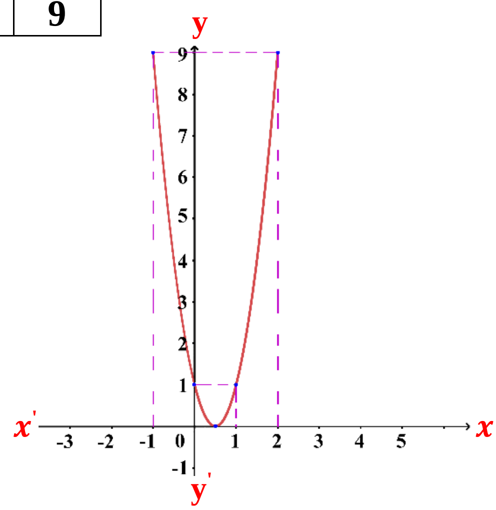
$= 16 - 16 = 0$ du çareyên yeksan hene

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(4)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$			$\frac{1}{2}$				$+\infty$
Hêmaya $f(x)$	+	+	+	0	+	+	+	

Xêzkirina di navbera $[-1, 2]$ de:

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	9	1	0	1	9



Ji xêzkirinê em dibînin ku: $f(x) > 0$

$f(x) = 0$ dema ku $x = \frac{1}{2}$

Rahênan: Em hêmaya fonkisyona $f(x) = -4x^2 - 12x - 9$ nîşan bikin û piştre xêz bikin.

2. Newekheviyên ji pileya duyem û bi nenasekî:

Me berê newekheviyên ji pileya yekem nas kiriye û em fêr bûne ku çareya newekheviyê tê wateya dîtina hemû nirxên nenasê yên ku rastiya newekheviyê nîşan dike.

Di heman demê de, em fêrî nivisîna çareyan bi awayê navberan bûne.

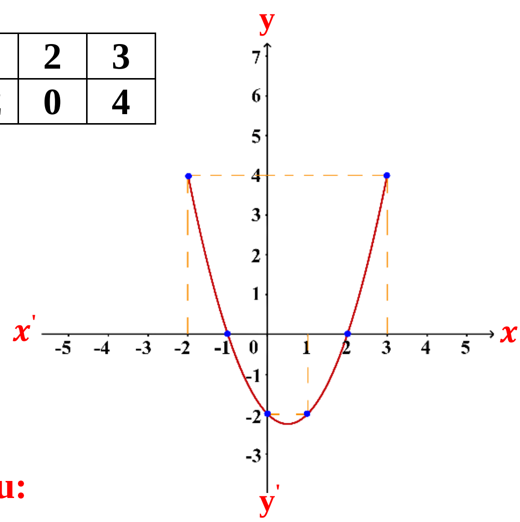
Niha em fêrî çareya newekheviya ji pileya duyem û bi nenasekî bibin.

Em dibînin ku $x^2 - x - 2 > 0$ newekheviya ji pileya duyem e.

Lê belê $f(x) = x^2 - x - 2$ fonkisyoneke damî ye û bi vê newekheviyê ve girêdayî ye.

Em xêzika girafîkî ji vê fonkisyonê re di navbera $[-2 , 3]$ de, xêz bikin:

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	4	0	-2	-2	0	4



Ji xêzkirinê em dibînin ku:

Çareyên newekheviya $x^2 - x - 2 > 0$ ew parçeya xêzika pêldayî ya ku li ser tewareya $x'x$, ango $]-\infty , -1[\cup]2 , +\infty[$

Lê belê çareyên newekheviya $x^2 - x - 2 < 0$ ew parçeyê xêzika pêldayê yê ku di bin tewareya $x'x$ de, ango $]-1 , 2[$

Gavên çareya newekheviya damî:

1. Em fonkisyona damî ya bi xêzika pêldayî ve girêdayî binivîsin.

2. Em hêmaya fonkisyona damî nîşan bikin.

3. Em navberên ku newekheviya hatî xwestin pêk tîne, nîşan bikin.

Mînak: Em newekheviya $x^2 - 5x - 6 > 0$ çare bikin:

$f(x) = x^2 - 5x - 6$

$f(x) = 0 \implies x^2 - 5x - 6 = 0$

$\implies (x - 6)(x + 1) = 0$

$x - 6 = 0 \implies x = 6$

$x + 1 = 0 \implies x = -1$

x	$-\infty$		-1		6		$+\infty$
Hêmaya $f(x)$		+	0	−	0	+	
Newekhevî		pêkhatî				pêkhatî	

Çareyên newekheviyê: $]-\infty\,,1[\,\cup\,]6\,,+\infty[$

Rahênan: Em newekheviyên li jêr çare bikin:

$x^2 + 2x - 8 > 0$

$x^2 + x + 12 > 0$

$5x^2 + 12x \geq 44$

HÎNDARÎ

1. Em hêmaya fonkisyonên li jêr nîşan bikin:

$f_1(x) = 2x - 3$, $f_2(x) = 4 - x$

$f_3(x) = 1 - x^2$, $f_4(x) = 3x - 2x^2 + 4$

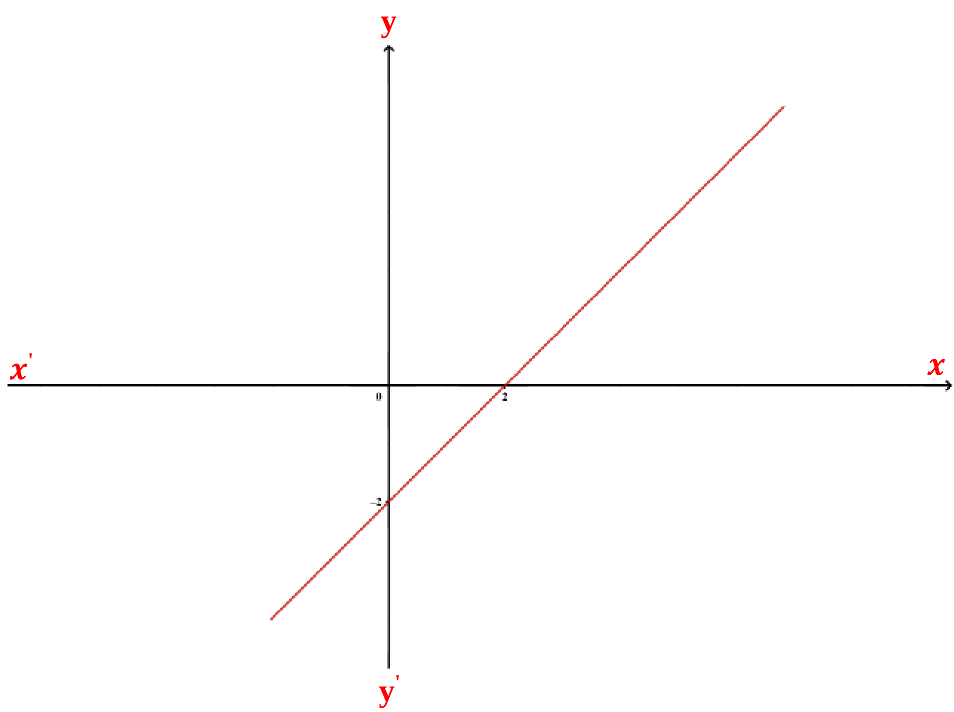
$f_5(x) = 2$, $f_6(x) = -3x$

$f_7(x) = -x^2$, $f_8(x) = x^2 - 4$

2. Li gorî teşeya li jêr, em valahiyan dagirin:

- Hêmaya fonkisyona $f(x)$ di navbera ………. de pozîtîv e.

- Hêmaya fonkisyona $f(x)$ di navbera ………. de negetîv e.

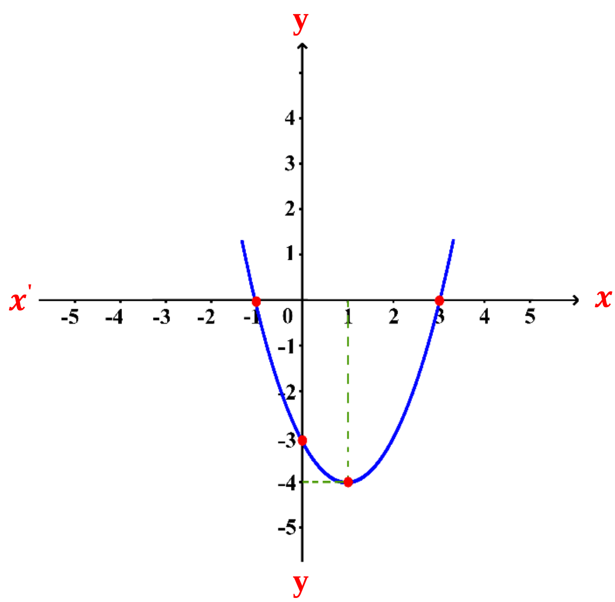


3. Li gorî teşeya li jêr, em valahiyan dagirin:

$f(x) = 0$ dema ku x endamê ………… be.

$f(x) > 0$ dema ku x endamê ………… be.

$f(x) < 0$ dema ku x endamê ………… be.



4. Em xêzika girafîkî ya fonkisyona $f(x) = x^2 - 9$ di navbera $[-3\ ,4]$ de, xêz bikin û piştre ji xêzkirinê hêmaya $f(x)$ nîşan bikin.

5. Em xêzika girafîkî ya fonkisyona $f(x) = \ -x^2 + 2x + 4$ di navbera $[-3\ ,5]$ de, xêz bikin û piştre ji xêzkirinê hêmaya $f(x)$ nîşan bikin.

6. Em newekheviyên li jêr çare bikin:

$x^2\ \geq 6x - 9$

$7 +\ x^2 - 4x\ < 0$

BEŞA DUYEM: GEOMETRIYA RAST

1. WEKHEVÎ
2. TEORIYA TALIS

WANEYA YEKEM: WEKHEVÎ

1- Wekhevî:

Dema avakirinê li ser parçeyeke erdê, pêdiviya me bi xêzkirina nexşeyeke geometrî ji avahiyê re heye.

Bêguman em nikarin heman nexşeya ku me li ser kaxezê xêz kiriye li ser erdê ava bikin, ji ber vê em dikarin di riya wêneyeke biçûkkirî de, ku dimîne avahiyê bi alîkariya pîvera guncaw a nexşeyê, bi kar bînin, ji bo ku em vê wêneya biçûkkirî bi dest bixin.

Dema em li derdora xwe binêrin, em ê bibînin ku xweza bi teşeyên cur bi cur wekhev in û bi pîvanên cuda dagirtî ye.

Mînak: **Pelên daran, gula qernebîtê û gula berberokê …**

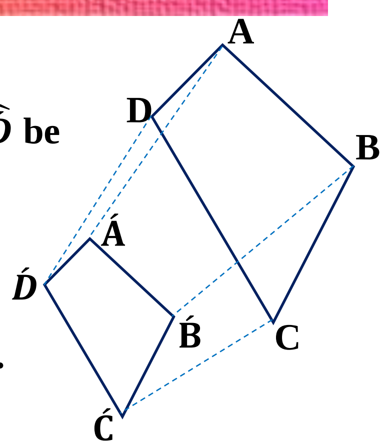
Ev diyarde rê li ber vejîna cureyeke nû ya geometriyê vekir ku guh dide lêkolîna teşeyên sîmetrîk ku xwe dubare dikin.

Wekheviya pirgoşeyan:

Pênase

Heger goşeyên beramber ên du pirgoşeyên heman hejmara kenaran yeksan bin û dirêjahiyên kenarên beramber rêjedariyan çêkin, wê demê her du pirgoşe, dibin wekhev.

Em teşeya li kêlekê bibînin:



Heger $\widehat{A} = \widehat{\acute{A}}$, $\widehat{B} = \widehat{\acute{B}}$, $\widehat{C} = \widehat{\acute{C}}$, $\widehat{D} = \widehat{\acute{D}}$ **be**

Di heman demê de:

Heger $\frac{AB}{\acute{A}\acute{B}} = \frac{BC}{\acute{B}\acute{C}} = \frac{CD}{\acute{C}\acute{D}} = \frac{DA}{\acute{D}\acute{A}}$ **be**

Wê demê her du pirgoşe wekhev in.

Têbînî

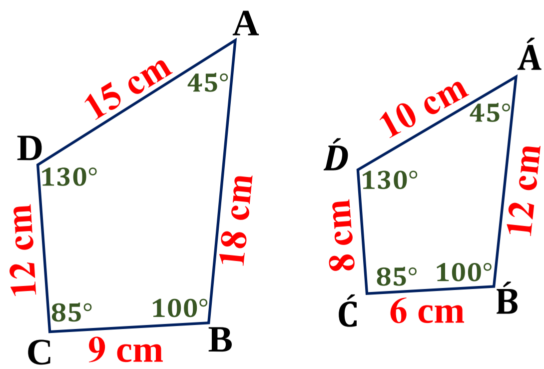
Dema nivisîna rêjedariya kenarên beramber ji du pirgoşeyên wekhev re, divê sergoşeyên beramber li bin hev bên nivisîn.

$$\begin{matrix} ABCD \\ \acute{A}\acute{B}\acute{C}\acute{D} \end{matrix} \Longrightarrow \frac{AB}{\acute{A}\acute{B}} = \frac{BC}{\acute{B}\acute{C}} = \frac{CD}{\acute{C}\acute{D}} = \frac{DA}{\acute{D}\acute{A}}$$

Mînak: Di teşeyên li jêr de:

1. Em wekheviya her du pirgoşeyan tekez bikin.

2. Rêjeya wekheviyê çi ye?



$$\left.\begin{matrix} \widehat{A} = \widehat{\acute{A}} = 45° \\ \widehat{B} = \widehat{\acute{B}} = 100° \\ \widehat{C} = \widehat{\acute{C}} = 85° \\ \widehat{D} = \widehat{\acute{D}} = 130° \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \text{Goşeyên beramber yeksan bûne}$$

$$\left.\begin{matrix} \frac{AB}{\acute{A}\acute{B}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \\ \frac{BC}{\acute{B}\acute{C}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \\ \frac{CD}{\acute{C}\acute{D}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{DA}{\acute{D}\acute{A}} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{\acute{A}\acute{B}} = \frac{BC}{\acute{B}\acute{C}} = \frac{CD}{\acute{C}\acute{D}} = \frac{DA}{\acute{D}\acute{A}}$$

Dirêjahiyan kenaran rêjedar in.

Her du pirgoşe wekhev in $\Longrightarrow$ Rêjeya wekheviyê $\frac{3}{2}$ ye.

Encam

Heger rêjeya wekheviyê ji (1) mezintir be, wê demê pirgoşeyek mezinkirin pirgoşeya din e.

Heger rêjeya wekheviyê ji (1) biçûktir be, wê demê pirgoşeyek biçûkkirin pirgoşeya din e.

Heger rêjeya wekheviyê yeksanî (1) be, wê demê her du pirgoşe yeksaneyî ne.

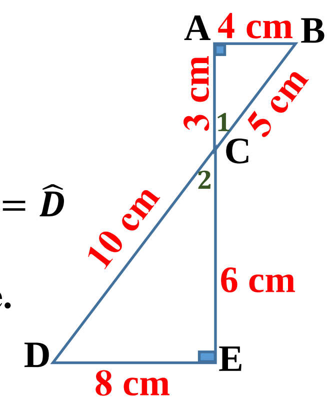
Wekheviya sêgoşeyan:

Em dikarin pênaseya wekheviya pirgoşeyan li ser sêgoşeyan jî bi kar bînin.

Pênase

Heger goşeyên beramber ên du sêgoşeyan yeksan bin û direâhjiyên kenarên beramber rêjedar bin, wê demê her du sêgoşe wekhev in.

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku her du sêgoşeyên ABC û EDC wekhev in.**



Em ji teşeyê dibînin ku:

$$\left.\begin{array}{c} \hat{A} = \hat{E} = 90^\circ \\ C_1 = C_2 \text{ } berovaj\hat{\imath} \text{ } hundir \text{ } in \end{array}\right\} \Longrightarrow \hat{B} = \hat{D}$$

Ango: Goşeyên beramber yeksan bûne.

Di heman demê de, em ji teşeyê dibînin ku:

$$\left.\begin{array}{c} \frac{AB}{DE} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \\ \frac{BC}{DC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \\ \frac{CA}{CE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC} = \frac{CA}{CE}$$

Dirêjahiyan kenaran rêjedar in.

Her du sêgoşe wekhev in

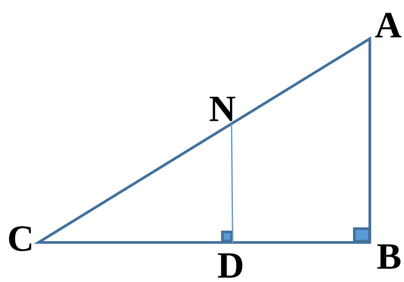
Em dibînin ku rêjeya wekheviyê $\frac{1}{2} < 1 \Longrightarrow$ sêgoşeya yekem biçûkkirina sêgoşeya duyem e.

Rêbazên wekheviyê:

1

Du sêgoşe wekhev in, heger du goşeyên sêgoşeyekê yeksanî du goşeyên beramber ên sêgoşeya din bin.

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em wekheviya her du sêgoşeyên ABC û NDC tekez bikin.**



Ji teşeyê em dibînin:

$\widehat{B} = \widehat{D} = 90°$

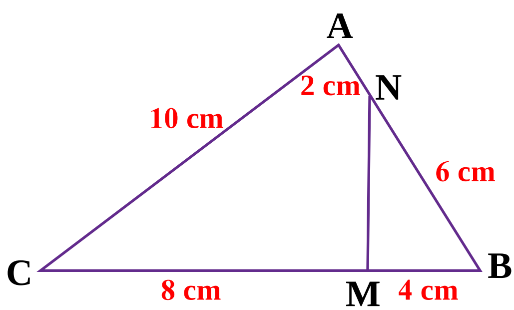
$\widehat{C}$ **goşeyeke hevbeş e**

$\Longrightarrow$ **Her du sêgoşe wekhev in, ji ber yeksaniya du goşeyên sêgoşeyekê bi du goşeyên beramber ên sêgoşeya din.**

2

Du sêgoşe wekhev in, heger goşeyeke yeksan be û dirêjahiyên her du kenarên ku goşeyê nîşan dikin ên beramber rêjedariyê çêkin.

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em wekheviya her du sêgoşeyên CAB û NMB tekez bikin û piştre dirêjahiya NM bibînin.**



Em dibînin ku:

$\widehat{B}$ **goşeyeke hevbeş e.**

$$\left.\begin{array}{l}\frac{BM}{BA}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}\\ \frac{BN}{BC}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Longrightarrow \frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BC}=\frac{1}{2}$$

$\Longrightarrow$ Her du sêgoşe wekhev in, ji ber yeksaniya goşeyekê û rêjedarîbûna du kenarên ku wê goşeyê nîşan dikin.

Ji bo dîtina dirêjahiya NM:

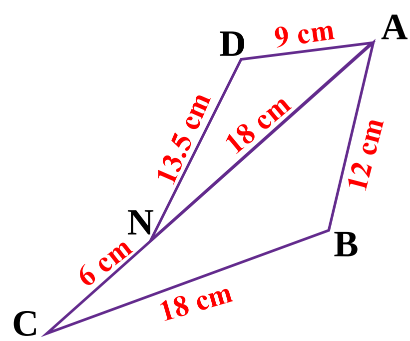
Em ji wekheviyê dibînin ku:

$$\frac{MN}{AC}=\frac{1}{2}\Longrightarrow\frac{MN}{10}=\frac{1}{2}\Longrightarrow MN=5\ cm$$

3

Du sêgoşe wekhev in, heger dirêjahiyên kenarên sêgoşeyekê bi dirêjahiyên kenarên sêgoşeya din re rêjedariyê çêkin.

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em wekheviya her du sêgoşeyên ABC û ADN tekez bikin.**



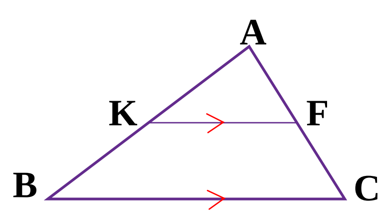
$$\left.\begin{array}{l} \frac{AB}{AD} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \\ \frac{BC}{DN} = \frac{18}{13.5} = \frac{4}{3} \\ \frac{CA}{AN} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DN} = \frac{CA}{AN}$$

Her du sêgoşe wekhev in, ji ber rêjedarîbûna sê kenarên sêgoşeyekê bi sê kenarên beramber ên sêgoşeya din e.

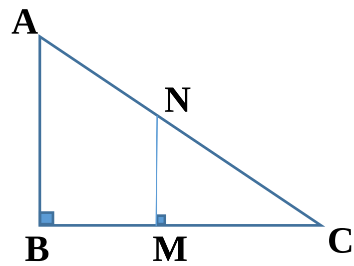
Teoriya bingehîn di wekheviyê de:

Teorî

Rasteka rastênhevî kenarekî sêgoşeyekê û di sergoşeya beramberî wê re naçe, her du kenarên din an jî dirêjbûnên wan dibire û sêgoşeyeke weke sêgoşeya resen çêdike.



Mînak: **Em tekez bikin ku her du sêgoşeyên ABC û NMC wekhev in:**

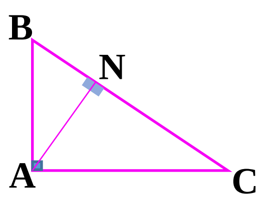


Em dibînin ku: $\left.\begin{matrix} AB \perp BC \\ NM \perp BC \end{matrix}\right\} \Longrightarrow AB\ //\ NM$

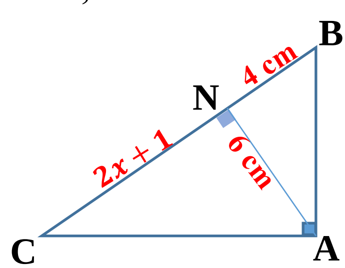
Her du sêgoşe wekhev in, li gorî teoriya bingehîn di wekheviyê de.

Teoriya bingehîn di sêgoşeya tîk de:

Teorî — **Di sêgoşeya tîk de, bilindahiya girêdayî jenê, sêgoşeyê dike du parçeyên wekhev û her sêgoşeyek weke sêgoşeya resen e.**



Mînak: **Di teşeya li jêr de, em nirxê x bibînin:**



Her du sêgoşeyên ANB û ANC wekhev in, li gorî teoriya bingehîn di sêgoşeya tîk de.

Em rêjedarîbûna kenaran binivîsin:

$$\begin{matrix} NBA \\ NAC \end{matrix} \Longrightarrow \frac{NB}{NA} = \frac{BA}{AC} = \frac{NA}{NC}$$

$$\Longrightarrow \frac{4}{6} = \frac{BA}{AC} = \frac{6}{2x+1}$$

Em rêjeyên yekem û sêyem bibin:

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{2x+1} \Longrightarrow 36 = 4\,(2x+1)$$

$$\Longrightarrow 9 = 2x + 1$$

$$\Longrightarrow 2x = 9 - 1 = 8$$

$$\Longrightarrow x = 4\ cm$$

Têbînî

1. Rêjeya dirêjahiyên derdorên her du sêgoşeyan yeksanî rêjeya wekheviya wan e.

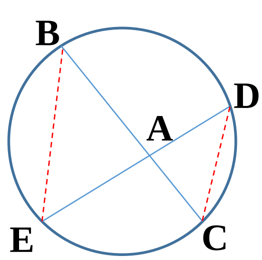
2. Rêjeya rûberên her du sêgoşeyan yeksanî dama rêjeya wekheviya wan e.

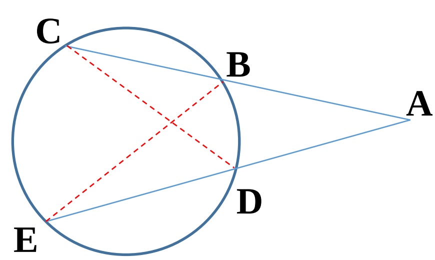
2- Pêkanînên wekheviyê di bazin de:

1. Teoriya du rastekbiran:

Teorî

Heger her du jenên CB û ED di xala A de, hevbirîn bin, wê demê: $AB \times AC = AD \times AE$





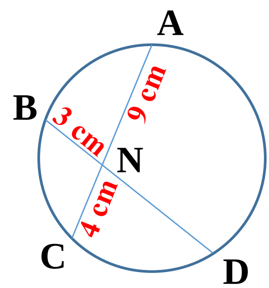
Heger em CD û BE bigihînin hev, em dibînin ku her du sêgoşeyên CDA û EBA wekhev in (çima?), wê demê:

$$\left.\begin{matrix} EBA \\ CDA \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \frac{EB}{CD} = \frac{BA}{DA} = \frac{EA}{CA}$$

Em rêjeyên duyem û sêyem bibin:

$$\frac{BA}{DA} = \frac{EA}{CA} \Longrightarrow BA \times CA = DA \times EA$$

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em dirêjahiya ND bibînin:**



Li gorî teoriya du rastekbiran:

$$NA \times NC = NB \times ND$$

$$9 \times 4 = 3 \times ND$$

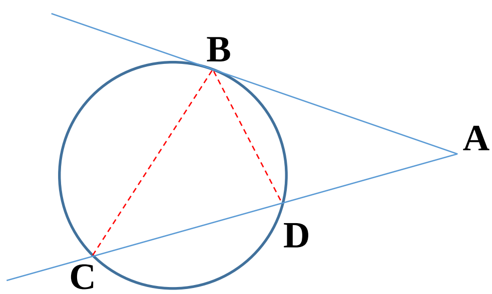
$$36 = 3ND$$

$$\Longrightarrow ND = \frac{36}{3} = 12\ cm$$

2. Teoriya rastekbir û pêvekê:

Teorî

Heger A xeleke derveyî bazin be, AB pêveka bazin di xala B de, be û AC rastekbira bazin di C û D de, be wê demê: $AB^2 = AD \times AC$



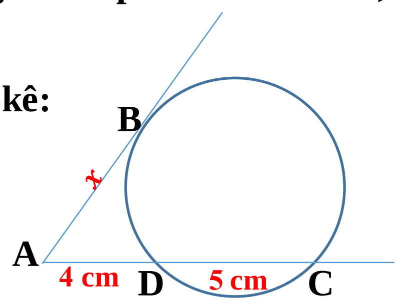
Heger em BC û BD bigihînin hev, em dibînin ku her du sêgoşeyên ACB û ABD wekhev in (çima?), wê demê:

$$\left.\begin{matrix} ABD \\ ACB \end{matrix}\right\} \Longrightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CB} = \frac{AD}{AB}$$

Em rêjeyên yekem û sêyem bibin:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} \Longrightarrow AB^2 = AD \times AC$$

Mînak: Di teşeya li jêr de, heger AB pêveka bazin be, em nirxê x bibînin:



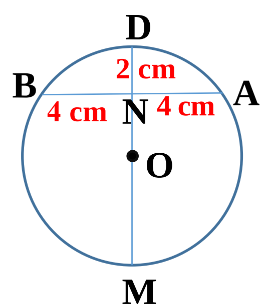
Li gorî teoriya rastekbir û pêvekê:

$$AB^2 = AD \times AC$$

$$x^2 = 4 \times 9$$

$$x^2 = 36 \Longrightarrow x = 6\ cm$$

Pêkanîn: Di teşeya li jêr de, em nîveşkêla bazin bibînin:



Li gorî teoriya du rastekbiran:

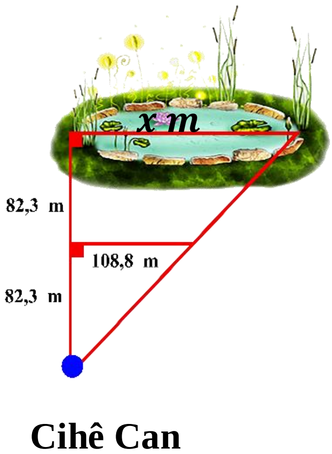
$$ND \times \mathrm{NM} = NA \times NB$$

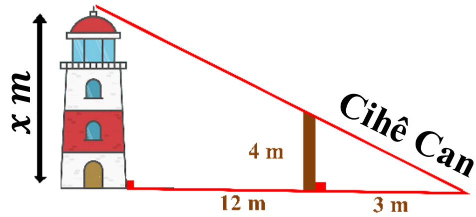
$$2 \times (2r - 2) = 4 \times 4$$

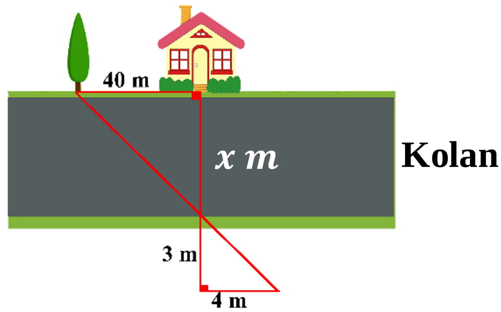
$$4r - 4 = 16 \Rightarrow 4r = 20 \Rightarrow r = 5\ cm$$

HÎNDARÎ

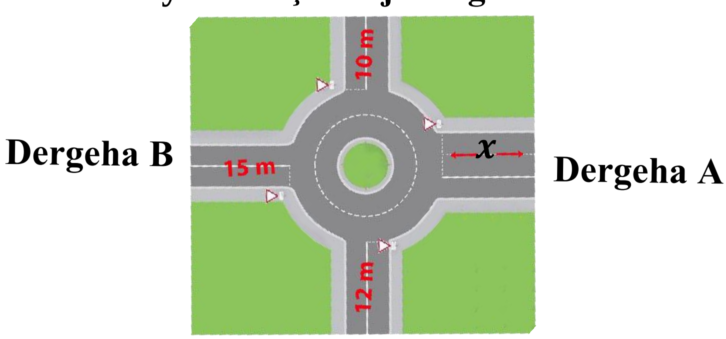
1. Em nirxê *x* di teşeyên li jêr de, bibînin:





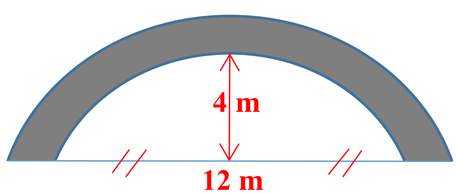


2. Di gulîstaneke bazinî de, du rê li cem avweşînkê digihêjine hev. Em durahiya avweşînkê ji dergeha A bibînin:

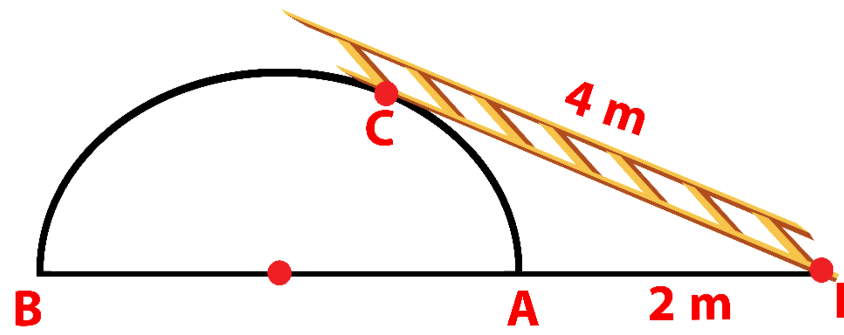


3. Nefeqên bazinî vedibin ji bo hêsankirina tevgera tirimbêl û siwareyan û ji bo aloziya tirafîkê çênebe.

Heger bilindahiya kevana li ser nîveka nefeqê 4 m be, dirêjahiya nîveşkêla nefeqê bazinî wekî di teşe de, çi ye?



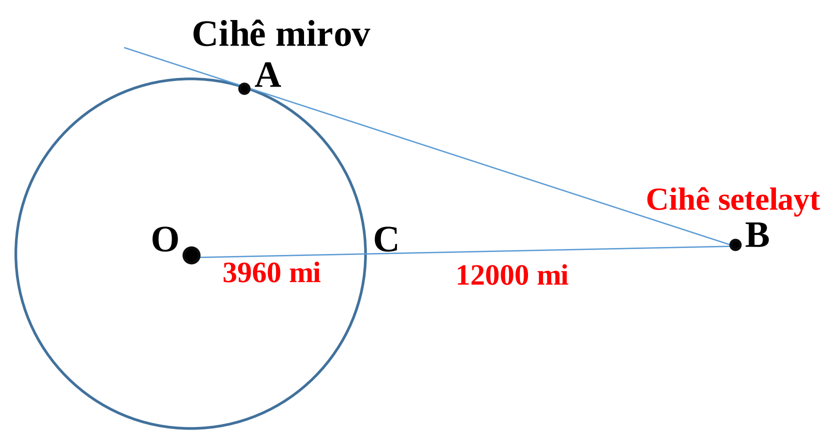
4. Di teşeya li jêr de, em nîveşkêla bazin bibînin



5. Di teşeya li jêr de, heger em bizanin ku mirovek li ser ruyê erdê setelaytê dibîne li derdora erdê dizivire û xêzika di navbera setelaytê û mirov de, pêveka goga zemînê be, em dirêjahiya di navbera mirov û setelaytê de, bibînin.

Alîkarî:

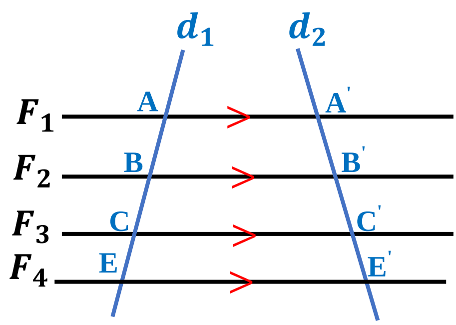
$$1\ mi = 1.6093\ km$$



WANEYA DUYEM: TEORIYA TALIS

1- Teoriya talis:

Teorî | **Heger du rastekan gelek rastekên rastênhev bibire, wê demê dirêjahiyên parçeyên li ser rastekbirîneke çêbûyî bi dirêjahiyên parçeyên li ser rastekbirîna din çêbûyî rêjedariyekê çêdike.**



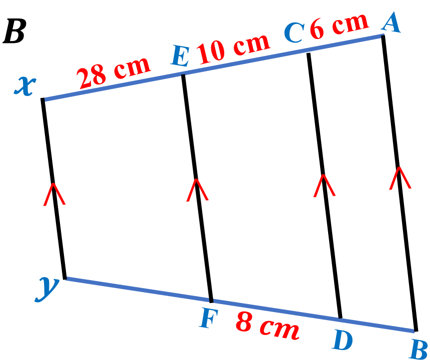
Em dibînin ku:

$F_1 // F_2 // F_3 // F_4$

d_1 , d_2 **du rastekbirên rastekan e.**

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CE}{C'E'} = \frac{AE}{A'E'}$$

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em BD û Fy bibînin:**



Ji ber ku: $xy // EF // CD // AB$

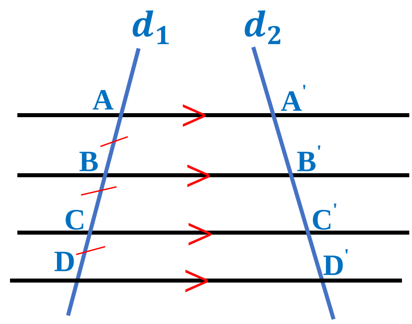
Wê demê: $\frac{AC}{BD} = \frac{CE}{FD} = \frac{Ex}{Fy}$

$$\Longrightarrow \frac{6}{BD} = \frac{10}{8} = \frac{28}{Ny}$$

$$\frac{6}{BD} = \frac{10}{8} \Longrightarrow BD = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10} = 4.8\ cm$$

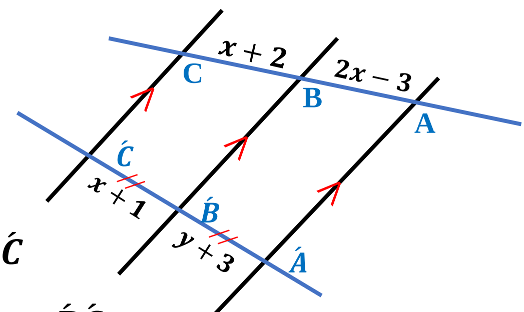
$$\frac{10}{8} = \frac{28}{Ny} \Longrightarrow \mathrm{N}y = \frac{8 \times 28}{10} = \frac{224}{10} = 22.4\ cm$$

Rewşeke taybet: **Heger rastekên rastênhev li ser rastekbira yekem parçeyên yeksan nîşan kir, wê demê li ser rastekbireke din jî parçeyên yeksan nîşan dike.**



Heger AB = BC = CD be, wê demê: A'B' = B'C' = C'D'

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em nirxê x , y bibînin:**



Ji ber ku: $A\acute{A}//B\acute{B}//C\acute{C}$

Di heman demê de: $\acute{A}\acute{B} = \acute{B}\acute{C}$

$\Longrightarrow$ **AB = BC**

$$2x - 3 = x + 2$$

$$2x - x = 2 + 3 \Longrightarrow x = 5$$

$$\acute{A}\acute{B} = \acute{B}\acute{C} \Longrightarrow \acute{A}\acute{B} = \acute{B}\acute{C}$$

Lê belê: $x = 5$

$$y + 3 = 5 + 1$$

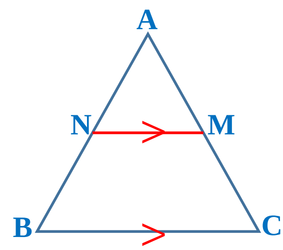
$$y = 6 - 3 \Longrightarrow y = 3$$

Teoriya talis di sêgoşeyê de:

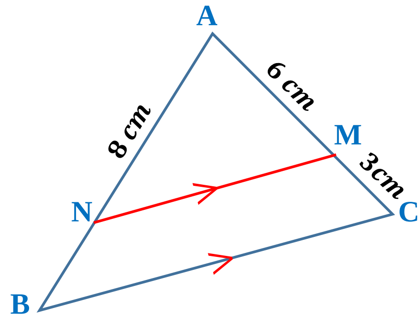
Teorî	Rasteka rastênhevî kenarekî sêgoşeyekê û di sergoşeya beramberî wê re neçe, li ser her du kenarên din an jî dirêjbûnên wan parçeyên beramber ku dirêjahiyên wan rêjedariyan çêdikin, nîşan dike.

ABC sêgoşeyeke ku $NM//BC$

Em dikarin $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC}$ yan jî $\frac{AN}{AM} = \frac{NB}{MC}$ binivîsin.



Mînak 1: Di teşeya li jêr de, em dirêjahiya NB bibînin:

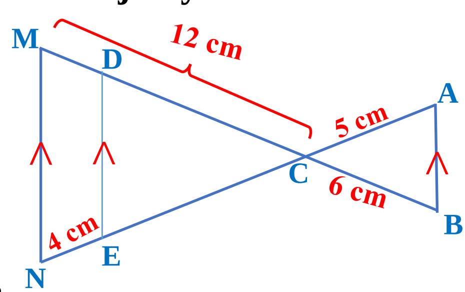


Di sêgoşeya ABC de: $NM//BC$

$$\Rightarrow \frac{AN}{AM} = \frac{NB}{MC}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{NB}{3} \Rightarrow NB = \frac{8\times3}{6} = \frac{24}{6} = 4\ cm$$

Mînak 2: Di teşeya li jêr de, em dirêjahiyên NC û MD bibînin:



Li gorî talis di sêgoşeyê de:

$$\frac{CA}{CN} = \frac{CB}{CM} \Rightarrow \frac{5}{CN} = \frac{6}{12}$$

$$\Rightarrow CN = \frac{5\times12}{6} = \frac{60}{6} = 10\ cm$$

Di sêgoşeya CMN de: $DE//MN$

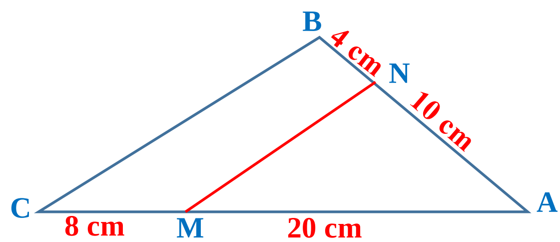
$\Rightarrow$ Li gorî talis di sêgoşeyê de:

$$\frac{MD}{MC} = \frac{NE}{NC} \Rightarrow \frac{MD}{12} = \frac{4}{10} \Rightarrow MD = \frac{12\times4}{10} = \frac{48}{10} = 4.8\ cm$$

Vajiya teoriya talis, di sêgoşeyê de:

Teorî — **Heger rastekek li ser du kenarên sêgoşeyekê yan jî dirêjbûnên wan parçeyên beramber ku dirêjahiyên wan rêjedariyan çêdike, nîşan kir, wê demê ev rastek rastênhevî kenarê sêyem e.**

Mînak: **Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku $NM//BC$**

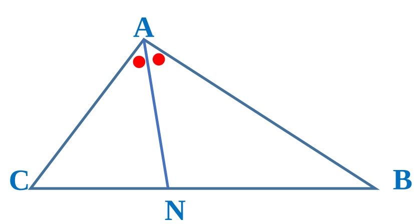


$$\left.\begin{aligned}\frac{AN}{AM}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}\\ \frac{NB}{MC}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{AN}{AM}=\frac{NB}{MC}$$

$\Rightarrow$ $NM//BC$ **li gorî vajiya talis di sêgoşeyê de**

Nîveka goşeyê û parçeyên rêjedareyî:

Teorî — **Nîveka hundirîn a goşeyeke sêgoşeyekê, kenarê beramberî xwe bi rêjeyeke yeksanî rêjeya dirêjahiyên her du kenarên din parve dike.**



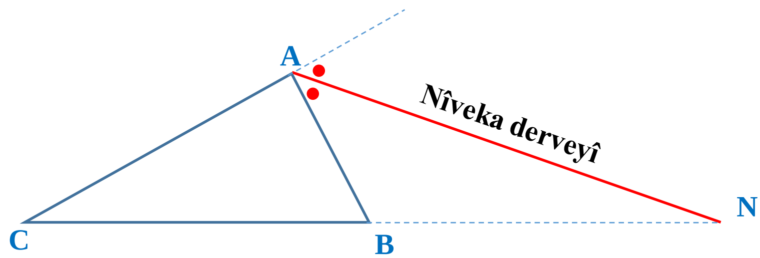
Em dibînin ku ABC sêgoşeyeke ku AN nîveka hundirîn a goşeya A ye.

Em dikarin $\frac{NB}{NC}=\frac{AB}{AC}$ binivîsin

Di heman demê de, di sêgoşeya ABC de, heger AN kenarê BC bibire û $\frac{NB}{NC} = \frac{AB}{AC}$ be, wê demê AN nîveka hundirîn a goşeya A ye.

Têbînî

Ev teorî û vajiya wê, di rewşa nîveka derveyî de, ya goşeyeke sêgoşeyekê dimîne rast.

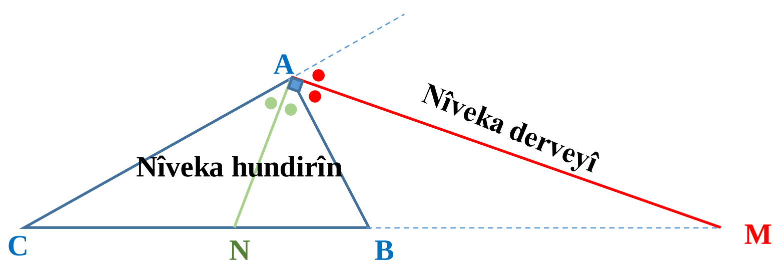


ABC sêgoşeyeke ku AN nîveka derveyî ya goşeya A ye.

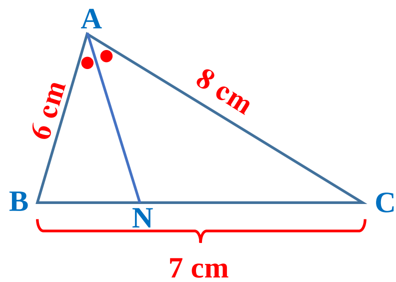
Em dikarin $\frac{NB}{NC} = \frac{AB}{AC}$ binivîsin.

Encam

Nîvekên hundirîn û yên derveyî yên goşeyekê, hevtîk in.



Mînak 1: ABC sêgoşeyeke ku AN nîveka hundirîn a goşeya A ye, em dirêjahiyên NC û NB bibînin:



Ji ber ku AN nîveka hundirîn a goşeya A ye, wê demê:

$$\frac{NC}{NB} = \frac{AC}{AB} \Longrightarrow$$ **li gorî taybetiyên rêjedariyê:**

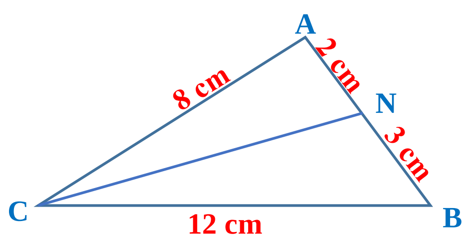
$$\frac{NC}{NB} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{NC}{NB+NC} = \frac{8}{6+8}$$

$$\frac{NC}{7} = \frac{8}{14} \Longrightarrow NC = \frac{7\times 8}{14} = 4\ cm$$

$\Longrightarrow$ **NB = 7 – 4 = 3 cm**

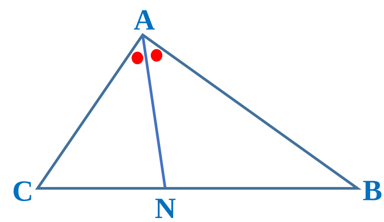
Mînak 2: Di teşeya li jêr de, em tekez bikin ku CN nîveka hundirîn a goşeya C ye.



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{NA}{NB} = \dfrac{2}{3} \\ \dfrac{CA}{CB} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{NA}{NB} = \frac{CA}{CB}$$

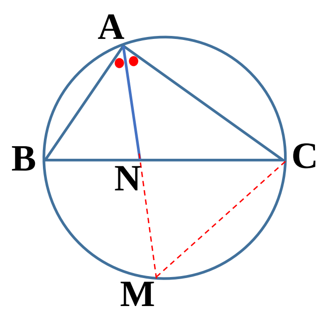
$\Longrightarrow$ **CN nîveka hundirîn a goşeya C ye.**

Teorî **Ji bo hesabkirina dirêjahiya nîveka hundirîn û derveyî ya goşeyeke sêgoşeyekê, em vê têkiliyê bi kar bînin:** $AN = \sqrt{AC \times AB - NC \times NB}$



Kar:

Em bazinekî ku di sergoşeyên sêgoşeya ABC re biçe, xêz bikin û AN dirêj bikin, wê demê bazin di M de, dibire û piştre em C û M bigihêjînin hev.



Her du sêgoşeyên ABN û AMC wekhev in, çima?

Ji wekheviyê em dibînin ku:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AB}{AM} \Longrightarrow AN \times AM = AC \times AB$$

$$AN \times (AN + NM) = AC \times AB$$

$$AN^2 + AN \times NM = AC \times AB$$

$$AN^2 = AC \times AB - AN \times NM$$

Lê belê, li gorî teoriya du rastekbiran:

$$AN \times NM = NC \times NB$$

$$AN^2 = AC \times AB - NC \times NB$$

$$AN = \sqrt{AC \times AB - NC \times NB}$$

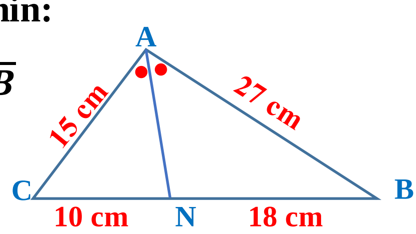
Mînak: ABC sêgoşeyeke ku AN nîveka hundirîn a goşeya A ye, em dirêjahiya AN bibînin:

$$AN = \sqrt{AC \times AB - NC \times NB}$$

$$= \sqrt{15 \times 27 - 10 \times 18}$$

$$= \sqrt{405 - 180}$$

$$AN = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$



2- Pêkanînên rêjedariyê di bazin de:

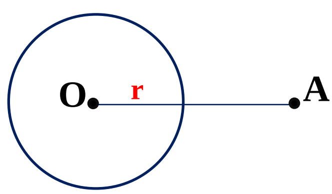
Hêza xalekê:

Pênase

Hêza xala A li gorî navenda bazinekî (O) yê ku dirêjahiya nîveşkêla wî (r) ye, hejmareke rast e û bi sembola $F_O(A)$ tê nîşankirin li gorî ku: $F_O(A) = AO^2 - r^2$

Têbînî:

1. Heger $F_O(A) > 0$ be, wê demê xala A li derveyî bazin e.



2. Heger $F_O(A) = 0$ be, wê demê xala A li ser bazin e.

3. Heger $F_O(A) < 0$ be, wê demê xala A di hundirê bazin de ye.

Mînak: Em cihê xalên A, B, C li gorî navenda bazinê ku dirêjahiya nîveşkêla wî 5 cm ye nîşan bikin, di rewşên li jêr de:

1) $F_O(A) = 11$, 2) $F_O(B) = 0$, 3) $F_O(N) = -16$

Piştre durahiya her xalekê ji navenda bazin bibînin.

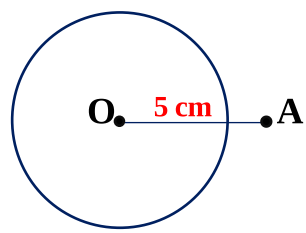
1) $F_O(A) = 11 > 0 \Rightarrow A$ **li derveyî bazin e.**

$$F_O(A) = OA^2 - r^2 \Rightarrow 11 = OA^2 - 25$$

$$\Rightarrow OA^2 = 11 + 25$$

$$\Rightarrow OA^2 = 36$$

$$\Rightarrow OA = 6\ cm$$

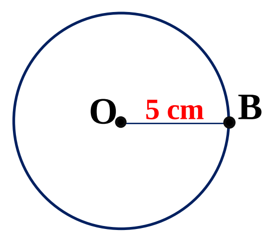


2) $F_O(B) = 0 \Rightarrow B$ **li ser bazin e.**

$$F_O(B) = BO^2 - r^2 \Rightarrow 0 = BO^2 - 25$$

$$\Rightarrow BO^2 = 25$$

$$\Rightarrow BO = 5cm$$



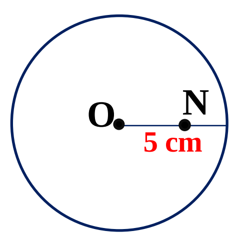
3. $F_O(N) = -16 \Rightarrow N$ **di hundirê bazin de ye.**

$$F_O(N) = NO^2 - r^2 \Rightarrow -16 = NO^2 - 25$$

$$\Rightarrow NO^2 = -16 + 25$$

$$\Rightarrow NO^2 = 9$$

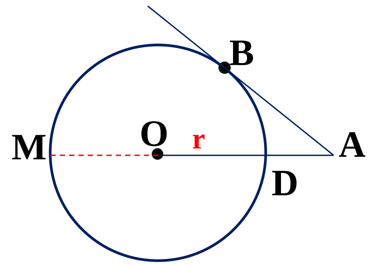
$$\Rightarrow NO = 3$$



Têbînî: Heger xala A li derveyî bazinê C (O , r) be, wê demê:

$F_O(A) = AO^2 - r^2$

Em pêveka AB xêz bikin:



$$F_O(A) = (OA - r)(OA + r)$$

$$= AD \times AM = AB^2$$

Dirêjahiya pêveka bazinê C(O , r) ya ji xala A xêzkirî ev e:

$$AB = \sqrt{F_O(A)}$$

Pîvana goşeya ji hevbirîna rastekbirek û pêvekekê yan jî du pêvekan di bazin de, çêbûyî

Heger em ji xaleke derveyî bazin rastebir û pêvekekê an jî du pêvekan jê re xêz bikin, wê demê goşeya hevbirîna wan yeksanî nîvê ferqa pozîtîv di nvbera pîvanên her du kevanên beramberî wan in.

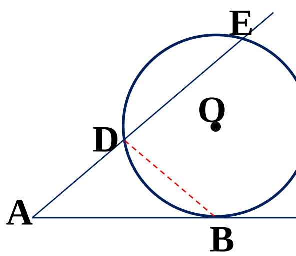
1. Di rewşa rastekbir û pêvekekê de:

$E\hat{D}B$ goşeyeke derveyî di sêgoşeya ADB de ye:

$$\hat{A} = E\hat{D}B - D\hat{B}A$$

$$= \frac{1}{2}\overset{\frown}{BE} - \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}$$

$$= \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BE} - \overset{\frown}{BD})$$



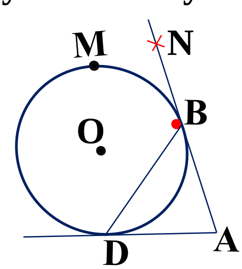
2. Di rewşa du pêvekan de

$N\hat{B}D$ goşeyeke derveyî di sêgoşeya ABD de ye:

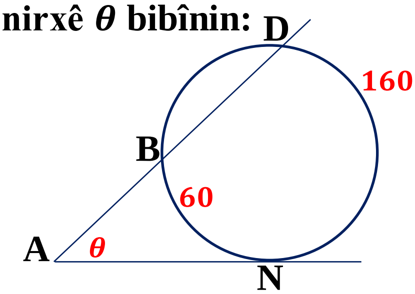
$$\hat{A} = N\hat{B}D - B\hat{D}A$$

$$= \frac{1}{2}\overset{\frown}{BMD} - \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}$$

$$= \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BMD} - \overset{\frown}{BD})$$



Mînak 1: Di teşeya li jêr de, em nirxê $\boldsymbol{\theta}$ bibînin:



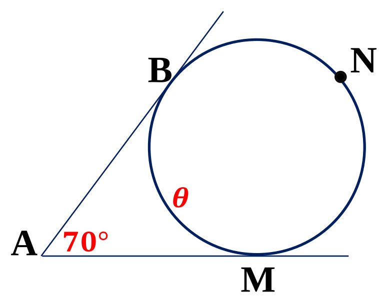
$$\hat{A} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DN} - \overset{\frown}{BN})$$

$$= \frac{1}{2}(160 - 60)$$

$$= \frac{1}{2}(100) = 50$$

$$\Longrightarrow \theta = 50^\circ$$

Mînak 2: Di teşeya li jêr de, em nirxê $\boldsymbol{\theta}$ bibînin:



$$\hat{A} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{MNB} - \overset{\frown}{MB})$$

$$70 = \frac{1}{2}(360 - \theta - \theta)$$

$$70 = \frac{1}{2}(360 - 2\theta)$$

$$140 = 360 - 2\theta$$

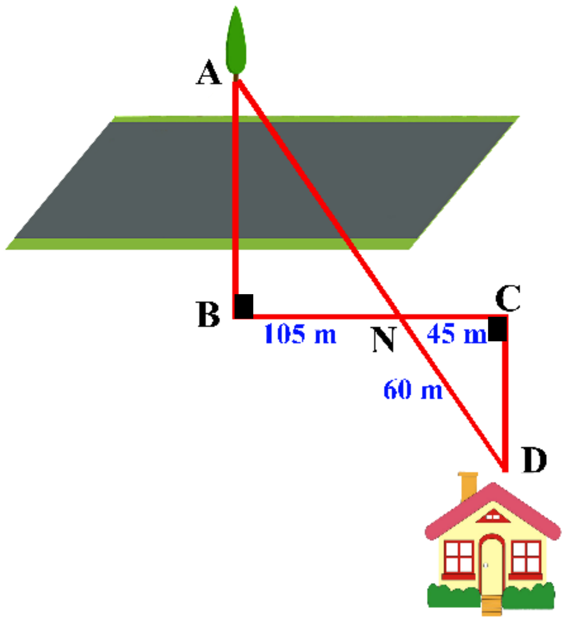
$$2\theta = 360 - 140$$

$$2\theta = 220$$

$$\theta = \frac{220}{2} = 110^\circ$$

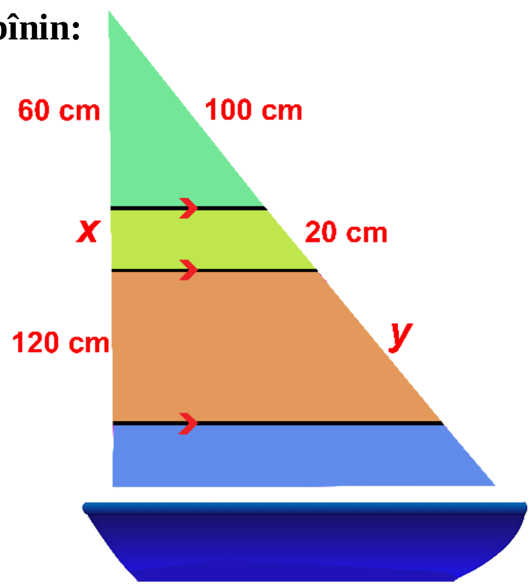
HÎNDARÎ

1. Ji bo nîşankirina cihê A, endeziyarekî pîvan çêkir û çemaya li jêr amade kir, em durahiya cihê A ji cihê D bibînin:



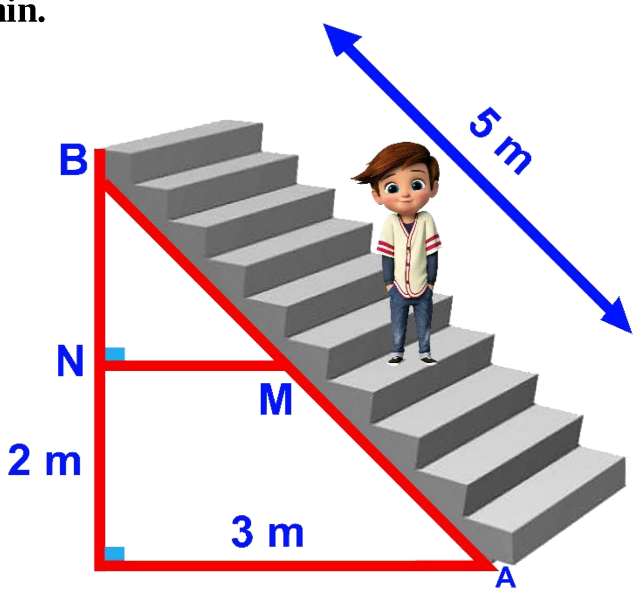
2. Babira gemiyeke babirî ji parçeyên caw ên rastênhev hatine dirûtin, pêk tê weke di teşe de.

Em dirêjahiyên *x* , *y* bibînin:



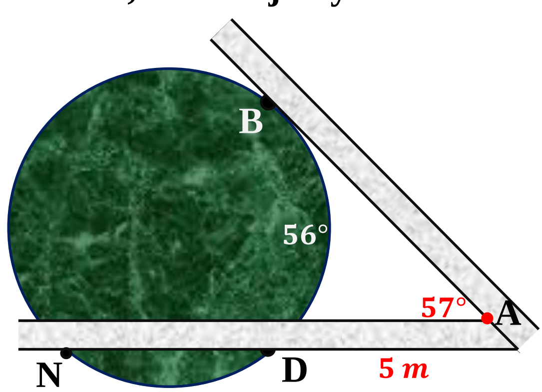
3. AB pêlekaneke ku dirêjahiya wê 5 m ye, aliyê wê yê jorîn B pala xwe daye dîwar û aliyê jêrîn A pala xwe deye erdeke asoyî û zivir.

Heger durahiya aliyê jêrîn ji dîwar 3 m be, em dirêjahiya ku zarokek li ser pêlekanê berbijor diçe ji bo 2 m ji erdê bilind be, bibînin.



4. Teşeya li jêr gulistaneke bazinî ye, du peyarê tê de, hatin çêkirin li gorî ku peyarêyek li derveyê gulistanê di xala B de pê ve dibe û ya din jî gulistanê di her du xalên D û N de dibire û her du peyarêyên di xala A de, digihêjin hev.

Heger $F_O(A) = 100$ be, em dirêjahiyên AB û ND û pîvana NB bibînin.



BEŞA SÊYEM: SÊGOŞE

1. GOŞE Û MENÊN PÎVANA WÊ
2. FONKISYONÊN SÊGOŞEYÎ
3. GIRAFÎKA FONKISYONÊN SÊGOŞEYÎ
4. TÊKILIYÊN BINGEHÎN DI RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ DE
5. PÊKANÎNÊN SÊGOŞEYAN

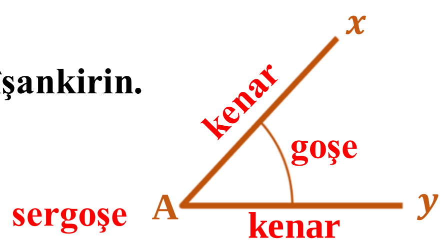
WANEYA YEKEM: GOŞE Û MENÊN PÎVANA WÊ

1- Goşeya tîrkirî:

Me di qonaxa navîn de, goşe nas kiriye û dîtiye ku goşe ew teşeya ji gihaştina du nîvrastekan çêdibe.

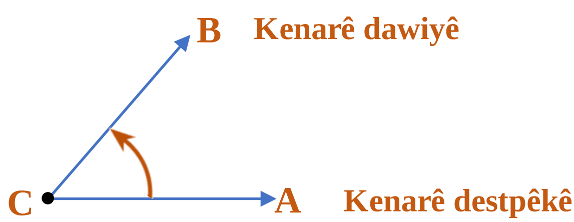
Her du nîvrastek bi xalekê hevbeş in û bi navê sergoşeya goşeyê tê naskirin.

Goşe bi sembola $\widehat{xAy}$ tê nîşankirin.



Pênaseya goşeya tîrkirî:

Pênase	Teşeya ji gihaştina du tîran çêdibe li gorî ku ji wan re heman xala destpêkê hebe bi navê sergoşeya goşeyê tê naskirin û her du tîr kenarên goşeyê ne.



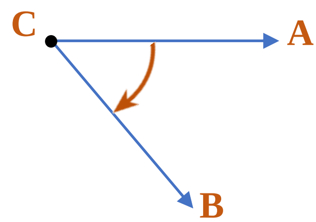
Goşeya $A\widehat{C}B$ bi sembola $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)$ tê nîşankirin.

- Em ji $\overrightarrow{CA}$ re dibêjin kenara desypêkê ya goşeyê.

- Em ji $\overrightarrow{CB}$ re dibêjin kenara dawiyê ya goşeyê.

- Li gorî zivirandina kenara destpêkê ya goşeyê, ji goşeya tîrkirî re pîvaneke negetîv an jî pozîtîv heye.

- Di teşeya çûyî de, pîvana goşeya tîrkirî pozîtîv e ji ber ku kenara destpêkê $\overrightarrow{CA}$ vajî zivirandina tîrên demjimêrê dizivire ji bo bigihêje kenara dawiyê $\overrightarrow{CB}$



- Pîvana goşeya tîrkirî negetîv e ji ber ku kenara destpêkê $\overrightarrow{CA}$ heman zivirandina tîrên demjimêrê dizivire ji bo bigihêje kenara dawiyê $\overrightarrow{CB}$

Pîvana goşeyê:

Goşe bi menên pîvanê yên cuda tên pîvan, ên herî girîng pîvana şêstî û pîvana bazinî.

1. Pîvana şêstî ya goşeyê:

Bazin li 360 kevanên yeksan parve dibe ku pîvana her kevanekê pileyek e û bi sembola $(1)^{\circ}$ tê nîşankirin.

Pile jî li 60 parçeyê tê parvekirin û her parçeyek bi navê xulekjimêr tê naskirin û bi sembola $(1)'$ tê nîşankirin.

Xulekjimêr jî li 60 parçeyê tê parvekirin û her parçeyek bi navê çirkejimêr tê naskirin û bi sembola $(1)''$ tê nîşankirin.

Ango: $1^{\circ} = 60'$ û $1' = 60''$

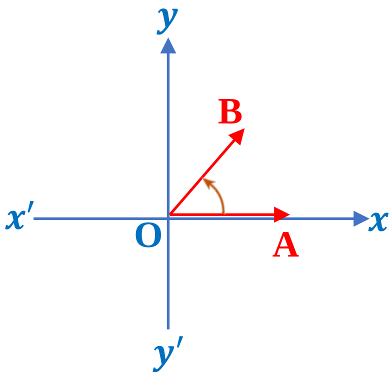
Mînak 1: Goşeya ku pîvana wê 75 pile, 45 xulek û 15 çirke bi vê awayî tê nivisîn: $75^{\circ}\ 45'\ 15''$

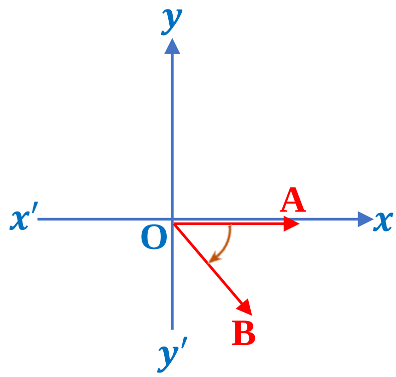
Mînak 2: Goşeya tîkî yeksanî 90°

Goşeya rastekî yeksanî 180°

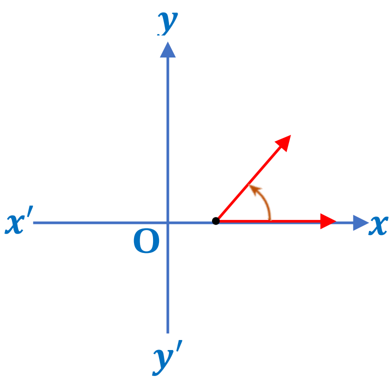
Têbînî

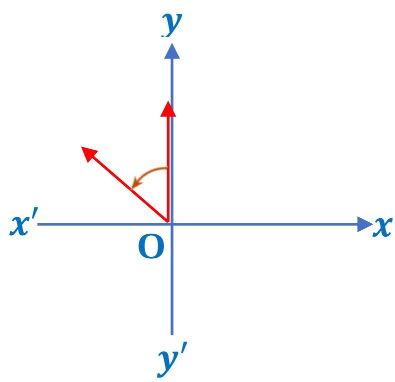
Dema sergoşeya goşeyê di xala navendê de be û kenara wê ya destpêkê di aliyê pozîtîv yê tewareya $x'x$ be, wê demê goşe di rewşa pîvanî de ye.

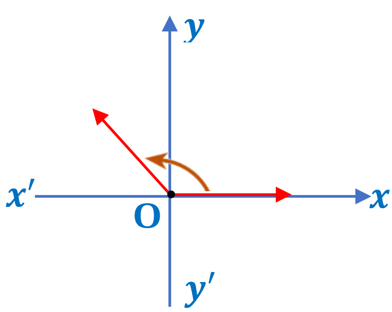


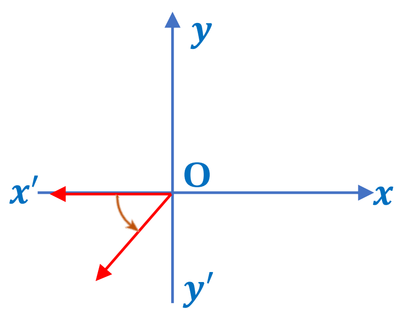


Rahênan 1: **Kîjan goşeyên tîrkirî yên li jêr di rewşa pîvanî de ye? Çima?**

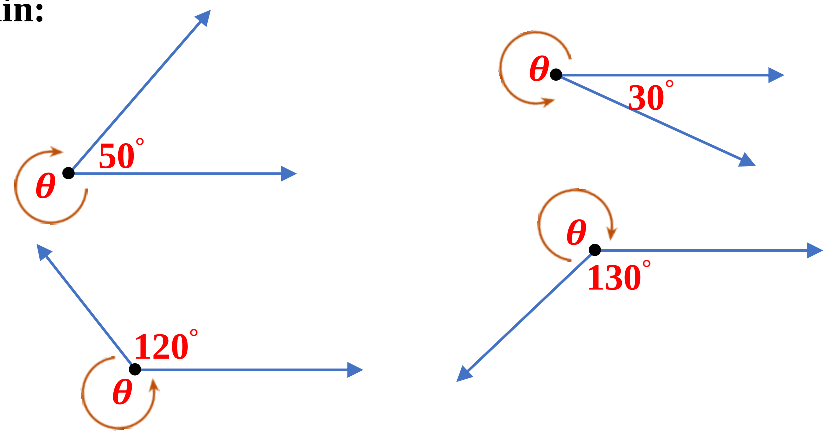






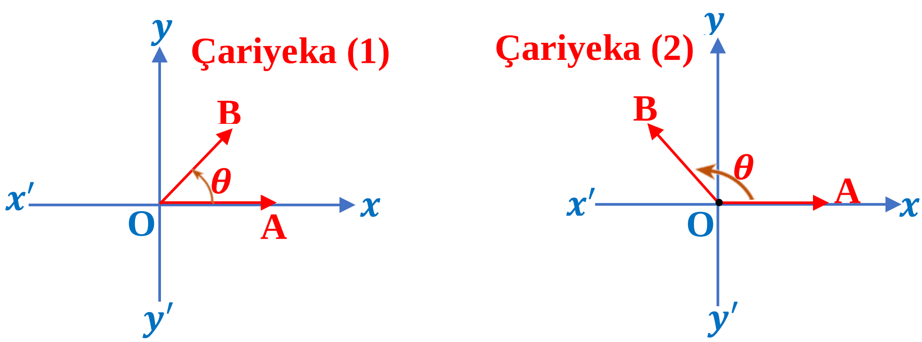


Rahênan 2: Em pîvana goşeya tîrkirî θ di her teşeyekê de, bibînin:

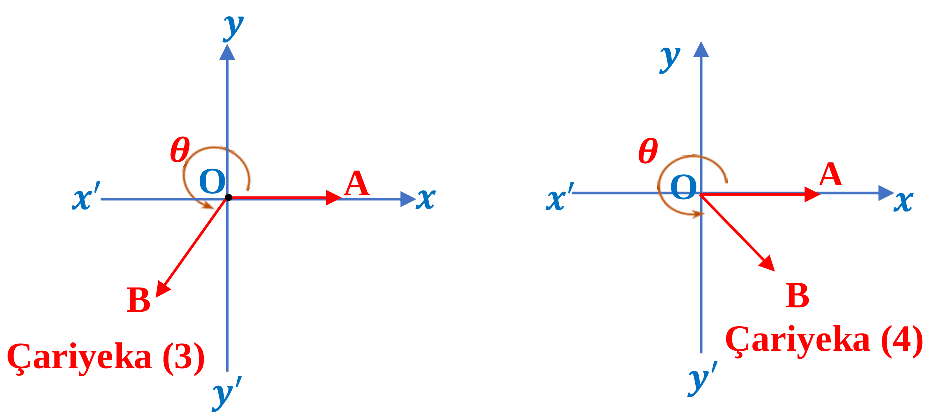


Nîşankirina cihê goşeya tîrkirî di kordînatê de:

Heger $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ goşeyeke tîrkirî be di rewşa pîvanî de û pîvana wê ya pozîtîv θ be, wê demê kenara dawiyê $\overrightarrow{OB}$ belkî di çariyeke ji çariyekên li jêr de be.



$0^\circ < \theta < 90^\circ$ $\quad$ $90^\circ < \theta < 180^\circ$



$180^\circ < \theta < 270^\circ$ $\quad$ $270^\circ < \theta < 360^\circ$

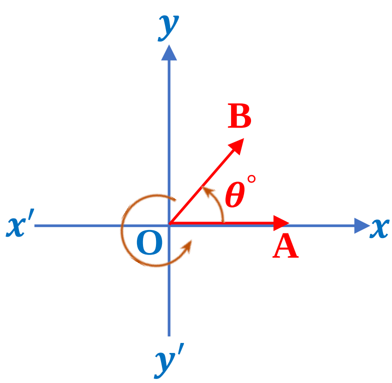
Têbînî (1)

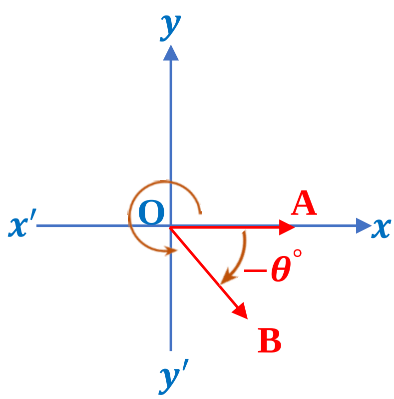
Heger kenara dawiyê $\overrightarrow{OB}$ ya goşeya tîrkirî li ser tewareyekê be, di vê rewşê de, bi navê goşeya çariyekeyî tê naskirin û pîvana wê 0° yan 90° yan 180° yan 270° yan jî 360° ye.

Têbînî (2)

Heger (θ°) pîvana pozîtîv a goşeyeke tîrkirî be, wê demê pîvana negetîv jê re $(\theta - 360^{\circ})$ ye.

Heger $(-\theta^{\circ})$ pîvana negetîv a goşeyeke tîrkirî be, wê demê pîvana pozîtîv jê re $(360^{\circ} - \theta)$ ye.





Mînak 1: Em pîvana negetîv ji goşeya (200°) re bibînin:

$$200 - 360 = -160^{\circ}$$

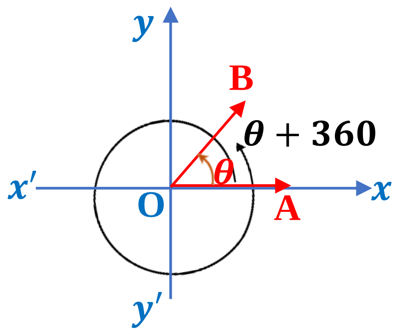
Mînak 2: Em pîvana pozîtîv ji goşeya (-210°) re bibînin:

$$360 - 210 = 150^{\circ}$$

Têbînî

Dema xêzkirina goşeyeke tîrkirî ku pîvana wê θ be di rewşa pîvanî de, wê demê hejmareke bêdawî ya pîvanan ji vê goşeyê heye bi vî awayî tê nivisîn:
$\theta + n \times 360^{\circ} \quad : \; n \in \mathbb{Z}$

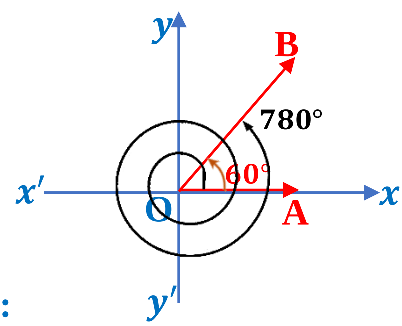
Mînak 1: Em dibînin ku ji her du goşeyên θ° û $\theta^{\circ}+360^{\circ}$ heman kenara destpêkê heye $\Longrightarrow$ her du goşe hember in.



Mînak 2: Em her du goşeyên 60° û 780° xêz bikin.

Her du goşe hember in? çima?

Erê hember in, ji ber ku ji her du goşeyên 60° û 780° re heman kenara destpêkê ye piştî du dewreyan.



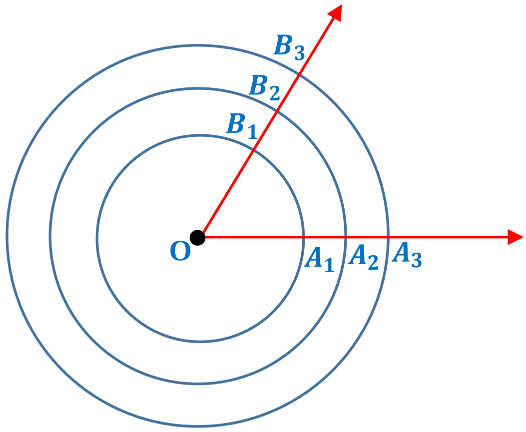
2. Pîvana bazinî:

Ev pîvan bi dirêjahiya kevanê di bazin de, yê ku goşeya navendî wê nîşan dike, çêdibe.

Heger em çend bazinên heman navend xêz bikin, em dibînin ku rêjeya dirêjahiya kevanê, ango goşeya navendî li nîveşkêla bazinê wê qasiyeke neguhêr e.

$$\frac{A_1B_1}{OA_1}=\frac{A_2B_2}{OA_2}=\frac{A_3B_3}{OA_3}= \text{qasiyeke neguhêr}$$

Em ji vê qasiya neguhêr re dibêjin pîvana bazinî ji goşeyê re.

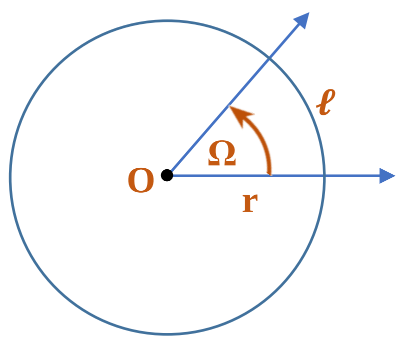


Ango: **Pîvana bazinî ya goşeyeke teng di bazinekî de, yeksanî**

$\dfrac{\boldsymbol{Dirêjiya\ kevana\ ku\ ev\ goşe\ wê\ nîşan\ dike}}{\boldsymbol{Dirêjiya\ nîveşkêla\ vî\ bazinî}}$ **ye.**

Pîvana bazinî bi sembola Ω tê nîşankirin.

Heger em dirêjahiya kevanê bi sembola ℓ û nîveşkêlê bi r nîşan bikin, wê demê: $\Omega = \frac{\ell}{r} \Longrightarrow \ell = \Omega\,.\,r$



Dema ku dirêjahiya kevanê yeksanî dirêjahiya nîveşkêla bazin dibe, em pîvanekê di sîstema pîvana bazinî de, bi dest dixin û bi navê radyan (Rad) tê naskirin.

Ango: $\Omega = \frac{\ell}{r} = 1$ **Rad**

Têbînî

Roger Cotes (Rocer Kotis) Birîtaniyayî ye, di sala 1714'an de radyan weke meneke pîvanê ya bazinî afirandiye û gelek pêkanînên wê di fîziya de, heye.

Pênase	Radyan, ew pîvana goşeyeke navendî ya ku kevanekê nîşan dike ku dirêjahiya wê yeksanî dirêjahiya nîveşkêla vî bazinî ye.

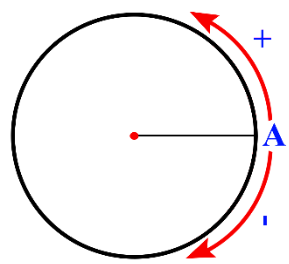
Heger pîvana goşeya navendî $\frac{5\pi}{12}$ be, em dirêjahiya kevanana beramberî wê li parçeya ji sedan a herî nêzîk girover bikin.

$$\ell = \Omega \,.\, r \implies \ell = \frac{5\pi}{12} \times 8 \implies \ell = 10.47 \text{ cm}$$

Bazinê tîrkirî:

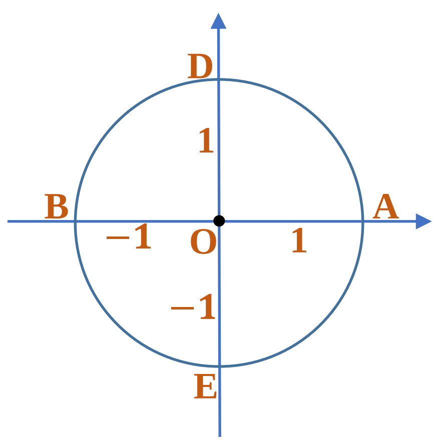
Bazinê ku li ser wê ev tişt hatin nîşankirin:

1) **A Xala destpêka kevanan e.**
2) **Aliyê zivirandinê**
3) **Mena pîvana goşe yan jî kevanan**



Bazinê sêgoşeyî:

Pênase	Bazinê sêgoşeyî, bazinekî tîrkirî ye, nîveşkêla wî mena pîvana dirêjahiyê ye û navenda wî navenda kordînatê ye.



Têkiliya di navbera pîvana şêstî û pîvana bazinî de, ji goşeyekê re:

Em dizanin ku pîvana goşeya navendî di bazinekî de, yeksanî pîvana kevana beramberî wê.

Heger pîvana goşeya navendî 360° be, wê demê dirêjahiya kevana wê $2\pi r$ ye.

Di bazinê sêgoşeyî de $r = 1 \implies 2\pi$ radyan di pîvana bazinî de, beramberî 360° di pîvana şêstî de ye.

Her wiha π radyan yeksanî 180° ye.

Encam

Heger pîvana bazinî ya goşeyekê Ω radyan û pîvana wê ya şêstî x° be, wê demê:

$$\frac{\Omega}{\pi} = \frac{x^{\circ}}{180^{\circ}} \implies x^{\circ} = \frac{\Omega \times 180^{\circ}}{\pi} \quad \text{yan jî} \quad \Omega = \frac{\pi \times x^{\circ}}{180^{\circ}}$$

Mînak 1: **Em goşeya 30° bikin pîvana bazinî:**

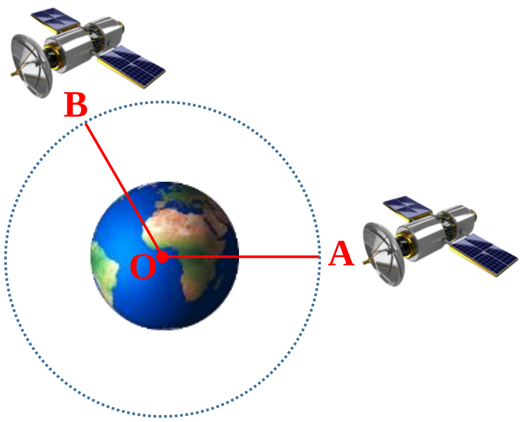
$$\Omega = \frac{\pi \times x^{\circ}}{180^{\circ}} \implies \Omega = \frac{\pi \times 30}{180} = \frac{\pi}{6}$$

Mînak 2: **Em goşeya $\frac{\pi}{4}$ bikin pîvana şêstî:**

$$x^{\circ} = \frac{\Omega \times 180^{\circ}}{\pi} \implies x^{\circ} = \frac{\frac{\pi}{4} \times 180}{\pi} = \frac{180}{4} = 45^{\circ}$$

Mînak 3: **Peykek ji bo weşîna tilivizyonê li derdora erdê bi teşeyeke bazinî di 3 saetan de, dizivire.**

Heger dirêjahiya nîveşkêla erdê 6 400 km be û durahiya peykekê ji ruyê erdê 2 600 km be, em dirêjahiya ku peykek di saetekê de, qut dike bibînin.



Heger ℓ dirêjahiya ku peykek di saetekê de, qut dike, wê demê durahiya peykekê ji navenda erdê:

6 400 + 2 600 = 9 000 km

Goşe bi pîvana bazinî $\frac{1}{3}$ ji dewreyeke tam e, ango $\frac{2\pi}{3}$ ye.

$$\ell = \Omega . r = \frac{2\pi}{3} \times 9\,000 \approx 18\,849 \text{ km}$$

Rahênan:

1. Em goşeyên li jêr bikin pile:

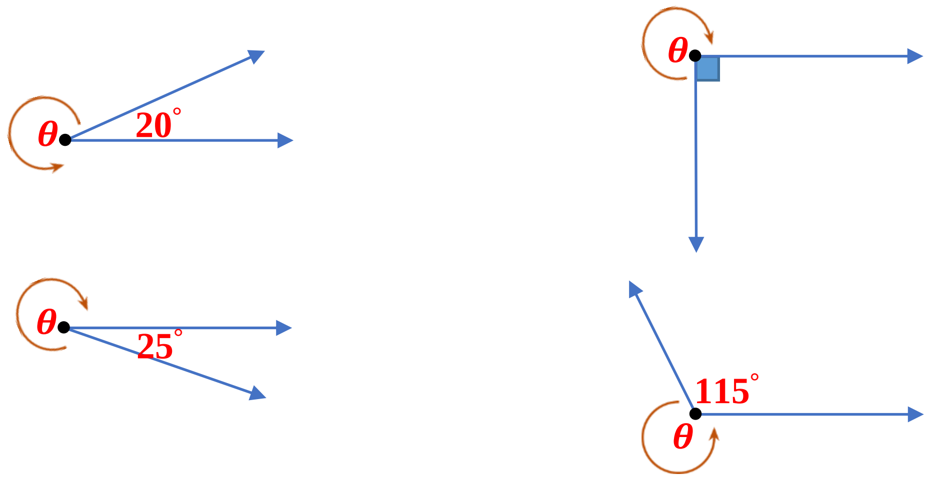
$\frac{7\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$

2. Em çariyeka ku goşe endamê wê ye, nîşan bikin:

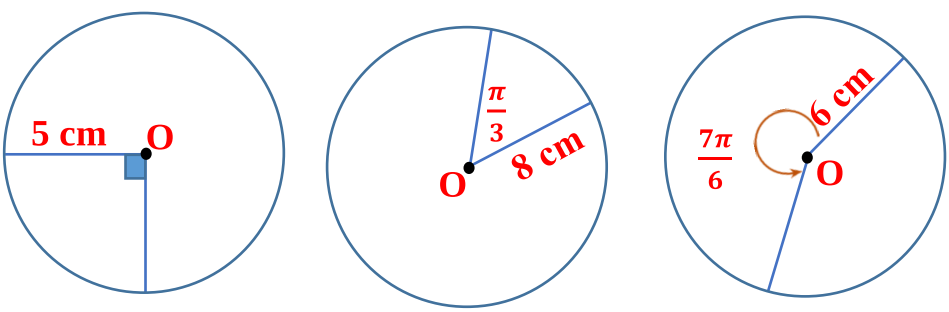
$\frac{-9\pi}{4}$, $\frac{31\pi}{6}$

HÎNDARÎ

1. Em pîvana goşeya θ di teşeyên li jêr de, bibînin:



2. Em dirêjahiya kevana beramberî goşeya navendî ya naskirî bibînin û li parçeya ji dehan a herî nêzîk girover bikin:

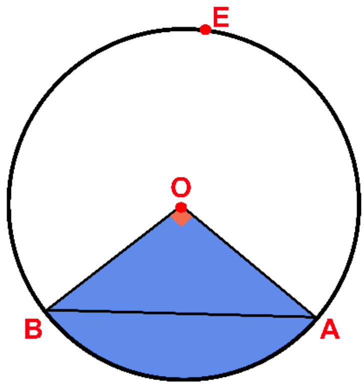


3. Em pîvana şêstiyî ji goşeya $\frac{3\pi}{4}$ bibînin.

4. Em dirêjahiya kevana bazinê ku nîveşkêla wî 15 cm ye û beramberî goşeya navendî ya ku pîvana wê 60° ye, bibînin.

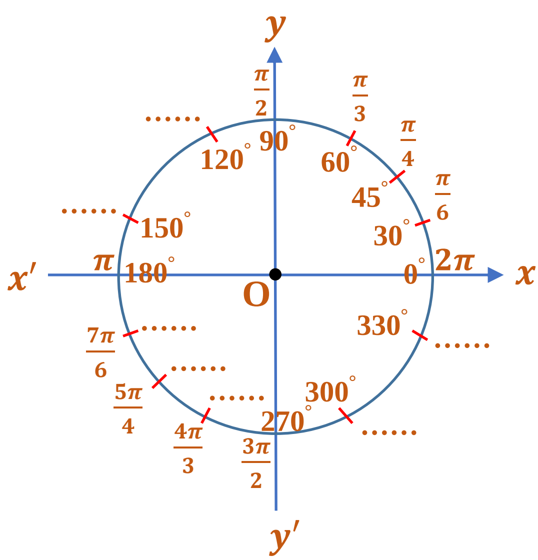
5. Di teşeya li jêr de, heger rûbera sêgoşeya OAB ya di O de, tîk 32 cm^2 be, em derdora teşeya rengkirî bibînin û encamê li hejmara tam a herî nêzîk girover bikin:

$(\pi = 3.14)$



6. Di teşeya li jêr de, hinek pîvanên goşeyên navdar in, hinek ji wan bi radyan û hineke din jî bi pile hatine nivisîn.

Em valahiyên di teşeyê de, bi pîvanên guncaw binivîsin.



WANEYA DUYEM: FONKISYONÊN SÊGOŞEYÎ

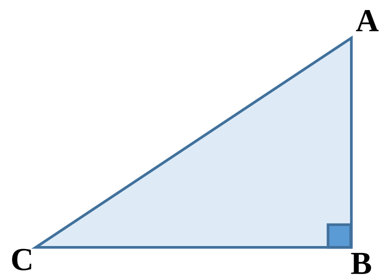
Me berê rêjeyên sêgoşeyî ji goşeya teng re nas kiriye.

Di sêgoşeya ABC ya di $\widehat{B}$ de, tîk em dibînin ku:

$$sin\ (C) = \frac{beramber}{jen} = \frac{AB}{AC}$$

$$cos\ (C) = \frac{c\hat{\imath}ran}{jen} = \frac{BC}{AC}$$

$$tan\ (C) = \frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} = \frac{AB}{BC}$$



Mînak: **Di teşeya li jêr de, em $sin\ A$, $cos\ A$, $tan\ A$**

Em dirêjahiya AC li gorî Pythagoras bibînin:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 64 + 36$

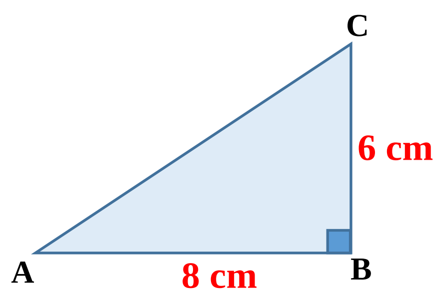
$= 100$

$\Longrightarrow AC = 10$

$$sin\ (A) = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$cos\ (A) = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$tan\ (A) = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



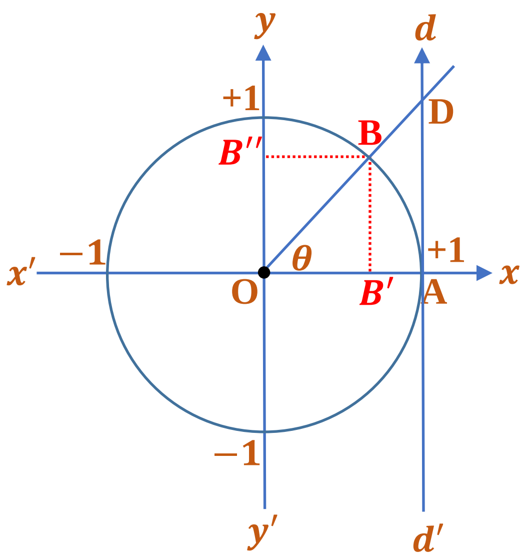
Fonkisyona sêgoşeyî:

1. Heger bazinekî sêgoşeyî hebe û pîvana goşeya $A\hat{O}B$, θ be.

Heger cotên rêzkirî yên xala $A(1\,,0)$ be û cotên rêzkirî yên xala $B(x\,,y)$ be:

- Em êxistina xala A li ser tewareya $x'x$ çêkin, wê demê em xala B' dibînin.

- Em êxistina xala B li ser tewareya $y'y$ çêkin, wê demê em xala B'' dibînin.



Di sêgoşeya BOB' de, em dibînin ku: $\cos\theta = \frac{OB'}{OB} = \frac{x}{1} = x$

Ango: $\cos\theta = x$ **ji ber vê yekê em ji tewareya $x'x$ re dibêjin tewareya $\cos\theta$**

Em dibînin ku rêjeya sêgoşeyî $\cos\theta$ ji goşeyekê re bi guhertina pîvana goşeya wê θ tê guhertin, ji ber vê yekê fonkisyoneke sêgoşeyî çêdibe û bi navê fonkisyona $\cos$ tê naskirin.

Ango: $\cos : \mathbb{R} \longrightarrow [-1\,,1] : \theta \longrightarrow \cos\theta$

2) $\boldsymbol{sin\ \theta = \frac{BB'}{OB} = \frac{y}{1} = y}$

$\boldsymbol{sin\ \theta = y}$ **ji ber vê yekê em ji tewareya $\boldsymbol{y'y}$ re dibêjin tewareya $\boldsymbol{sin\ \theta}$**

Rêjeya sêgoşeyî $\boldsymbol{sin\ \theta}$ ji goşeyekê re bi guhertina pîvana goşeya wê $\boldsymbol{\theta}$ tê guhertin, ji ber vê yekê fonkisyoneke sêgoşeyî çêdibe û bi navê fonkisyona $\boldsymbol{sin}$ tê naskirin.

Ango: $\boldsymbol{sin : \mathbb{R} \longrightarrow [-1\,,1]: \theta \longrightarrow sin\ \theta}$

3. Em tewareyekê $\boldsymbol{d'd}$ ji xala A xêz bikin ku rastênhevî tewareya $\boldsymbol{y'y}$ be, piştre em $\boldsymbol{OB}$ dirêj bikin, wê demê tewareya $\boldsymbol{d'd}$ di xala $\boldsymbol{D}$ de, dibire.

Di sêgoşeya OAD: $\boldsymbol{tan\ \theta = \frac{AD}{OA} = \frac{AD}{1} = AD = d}$

Ango: $\boldsymbol{tan\ \theta = d}$ **ji ber vê yekê em ji tewareya $\boldsymbol{d'd}$ re dibêjin tewareya $\boldsymbol{tan\ \theta}$**

Rêjeya sêgoşeyî $\boldsymbol{tan\ \theta}$ ji goşeyekê re bi guhertina pîvana goşeya wê $\boldsymbol{\theta}$ tê guhertin.

Ji ber vê yekê fonkisyoneke sêgoşeyî çêdibe û bi navê fonkisyona $\boldsymbol{tan}$ tê naskirin.

Ango $\boldsymbol{tan : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\} \longrightarrow \mathbb{R}: \theta \longrightarrow tan\ \theta}$

Têbînî: **Di sêgoşeya $\boldsymbol{OBB'}$ de, em dibînin ku:**

$\boldsymbol{tan\ \theta = \frac{BB'}{OB'} = \frac{y}{x} = \frac{sin\theta}{cos\theta}}$ **bi mercê ku: $\boldsymbol{cos\ \theta \neq 0}$**

Encam: **Her coteke rêzkirî $\boldsymbol{(x\,,y)}$ ji her xaleke di bazinê sêgoşeyî de, bi awayê $\boldsymbol{(cos\ \theta\,, sin\theta)}$ tê nivîsîn.**

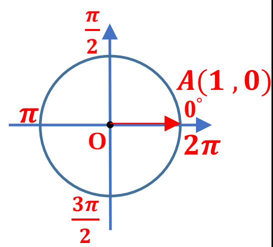
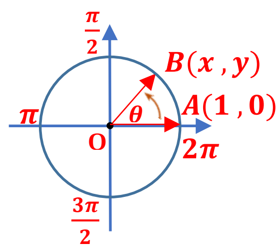
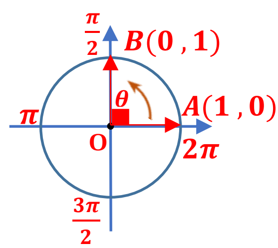
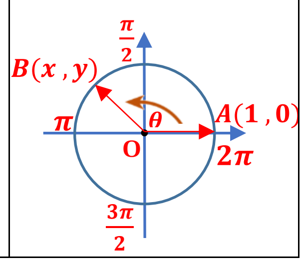
Mînak: **Xala $\boldsymbol{(\frac{3}{5}\,,\frac{4}{5})}$ tê wateya $\boldsymbol{cos\ \theta = \frac{3}{5}}$ û $\boldsymbol{sin\theta = \frac{4}{5}}$**

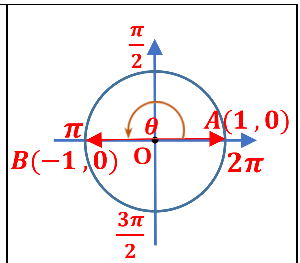
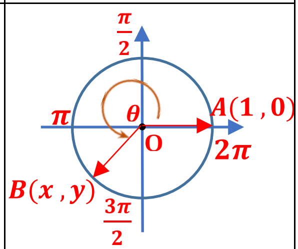
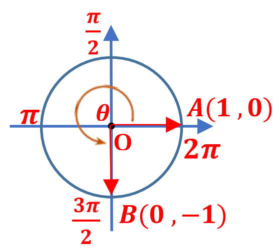
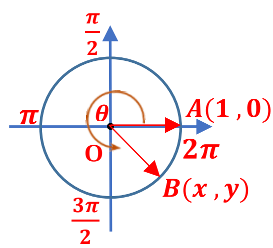
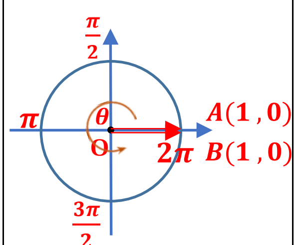
$\boldsymbol{tan\ \theta = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}}$

Hêmayên fonkisyonên sêgoşeyî:

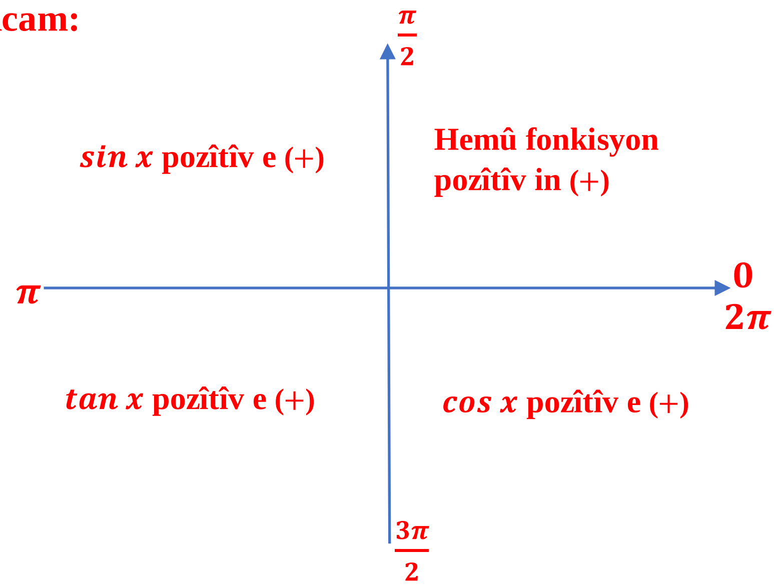
Hêmaya fonkisyonên sêgoşeyî li gorî cihê hevbirîna kenara dawî ya goşeyê bi bazin re.

Tabloya hêmayan ji fonkisyonên sêgoşeyî re:

Goşe (θ)	*sin*	*cos*	*tan*	Xêzkirin
0	0	1	0	
$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ **Çariyeka (1)**	$+$	$+$	$+$	
$\frac{\pi}{2}$	1	0	**Ne pênasekirî ye**	
$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ **Çariyeka (2)**	$+$	$-$	$-$	

π	0	-1	0	
$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ Çariyeka (3)	$-$	$-$	$+$	
$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	Ne pênasekirî ye	
$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ Çariyeka (4)	$-$	$+$	$-$	
2π	0	1	0	

Encam:



Mînak: **Em hêmayên rêjeyên li jêr nîşan bikin:**

$sin(130^{\circ})$, $tan(315^{\circ})$, $cos(650^{\circ})$, $sin(-30^{\circ})$

Em dibînin ku goşeya ku pîvana wê 130° ye, di çaryeka duyem de ye $\Longrightarrow$ Hêmaya $sin(130^{\circ})$ pozîtîv e.

Goşeya ku pîvana wê 315° ye, di çaryeka çarem de ye $\Longrightarrow$ Hêmaya $tan(315^{\circ})$ negetîv e.

Goşeya ku pîvana wê 650° ye, hemberî goşeya $650^{\circ} - 360^{\circ} = 290^{\circ}$ ye $\Longrightarrow$ Goşeya 650° di çaryeka çarem de ye.

$\Longrightarrow$ Hêmaya $cos(650^{\circ})$ pozîtîv e.

Goşeya ku pîvana wê -30° ye, hemberî goşeya $-30^{\circ} + 360^{\circ} = 330^{\circ}$ ye $\Longrightarrow$ Goşeya -30° di çaryeka çarem de ye.

$\Longrightarrow$ Hêmaya $sin(-30^{\circ})$ negetîv e.

Rêjeyên sêgoşeyî ji hinek goşeyên navdar re:

θ	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

Mînak: Em rastiya têkiliya li jêr tekez bikin:

$$sin(60^\circ).cos(30^\circ) - cos(60^\circ).sin(30^\circ) = sin^2(\frac{\pi}{4})$$

$$\ell_1 = sin(60^\circ).cos(30^\circ) - cos(60^\circ).sin(30^\circ)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\ell_2 = sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$\Longrightarrow \ell_1 = \ell_2$ **Têkilî rast e.**

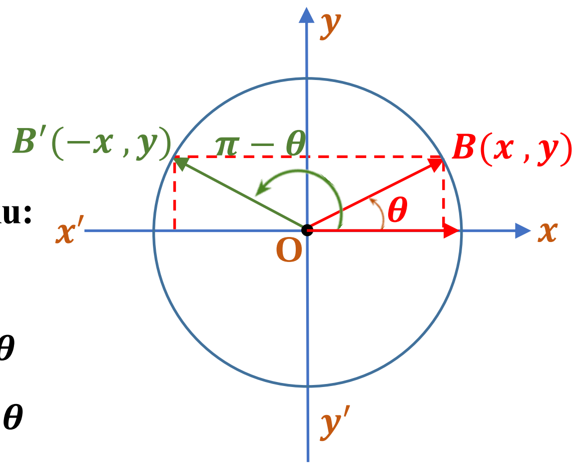
Vegerandina li çaryeka yekem:

Lêgerîna rêjeyên sêgoşeyî ji goşeyan re bi alîkariya goşeyên naskirî di çaryeka yekem de.

Heger θ goşeyeke di çaryeka yekem de be,

ango: $90^\circ < \theta < 0^\circ$

1. Rêjeyên sêgoşeyî ji her du goşeyên θ , $\pi - \theta$



Ji teşeyê em dibînin ku:

$$\boldsymbol{sin(\pi - \theta) = sin\,\theta}$$

$$\boldsymbol{cos(\pi - \theta) = -cos\,\theta}$$

$$\boldsymbol{tan(\pi - \theta) = -tan\,\theta}$$

Têbînî: Hêma li gorî çaryeka ku kenara dawiyê ya goşeyê di hundirê wê de, bê xêzkirin.

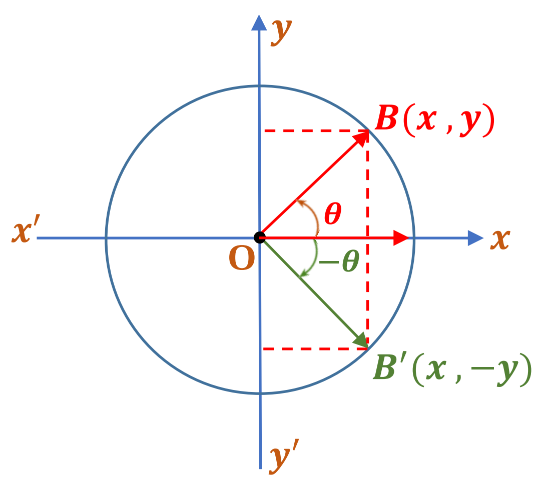
Mînak: Em encamên $sin(120^{\circ})$, $cos(120^{\circ})$, $tan(135^{\circ})$ bibînin:

$$\boldsymbol{sin(120^{\circ}) = sin(180 - 60) = sin(60^{\circ}) = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\boldsymbol{cos(120^{\circ}) = cos(180 - 60) = -cos(60^{\circ}) = -\frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{tan(135^{\circ}) = tan(180 - 45) = -tan(45^{\circ}) = -1}$$

2. Rêjeyên sêgoşeyî ji her du goşeyên θ , $\pi - \theta$



Ji teşeyê em dibînin ku:

$$\boldsymbol{sin(-\theta) = -sin\,\theta}$$

$$\boldsymbol{cos(-\theta) = cos\,\theta}$$

$$\boldsymbol{tan(-\theta) = -tan\,\theta}$$

Mînak: Em encamên $sin(-30^{\circ})$, $cos(-30^{\circ})$, $tan(-60^{\circ})$ bibînin:

$$sin(-30^{\circ}) = -sin(30^{\circ}) = -\frac{1}{2}$$

$$cos(-30^{\circ}) = cos(30^{\circ}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tan(-60^{\circ}) = -tan(60^{\circ}) = -\sqrt{3}$$

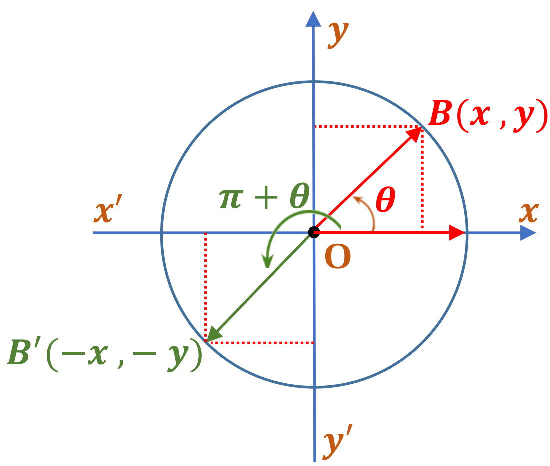
3. Rêjeyên sêgoşeyî ji her du goşeyên θ , $\pi + \theta$

Ji teşeyê em dibînin ku:

$$sin(\pi + \theta) = -sin\ \theta$$

$$cos(\pi + \theta) = -cos\ \theta$$

$$tan(\pi + \theta) = tan\ \theta$$



Mînak: Em encamên $sin(210^{\circ})$, $cos(225^{\circ})$, $tan(240^{\circ})$ bibînin:

$$sin(210^{\circ}) = sin(180 + 30) = -sin(30^{\circ}) = -\frac{1}{2}$$

$$cos(225^{\circ}) = cos(180 + 45) = -cos(45^{\circ}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tan(240^{\circ}) = tan(180 + 60) = tan(60^{\circ}) = \sqrt{3}$$

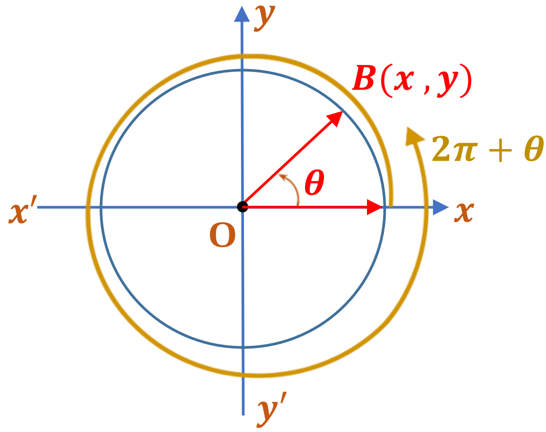
4. Rêjeyên sêgoşeyî ji her du goşeyên θ , $2\pi + \theta$

Ji teşeyê em dibînin ku:

$sin(2\pi + \theta) = sin\,\theta$

$cos(2\pi + \theta) = cos\,\theta$

$tan(2\pi + \theta) = tan\,\theta$



Mînak: Em encama $sin(420^{\circ})$ bibînin:

$$sin(420^{\circ}) = sin(360 + 60) = sin(60^{\circ}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

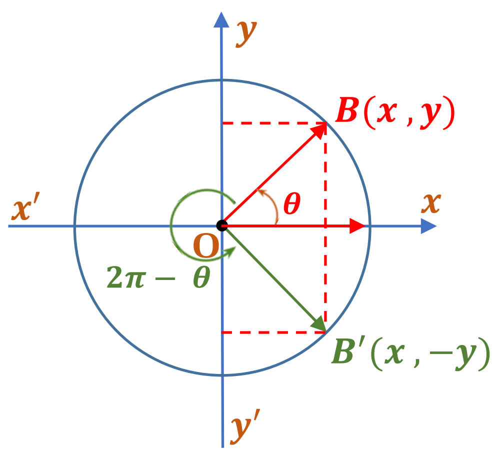
5. Rêjeyên sêgoşeyî ji her du goşeyên θ , $2\pi - \theta$

Ji teşeyê em dibînin ku:

$sin(2\pi - \theta) = -sin\,\theta$

$cos(2\pi - \theta) = cos\,\theta$

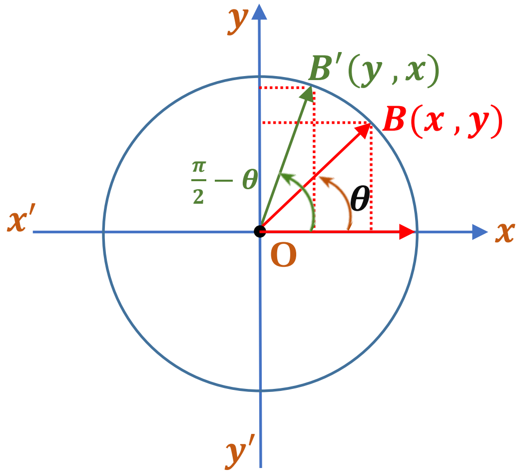
$tan(2\pi - \theta) = -tan\,\theta$



Mînak: Em encamên $cos(315^{\circ})$ bibînin:

$$cos(315^{\circ}) = cos(360 - 45) = cos(45^{\circ}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

6. Rêjeyên sêgoşeyî ji her du goşeyên θ , $\frac{\pi}{2} - \theta$



Ji teşeyê em dibînin ku:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta \quad : \quad \cot\theta \text{ vajiya } \tan\theta \text{ ye.}$$

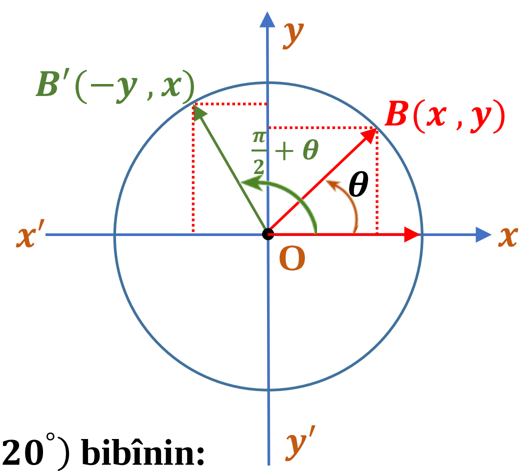
Têbînî: Ev rêje di guhertina rêjeyê de, bi derxistina goşeya θ ji $\frac{\pi}{2}$ sûdê dide.

Mînak: Em rêjeya sin bi rêjeya cos biguherin:

$$\sin(3x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

7. Rêjeyên sêgoşeyî ji her du goşeyên θ , $\frac{\pi}{2} + \theta$

Ji teşeyê em dibînin ku:



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$$

Mînak: Em encama $\sin(120^\circ)$ bibînin:

$$\sin(120^\circ) = \cos(90 + 30) = -\sin(30^\circ) = -\frac{1}{2}$$

Hevkêşeya sêgoşeyî:

Pênase Her hevkêşeya ku herî kêm rêjeyeke sêgoşeyî ji herî kêm goşeyeke guhêr re di nava xwe de, digire.

Mînak: $sin(3x) = cos(\frac{\pi}{2} + x)$ hevkêşeyeke sêgoşeyî ye.

Çareya hevkêşeya sêgoşeyî:

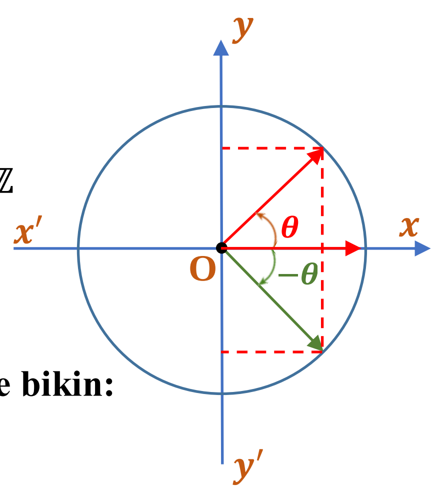
Pênase Çareya hevkêşeya sêgoşeyî, dîtina nirxê goşeya nenas yê ku rastiya hevkêşeyê nîşan dike.

1. Hevkêşeya cos bi awayê $cos\ x = cos\ \theta$ ye.

Du çareyên wê hene:

Yan: $x = \theta + 2\pi k : \quad k \in \mathbb{Z}$

Yan jî: $x = -\theta + 2\pi k \ : \quad k \in \mathbb{Z}$



Mînak: Em hevkêşeya li jêr çare bikin:

$$cos\ (3x) = cos\ (\frac{\pi}{4} + x)$$

Yan: $3x = \frac{\pi}{4} + x + 2\pi k \implies 3x - x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$$\implies 2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \implies x = \frac{\pi}{8} + \pi k$$

Yan jî: $3x = -\frac{\pi}{4} - x + 2\pi k \implies 3x + x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$$\implies 4x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \implies x = -\frac{\pi}{16} + \pi k$$

Rewşeke taybet:

$$2cos\,(x) - \sqrt{3} = 0 \;\; \Longrightarrow 2cos(x) = \sqrt{3}$$

$$\Longrightarrow cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Longrightarrow cos(x) = cos(\frac{\pi}{6})$$

Yan: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$

Yan jî: $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

2. Hevkêşeya sin bi awayê $sin\,x = sin\,\theta$ ye.

Du çareyên wê hene:

Yan: $x = \theta + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}$

Yan jî: $x = \pi - \theta + 2\pi k \; : \; k \in \mathbb{Z}$

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr çare bikin:**

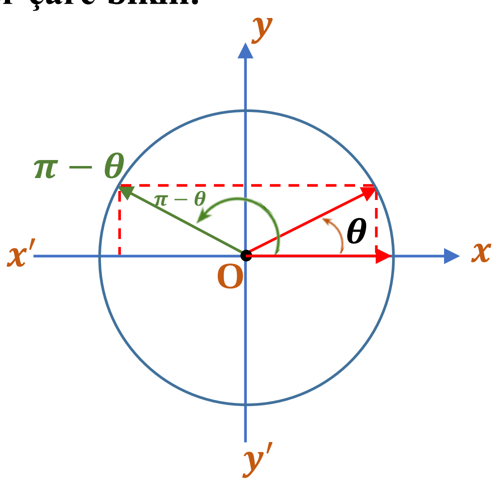
$$sin\,(2x + \frac{\pi}{6}) = sin\,(4x)$$

Yan: $2x + \frac{\pi}{6} = 4x + 2\pi k$

$$2x - 4x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$-2x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \pi k$$



Yan jî:

$$2x + \frac{\pi}{6} = \pi - 4x + 2\pi k \;\; \Longrightarrow 2x + 4x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\Longrightarrow 6x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \;\; \Longrightarrow x = \frac{5\pi}{36} + \frac{1}{3}\pi k$$

Rewşeke taybet:

$$\sqrt{2}sin\,(x) - 1 = 0 \;\Rightarrow \sqrt{2}sin\,(x) = 1$$

$$sin(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow sin(x) = sin(\frac{\pi}{4})$$

Yan: $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

Yan jî: $x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

3. Hevkêşeya tan bi awayê $tan\ x = tan\ \theta$ ye.

Çareyeke tenê heye: $x = \theta + \pi k \;:\; k \in \mathbb{Z}$

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr çare bikin:**

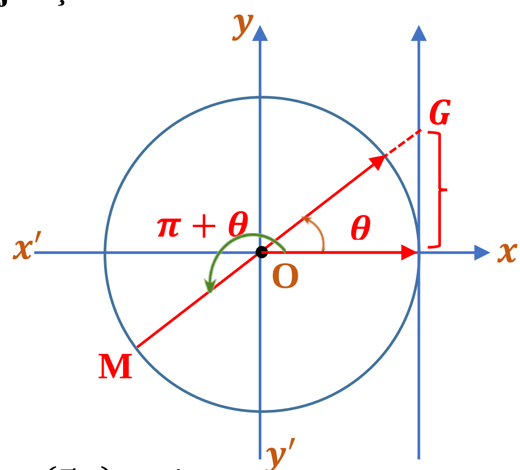
$$tan\,(3x + \pi) = tan\,(x)$$

$$3x + \pi = x + \pi k$$

$$3x - x = -\pi + \pi k$$

$$2x = -\pi + \pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}k$$



Rewşeke taybet:

$$tan(5x) - 1 = 0 \;\Rightarrow\; tan(5x) = 1$$

$$\Rightarrow\; tan(5x) = tan(\frac{\pi}{4})$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5}k$$

4. Hevkêşeya ku du rêjeyên cuda di nava xwe de, digire:

Di vê rewşê de, em rêgezên vegerandinê ji bo guhertina rêjeyekê bi kar bînin.

Mînak: **Em hevkêşeya li jêr çare bikin:**

$$\cos\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin(5x) \implies \cos\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)$$

Yan: $3x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}-5x+2\pi k \implies 3x+5x=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}+2\pi k$

$$8x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k \implies x=\frac{5\pi}{48}+\frac{\pi}{4}k$$

Yan jî:

$$3x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{2}+5x+2\pi k \implies 3x-5x=-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}+2\pi k$$

$$\implies -2x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k$$

$$\implies x=\frac{\pi}{12}-\pi k$$

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Heger $cos\theta = 0$, $sin\theta = -1$, wê demê θ yeksanî:

$\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$

2. Em hêmayên rêjeyên sêgoşeyî yên li jêr bibînin:

$sin(150^{\circ})$, $tan(-300^{\circ})$, $sin(740^{\circ})$, $cos(210^{\circ})$

3. Em nirxê qasiya li jêr bibînin:

$$3sin\left(\frac{\pi}{2}\right).sin(30^{\circ}) - cos(0^{\circ}).cos(\pi)$$

4. Em rastiya têkiliyên li jêr bibînin:

$1 - 2sin^2(90^{\circ}) = cos(180^{\circ})$

$cos\frac{\pi}{2} = cos^2\frac{\pi}{4} - sin^2\frac{\pi}{4}$

5. Em encamên rêjeyên li jêr bibînin:

$$sin(150^{\circ}) \ , \ cos(210^{\circ}) \ , \ tan(-45^{\circ})$$

$$sin(390^{\circ}) \ , \ tan(300^{\circ})$$

6. Em hevkêşeyên li jêr di $\mathbb{R}$ de, çare bikin:

$sin\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) = sin(x)$ $\qquad$ $cos(3x) = cos(2x + \frac{\pi}{6})$

$tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = tan(4x)$ $\qquad$ $2cos(x) + 1 = 0$

$\frac{sin(x)}{sin(x+2)} = \frac{-1}{3}$ $\qquad$ $4sin(x) = 2sin(x) + \sqrt{2}$

WANEYA SÊYEM: GIRAFÎKA FONKISYONÊN SÊGOŞEYÎ

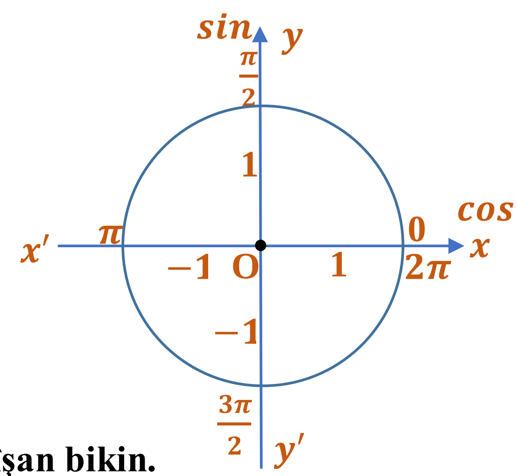
Em dizanin ku belavkirina pêlên li ser deng pala xwe dide boreboreyên bilind û ev pêl di dirêjahiya pêlekê de, cuda dibe.

Em dikarin van pêlan di alavên bijîşkî, kûrahiya avşîn û deryayê ji hêla binavokan de, bi kar bînin û dema ku em girafîka van pêlan çêdikin, em dibînin ku ev girafîk û girafîka fonkisyonên sêgoşeyî wekhev in.

1- Girafîka fonkisyona sin:

Em tabloya li jêr bibînin:

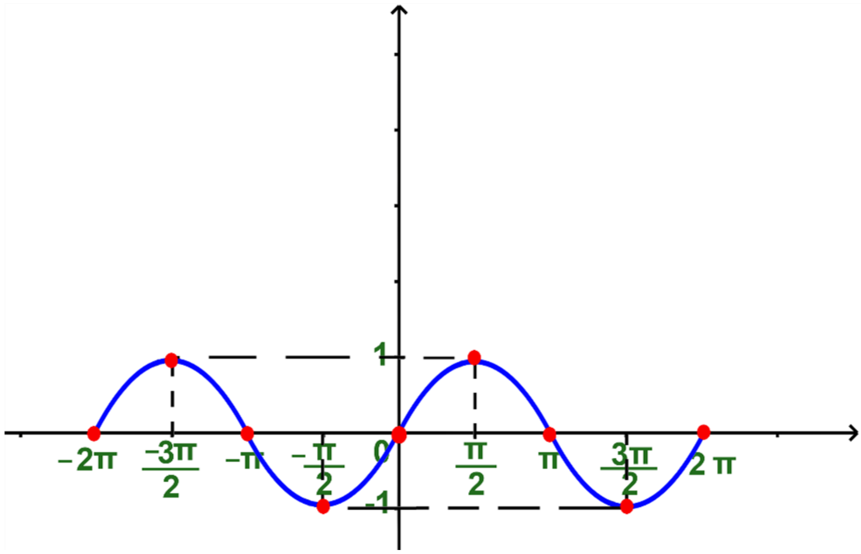
θ	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\ \theta$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0



- Em van xalan girafîkî nîşan bikin.

- Em xêzika girafîkî bi gihaştina xalan bi hev ve xêz bikin.

- Em dibînin ku mezintirîn û biçûktirîn nirx ji vê xêzika girafîkî re hene.



Taybetiyên fonkisyona sin:

Di fonkisyona sêgoşeyî $f(\theta) = sin\theta$ de, em dibînin ku:

1. Komika pênaseyê $\mathbb{R} = \left]-\infty , +\infty\right[$ ye û komika nirxan a giştî $[-1 , 1]$ ye.

2. Fonkisyona sin fonkisyoneke dubarok e û dewreya wê 2π ye, ango her dewreyekê xwe dubare dike.

3. Ji ber ku $-1 \leq sinx \leq +1$, wê demê:

- Mezintirîn nirxê ku fonkisyona sin digihêje wê (1) e û li cem xala $\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \;:\; k \in \mathbb{Z}$ digihêje wê.

- Biçûktirîn nirxê ku fonkisyona sin digihêje wê (-1) e û li cem xala $\theta = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \;:\; k \in \mathbb{Z}$ digihêje wê.

4. Fonkisyona sin girafîkî bi pêleke ku di navendê re diçe, tê nîşankirin.

5. Her fonkisyoneke bi awayê $y = asin(bx) \;:\; a , b \neq 0$ fonkisyoneke sêgoşeyî ye li gorî ku $\frac{2\pi}{|b|}$ dewreya wê ye.

Mînak 1: Heger $f(\theta) = 3sin\theta$ fonkisyonek be, mezintirîn û biçûktirîn nirx ji vê fonkisyonê re çi ye?

Em dizanin ku $-1 \leq sinx \leq +1$

Em her du aliyan hevdanî hejmara (3) bikin:

$-3 \leq 3sinx \leq +3$ $\Longrightarrow$ Mezintirîn nirx = 3

Biçûktirîn nirx = -3

Mînak 2: Heger $y = -2sin(4x)$ fonkisyonek be, em dewreya vê fonkisyonê bibînin:

Em dizanin ku dewre $\frac{2\pi}{|b|}$ ye $\Longrightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

Mînak 3: Em hevkêşeya fonkisyonê bi awayê $y = asin(bx)$ binivîsin, heger $a = 2$ be û dewreya wê π be.

Em dizanin ku dewre $\frac{2\pi}{|b|}$ ye $\Longrightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi$

$$\Longrightarrow |b| = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

Yan: $b = 2$ yan jî: $b = -2$

Hevkêşeya fonkisyonê dibe bi vî awayî:

Yan: $y = 2sin(2x)$

Yan jî: $y = 2sin(-2x)$

Rahênan:

1. Heger $y = 2sin(3x)$ fonkisyonek be:

a. Em komika pênaseyê bibînin.

b. Em dewreya fonkisyonê bibînin.

c. Em tabloya li jêr dagirin.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
$3x$					
$sin\ 3x$					
$y = 2sin3x$					

d. Em xêzika girafîkî ji vê fonkisyonê re li gorî tabloya çûyî xêz bikin.

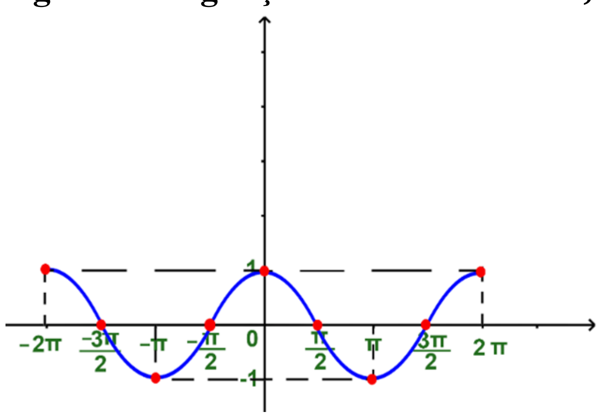
2. Em hevkêşeya fonkisyonê bi awayê $y = asin(bx)$ binivîsin, heger $a = 3$ be û dewreya wê $\frac{\pi}{2}$ be.

2- Girafîka fonkisyona cos:

θ	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$cos\ \theta$	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1

- Em van xalan girafîkî nîşan bikin.

- Em xêzika girafîkî bi gihiştina xalan bi hev ve, xêz bikin.



Taybetiyên fonkisyona sin:

Di fonkisyona sêgoşeyî $f(\theta) = cos\theta$ de, em dibînin ku:

1. Komika pênaseyê $\mathbb{R} = \;]-\infty\,,+\infty[$ ye û komika nirxan a giştî $[-1\,,1]$ ye.

2. Fonkisyona cos fonkisyoneke dubarok e û dewreya wê 2π ye, ango her dewreyekê xwe dubare dike.

3. Ji ber ku $-1 \leq cosx \leq +1$, wê demê:

- Mezintirîn nirxê ku fonkisyona cos digihêje wê (1) e û li cem xala $\theta = \mp 2\pi k \;:\; k \in \mathbb{Z}$ digihêje wê.

- Biçûktirîn nirxê ku fonkisyona cos digihêje wê (-1) e û li cem xala $\theta = \pi \mp 2\pi k \;:\; k \in \mathbb{Z}$ digihêje wê.

4. Fonkisyona cos girafîkî bi pêleke ku di navendê re naçe, tê nîşankirin.

5. Her fonkisyoneke bi awayê $y = acos(bx) : \; a\,,b \neq 0$ fonkisyoneke sêgoşeyî ye li gorî ku $\frac{2\pi}{|b|}$ dewreya wê ye.

Rahênan:

1. Heger $y = -3cos(\frac{1}{2}x)$ fonkisyonek be:

a. Em komika pênaseyê bibînin.

b. Em dewreya fonkisyonê bibînin.

c. Em tabloya li jêr dagirin.

x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$					
$cos\ \frac{1}{2}x$					
$y = -3sin\frac{1}{2}x$					

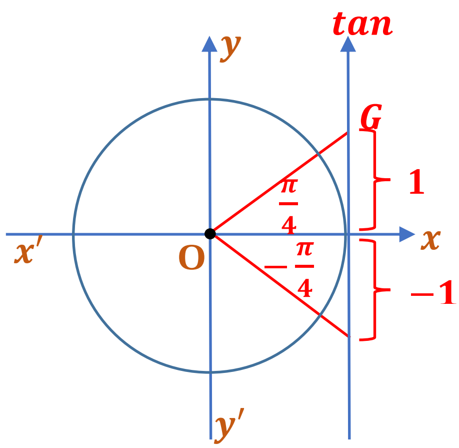
d. Em xêzika girafîkî ji vê fonkisyonê re li gorî tabloya çûyî xêz bikin.

2. Em hevkêşeya fonkisyonê bi awayê $y = acos(bx)$ binivîsin, heger $a = -2$ be û dewreya wê 2 be.

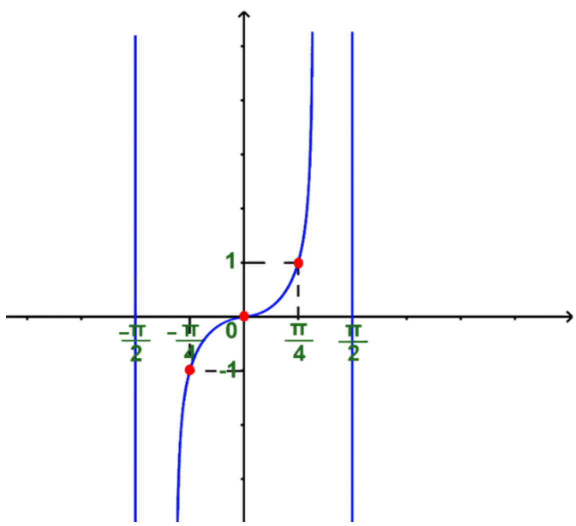
3- Girafîka fonkisyona tan:

Em tabloya li jêr bibînin:

θ	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\ \theta$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0



- Em xêzika girafîkî bi gihiştina xalan bi hev ve, xêz bikin.



Taybetiyên fonkisyona tan:

Di fonkisyona sêgoşeyî $f(\theta) = tan\theta$ de, em dibînin ku:

1. Komika pênaseyê $\mathbb{R} \backslash \{ \frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \}$ ye û komika nirxan a giştî $\mathbb{R} = \,]-\infty , +\infty[$ ye, ango: Fonkisyona tan li cem $\frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z}$ ne pênasekirî ye, ji ber ku kenara dawî yê goşeya $\frac{\pi}{2}$ dibe rastênhevî tewareya tan

2. Fonkisyona cos fonkisyoneke dubarok e û dewreya wê π ye, ango her dewreyekê xwe dubare dike.

3. Xêzika girafîkî ya fonkisyona tan li gorî navendê di navbera $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ sîmetrîk e.

4. Mezintirîn û biçûktirîn nirx ji fonkisyona tan re tune ne, lê belê xaleke çermiqînê jê re heye li gorî ku li cem wê xalê aliyê çermiqîna xêzika girafîkî tê guhertin.

5. Her fonkisyoneke bi awayê $y = a\,tan(bx) : \; a , b \neq 0$ fonkisyoneke sêgoşeyî ye li gorî ku $\frac{\pi}{|b|}$ dewreya wê ye di navbera $\left[-\frac{\pi}{2b}, \frac{\pi}{2b}\right]$ de.

Rahênan: Heger $y = -2tan(2x)$ fonkisyonek be:

a. Em dewreya fonkisyonê bibînin.

b. Em tabloya li jêr dagirin.

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$2x$					
$tan\,2x$					
$y = -2tan2x$					

c. Em xêzika girafîkî ji vê fonkisyonê re, li gorî tabloya çûyî xêz bikin.

HÎNDARÎ

1. Em valahiyên li jêr dagirin:

- Komika nirxan a giştî ji fonkisyona $f(\theta) = sin\, \theta$ re: ………………….

- Komika nirxan a giştî ji fonkisyona $g(\theta) = 2cos\theta$ re: ………………….

- Mezintirîn nirxê ku fonkisyona $h(\theta) = 4sin\, \theta$ digihêje wê: ………………….

- Biçûktirîn nirxê ku fonkisyona $k(\theta) = 3cos\, \theta$ digihêje wê: ………………….

2. Em hevkêşeya fonkisyonê bi awayê $y = acos(bx)$ binivîsin, heger $a = -2$ be û dewreya wê 4π be.

3. Em hevkêşeya fonkisyonê bi awayê $y = a\, tan(bx)$ binivîsin, heger $a = -3$ be û dewreya wê $\frac{\pi}{4}$ be.

4. Heger $y = -tan(x)$ fonkisyonek be:

a. Em dewreya fonkisyonê bibînin.

b. Em tabloya li jêr dagirin.

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$tan\, x$					
$y = -tanx$					

c. Em xêzika girafîkî ji vê fonkisyonê re, li gorî tabloya çûyî xêz bikin.

5. Heger $y = -4sin(x)$ fonkisyonek be:

a. Em dewreya fonkisyonê bibînin.

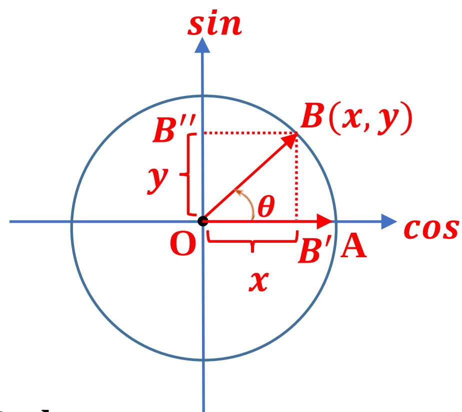
b. Em tabloya li jêr dagirin.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\ x$					
$y = -4sinx$					

c. Em xêzika girafîkî ji vê fonkisyonê re, li gorî tabloya çûyî xêz bikin.

WANEYA ÇAREM: TÊKILIYÊN BINGEHÎN DI RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ DE

1. Di bazinê sêgoşeyî de, cotên rêzkirî yê $B(x, y)$ yan ê $B(cos\theta\ , sin\theta)$ hene.



Di sêgoşeya OBB' de, li gorî Pythagoras:

$$(OB')^2 + (BB')^2 = (OB)^2 \implies x^2 + y^2 = 1 \ldots\ldots\ldots *$$

Lê belê: $x = cos\theta$ **û** $y = sin\theta$

$$\implies cos^2\theta + sin^2\theta = 1 \quad \implies \quad cos^2\theta = 1 - sin^2\theta$$

$$sin^2\theta = 1 - cos^2\theta$$

Bi parvekirina her du aliyên têkiliya $*$ li x^2 em dibînin ku:

$$\frac{x^2}{x^2} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{x^2} \implies 1 + tan^2\theta = \frac{1}{cos^2\theta}$$

Bi parvekirina her du aliyên têkiliya $*$ li y^2 em dibînin ku:

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{y^2} = \frac{1}{y^2} \implies cot^2\theta + 1 = \frac{1}{sin^2\theta}$$

2. Di sêgoşeya OBB' de: $tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{sin\theta}{cos\theta}$

Her wiha: $tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta} \implies cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta}$

Sadekirina qasiyên sêgoşeyî:

Wateya sadekirinê tê nivisîna qasiyê bi awayî herî sade bi alîkariya têkiliyên di navbera rêjeyên sêgoşeyî de.

Mînak 1: Em A yê bi awayê herî sade binivîsin:

$$A = (sin\theta + cos\theta)^2 - 2sin\theta . cos\theta$$

$$A = sin^2\theta + cos^2\theta + 2sin\theta . cos\theta - 2sin\theta . cos\theta$$

$$= 1$$

Mînak 2: Em B bi awayê herî sade binivîsin:

$$B = \frac{1 + tan^2\theta}{1 + cot^2\theta}$$

$$B = \frac{\frac{1}{cos^2\theta}}{\frac{1}{sin^2\theta}} = \frac{sin^2\theta}{cos^2\theta} = tan^2\theta$$

Rêbazê tekezkirina rastiya yeksaniya wekheviya sêgoşeyê:

1. Em ji aliyekî dest pê dikin heta bigihêjin aliyê din.

2. Em ji her du aliyan bi hev re, dest pê dikin heta heman encamê bi dest bixin.

3. Em ji têkiliyeke rast dest pê bikin û li ser wê kar bikin heta em têkiliya hatî xwestin bi dest bixin.

Mînak 1: Em rastiya yeksaniya li jêr tekez bikin:

$$(sin\theta - cos\theta)^2 = 1 - 2sin\theta . cos\theta$$

$$\ell_1 = (sin\theta - cos\theta)^2 = sin^2\theta + cos^2\theta - 2sin\theta . cos\theta$$

$$= 1 - 2sin\theta . cos\theta$$

$$= \ell_2$$

Mînak 2: **Em rastiya yeksaniya li jêr tekez bikin:**

$$(\sin\theta + \cos\theta)(\tan\theta + \cot\theta) = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\ell_1 = (\sin\theta + \cos\theta)(\tan\theta + \cot\theta)$$

$$= (\sin\theta + \cos\theta)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$$

$$= (\sin\theta + \cos\theta)\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\,.\,\sin\theta}\right) \quad = \frac{\sin\theta+\cos\theta}{\cos\theta\,.\,\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta\,.\,\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta\,.\,\sin\theta} = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta} \quad = \ell_2$$

Rahênan:

1. Em raveyên li jêr bi awayê herî sade binivîsin:

$$A = \tan\theta\,.\cos\theta\,.\sin\theta$$

$$B = \frac{\tan\theta}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta}$$

$$C = \frac{\tan\theta\,.\,\cos\theta}{\sin\theta}$$

2. Em rastiya yeksaniyên li jêr tekez bikin:

$$\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta\,.\sin^2\theta$$

$$\cos^2\theta + \tan^2\theta\,.\cos^2\theta = 1$$

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

HÎNDARÎ

1. Em bersiva rast hilbijêrin:

a- Qasiya $\frac{\tan\theta \,.\, \cot\theta}{\frac{1}{\sin\theta}}$ di awayê herî sade de, yeksanî:

$\cos\theta$ $\sin\theta$ $\tan\theta$

b- Qasiya $\sin\theta \,.\, \cos\theta \,.\, \tan\theta$ di awayê herî sade de, yeksanî:

$\sin^2\theta$ $\cos^2\theta$ $\tan^2\theta$

c- Qasiya $\cos(90-\theta).\sin\theta$ di awayê herî sade de, yeksanî:

$\sin\theta$ $\sin^2\theta$ $\tan\theta$

2. Em raveyên li jêr bi awayê herî sade binivîsin:

$$A = \frac{1}{\cos^2\theta} - 1$$

$$B = \frac{\tan^2\theta}{1-\frac{1}{\cos^2\theta}}$$

$$C = \frac{1}{\cos^2\theta} - \frac{1}{\cot^2\theta}$$

3. Em rastiya yeksaniyên li jêr tekez bikin:

1) $\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} = 1 + \sin\theta$

2) $\frac{(1-\sin^2\theta)(1-\cos^2\theta)}{\tan^2\theta} = \cos^4\theta$

3) $\frac{\sin\theta \,.\cos\theta}{\tan\theta} + \frac{\tan\theta}{\frac{1}{\cos\theta}\times\frac{1}{\sin\theta}} = 1$

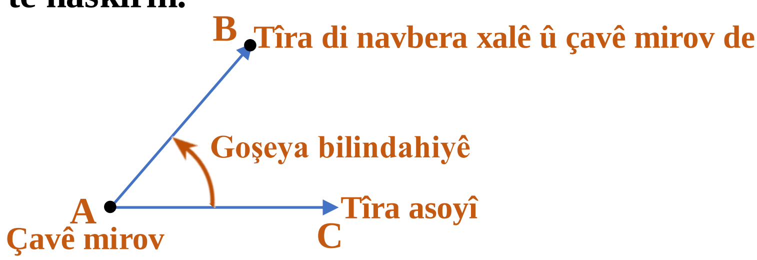
WANEYA PÊNCEM: PÊKANÎNÊN SÊGOŞEYAN

1- Goşeya bilindahiyê û goşeya nizmahiyê

Heger em durî avahiyekê dirêjahiyeke diyar bin, em dikarin bilindahiya wê ji ruyê erdê hesab bikin bê ku em bipîvin?

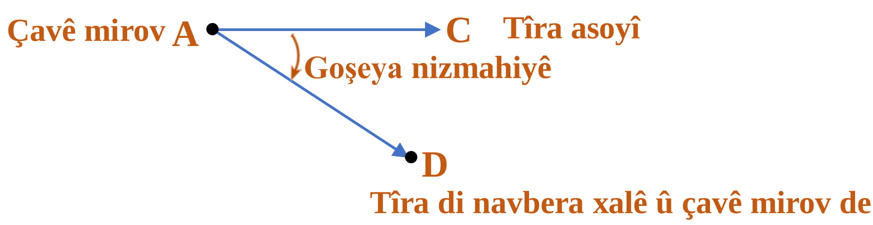
Goşeya bilindahiyê:

Heger mirovek A li xalekê B nihêrî ku ji dîtina wî ya asoyî bilindtir be $\overrightarrow{AC}$, wê demê goşeya di navbera $\overrightarrow{AC}$ û $\overrightarrow{AB}$ de, bi navê goşeya bilindahiya xala B ji dîtina asoyî ya mirovê A yê tê naskirin.



Goşeya nizmahiyê:

Heger mirovek A li xalekê D nihêrî ku ji dîtina wî ya asoyî nizmtir be $\overrightarrow{AC}$, wê demê goşeya di navbera $\overrightarrow{AC}$ û $\overrightarrow{AD}$ de, bi navê goşeya nizmahiya xala D ji dîtina asoyî ya mirovê A tê naskirin.



Mînak: **Heger A mirovek li ser ruyê erdê be û B mirovek li ser girekî ji ruyê erdê bilind be û her du mirovan di heman demê de, li hev nihêrîn, wê demê:**

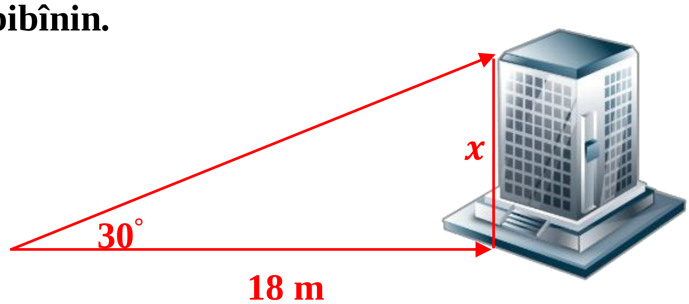
- Em ji goşeya $B\widehat{A}C$ re dibêjin goşeya bilindahiyê, ji mirovê li ser gir li gorî mirovê li ser erdê re.

- Em ji goşeya $D\widehat{C}A$ re dibêjin goşeya nizmahiyê, ji mirovê li ser erdê li gorî mirovê li ser erdê re.

Di vê rewşê de, em dibînin ku goşeya nizmahiyê $\widehat{A}$ = goşeya bilindahiyê $\widehat{C}$

Mînak: Ji bo pîvana bilindahiya avahiyekê, me li lûtkeya avahiyê ji rûyê erdê nihêrî û dît ku pîvana goşeya bilindahiyê 30° ye.

Heger cihê dîtinê 18 m dûrî avahiyê be, em bilindahiya avahiyê bibînin.

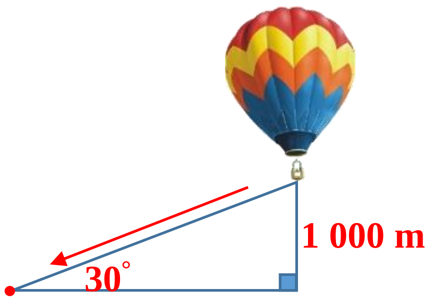


$$tan(30) = \frac{x}{18} \Longrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{18}$$

$$\Longrightarrow x = \frac{18 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}\ \text{m}$$

Rahênan: **Heger em pimpimokeke firinde bibînin û em goşeya bilindahiya wê ji cihê ku lê dakeve bibînin û ew goşe 30° be.**

Heger bilindahiya pimpimoka firinde, ji ruyê erdê 1 000 m be, em dirêjahiya di navbera pimpimokê û xala daketina wê hesab bikin.



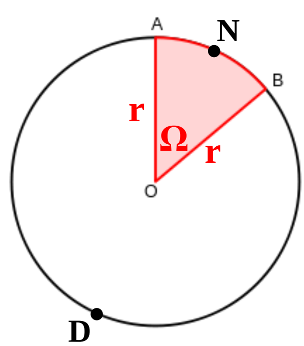
2- Parçeya goşeyî:

Pênase | **Parçeyeke ji rûyê bazin e û bi du nîveşkêlan û kevanekê sînorkirî ye.**

Di teşeya li jêr de, OA û OB bazin li du parçeyên bazinî parve dike.

Em parçeya biçûk bi sembola OANB bi nav dikin.

Em parçeya mezin bi sembola OADB bi nav dikin.



Rûberê parçeya goşeyî:

Ji ber ku rûbera parçeya goşeyî, parçeyek ji rûbera bazin e û guhertina rûbera parçeya goşeyî ya bazinî bi guhertina goşeya wê ya navendî re ye, wê demê:

$$\frac{\boldsymbol{R\hat{u}bera\ par\c{c}eya\ go\c{s}ey\hat{\imath}\ ya\ bazin\hat{\imath}}}{\boldsymbol{R\hat{u}bera\ bazin}} = \frac{\boldsymbol{\Omega}}{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}}$$

Rûbera parçeya goşeyî $= \frac{\boldsymbol{\Omega}}{2\boldsymbol{\pi}} \times$ **rûbera bazin**

$$= \frac{\boldsymbol{\Omega}}{2\boldsymbol{\pi}} \times \boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{r}^2$$

$$= \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}^2$$

Ango: $\boldsymbol{S} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}^2$

Mînak: Em rûbera parçeya goşeyî ya bazinî ya ku dirêjahiya nîveşkêla wê 6 cm ye û goşeya wê ya navendî $\boldsymbol{\Omega} = \frac{\pi}{6}$

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \times 36$$

$$= 3\pi \text{ cm}^2$$

Rahênan:

1. Rûbera parçeyeke goşeyî ya bazinî 270 cm^2 e û dirêjahiya nîveşkêla wê 15 cm ye, em pîvana goşeya wê bi radyan bibînin.

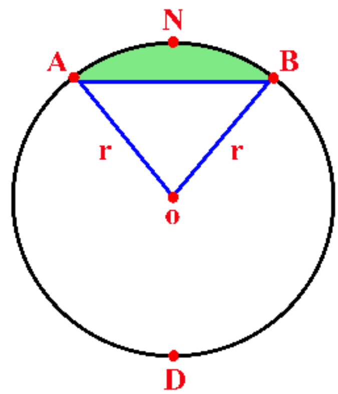
2. Dirêjahiya nîveşkêla parçeyeke goşeyî ya bazinî 16 cm ye û pîvana goşeya wî 60° ye.

Em rûbera vê parçeyê bibînin û encamê li hejmara tam a herî nêzîk girover bikin. $(\boldsymbol{\pi} = 3.14)$

3- Parçeyeke bazinî:

Pênase	Parçeyeke ji rûyê bazin e û bi kevanekî û jeneke ku di her du aliyên wê kevanê re diçe sînorkirî ye.

Di teşeya li jêr de, AB bazin, li du parçeyên bazinî parve dike.



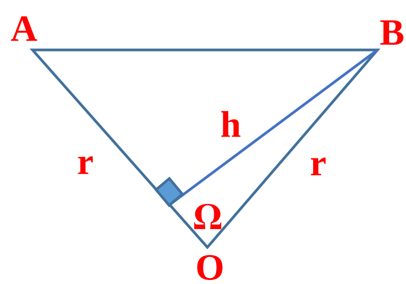
ANB biçûktirîn parçe ye.

ADB mezintirîn parçe ye.

Rûbera parçeyeke bazinî:

Rûbera parçeya bazinî ya biçûk OANB – rûbera sêgoşeya OAB

Hesabê rûbera sêgoşeya OAB:



$$S_{OAB} = \frac{1}{2}\, r \,.\, h$$

$$\sin \Omega = \frac{h}{r} \Longrightarrow h = r \,.\, \sin \Omega$$

$$\Longrightarrow \; S_{OAB} = \frac{1}{2} r \,.\, r \sin\Omega$$

$$S = \; S_{OANB} - \; S_{OAB}$$

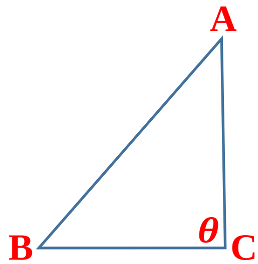
$$S = \frac{1}{2}\, \Omega\, r^2 - \frac{1}{2}\, r^2 \sin \Omega$$

$$= \frac{1}{2}\, r^2\, (\Omega - \sin\Omega)$$

Encam

Rûbera sêgoşeya ku dirêjahiyên du kenarên xwar û pîvana goşeya di navbera wan de, bê zanîn ev e:

$$S = \frac{1}{2} CB.CA.\sin\theta$$



Mînak: Em rûbera parçeyeke bazinî ku dirêjahiya nîveşkêla bazinê wê 8 cm ye û pîvana goşeya wê 60° ye bibînin.

$(\pi = 3.14)$

Destpêkê em 60° bikin radyan

$$\frac{x}{180} = \frac{\Omega}{\pi} \Longrightarrow \frac{60}{180} = \frac{\Omega}{\pi} \Longrightarrow \Omega = \frac{60\pi}{180} \Longrightarrow \Omega = \frac{\pi}{3} = 1.04$$

$$S = \frac{1}{2} r^2 (\Omega - \sin\Omega)$$

$$= \frac{1}{2} \times 64 \left(\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 32\,(1.04 - 0.86)$$

$$= 32 \times 0.18$$

$$= 5.76\ \text{cm}^2$$

Rahênan: Em rûbera parçeyeke bazinî ku dirêjahiya nîveşkêla bazinê wê 10 cm ye û pîvana goşeya wê 45° ye, bibînin û encamê li parçeya ji sedan a herî nêzîk girover bikin.

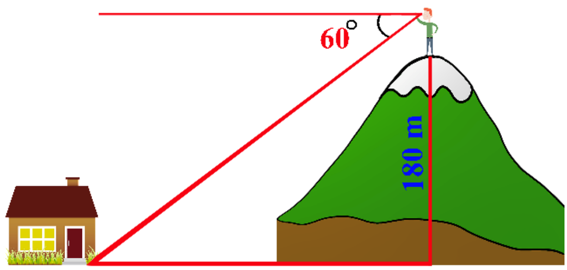
$(\pi = 3.14)$

HÎNDARÎ

1. Mirovek li ser girekî sekinî û kûxekî depî li binê gir li ser teqaleya bingeha gir dît.

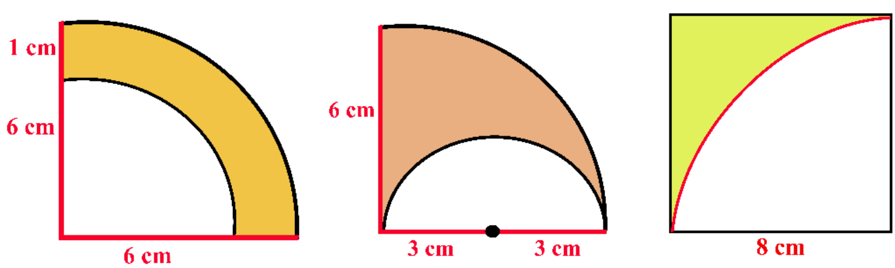
Ew mirov goşeya nizmahiyê pîva û dît ku 60° ye.

Heger dirêjahiya di navbera bingeha gir û çavên mirov de 180 cm be, em dirêjahiya di navbera kûxê depî û bingeha gir de bibînin.



2. Em rûbera parçeyê bazinî ku dirêjahiya nîveşkêla bazinê wê 20 cm ye û pîvana goşeya sergoşeya wê 45° ye, bibînin.

3. Em bi alîkariya π rûbera parçeyê rengkirî di teşeyên li jêr de bibînin:



4. Behirglaseke gulan bazinî ye, dirêjahiya nîveşkêla wê 6 cm ye û di vê behirglasê de, jeneke bi dirêjahiya 6 cm hat xêzkirin.

Em biçûktirîn rûbera parçeyeke bazin, bibînin.

BEŞA ÇAREM: TÎR

1. TÎR

2. TÎR DI TEQALEYÊ DE

WANEYA YEKEM: TÎR

Qasî di fîziyayê de dibin du cure:

1. Qasiyên hejmarî: Qasiyên ku tam bi hejmareke rast tên nîşankirin. Mînak: Dirêjahî, rûber, qebare, seng, tîrbûn û hejmara şêniyan …

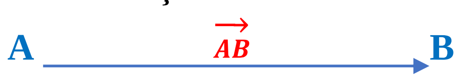
2. Qasiyên tîrkirî: Qasiyên ku tam bi hejmareke rast û alî tên nîşankirin.

Mînak: Naskirina hejmara ku leza hewayê nîşan dike ne bes e, divê aliyê hewayê jî bê nîşankirin.

Ji ber vê yekê lez bi hejmar û aliyan tê pîvan. Mînakine din jî hene weke kişandin, lezîn û hêz.

- **Parçerastek: Parçeyek ji rastekekê ye, ji du aliyan ve sînorkirî ye, mîna parçerasteka AB parçeyek ji rasteka d ye.**

- **Parçerasteka tîrkirî: Dema ku em aliyê parçerastekê ji a heta B nîşan dikin, em parçerastekeke tîrkirî bi dest dixin û bi sembola $\overrightarrow{AB}$ nîşan dikin.**



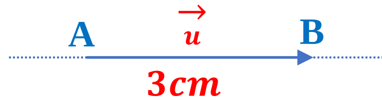
Ji ber vê yekê parçerasteka tîrkirî bi van tiştan tê nîşankirin:

1. Xala despêkê 2. Xala dawiyê 3. Alî

- **Dirêjahiya parçerasteka tîrkirî: Dûrahiya di navbera xala despêk û ya dawiyê ye, bi hejmareke rast tê şîrovekirin û dirêjahiya wê bi sembola $\|\overrightarrow{AB}\|$ tê nîşankirin.**

Mînak: **Dirêjahiya parçerasteka tîrkirî $\overrightarrow{AB}$:**

$$\| \overrightarrow{AB} \| = AB = 3cm$$



Pênaseya tîrê:

Pênase — **Parçerastekeke tîrkirî ye, sembola wê $\overrightarrow{AB}$ ye û bi tîra $\vec{u}$ tê nîşankirin.**

Têbînî: **Ji her tîrekê re, sê endam hene:**

1. Rêgeh: Rasteka ku li gorî wê tîr diçe yan jî çi rasteka ku rastênhevî wê be.

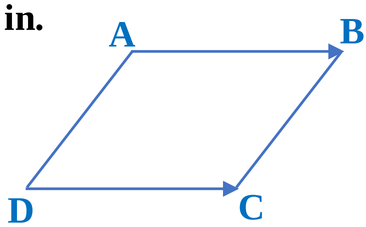
2. Alî

3. Dirêjahî

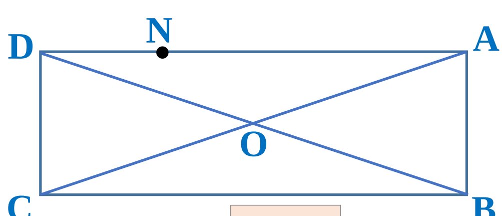
Yeksaniya du tîran:

Em ji du tîran re, dibêjin yeksan in, heger heman dirêjahî, heman alî û heman rêgeh bin.

Mînak 1: **ABCD kenarên rastênhev e: Her du tîrên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ yeksan in.**



Mînak 2: **ABCD milkêşek e, O xala hevbirîna her du eşkêlên wê ye û N xalek ji kenarê AD ye.**



Em dibînin ku:

$AB \setminus\setminus DC$ **û her du heman dirêjahî ne** $\Longrightarrow \| \overrightarrow{AB} \| = \| \overrightarrow{DC} \|$

Û $\overrightarrow{AB}$ **û** $\overrightarrow{DC}$ **heman alî û heman rêgeh in** $\Longrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Di heman demê de:

$CB \setminus\setminus DA$ **û her du heman dirêjahî ne** $\Longrightarrow \| \overrightarrow{CB} \| = \| \overrightarrow{DA} \|$

Û $\overrightarrow{CB}$ **û** $\overrightarrow{DA}$ **heman alî û heman rêgeh in** $\Longrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$

Her wiha: OA = OB = OC = OD $\Longrightarrow \| \overrightarrow{AO} \| = \| \overrightarrow{OC} \|$

Û $\overrightarrow{AO}$ **û** $\overrightarrow{OC}$ **heman alî û heman rêgeh in** $\Longrightarrow \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

$\| \overrightarrow{OA} \| = \| \overrightarrow{OB} \|$ **û** $\overrightarrow{OA}$ **û** $\overrightarrow{OB}$ **ne heman alî ne** $\Longrightarrow \overrightarrow{OA} \neq \overrightarrow{OB}$

Rahênan: ABCD kenarên rastênhev e û O xala hevbirîna her du eşkêlên wê ye.

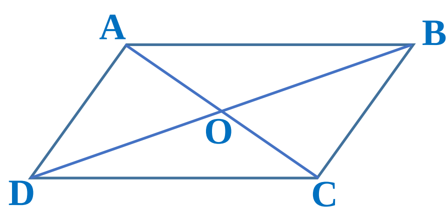
1. Em parçerastekên tîrkirî yên yeksanî $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BO}$, $\overrightarrow{OA}$ **ne bibînin.**

2. Em bibînin çima parçerastekên li jêr ne yeksan in:

$\overrightarrow{BO}$ û $\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{BO}$ û $\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{CO}$ û $\overrightarrow{AO}$



Hinek tîrên taybet:

1. Tîra sifirî: Tîra ku despêk û dawiya wê dibin yek

Mînak: $\overrightarrow{AA} = \vec{0} \Longrightarrow \| \vec{0} \| = 0$

Tîra sifirî bêalî ye.

2. Tîra hevdij ji tîrekê re: Tîra heman dirêjahî û heman rêgeh e, lê dijê aliyê ye.

Heger $\overrightarrow{AB}$ tîrek be, wê demê $\overrightarrow{BA}$ jê re tîra hevdij e.

Bi sembola $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ tê nîşankirin.

Bikaranînên li ser tîran:

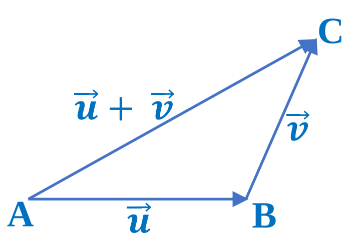
1- Komkirina tîran:

1. Komkirina tîrên li pey hev:

Heger $\overrightarrow{AB}$ tîrek be û bi $\vec{u}$ bê nîşankirin û $\overrightarrow{BC}$ tîreke ku bi $\vec{v}$ bê nîşankirin, li gorî ku xala B xala dawiyê ya tîra yekem $\vec{u}$ be û xala despêkê ya tîra duyem $\vec{v}$ be.

Wê demê: $\vec{u} + \vec{v}$ yan jî $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ û parçerasteka tîrkirî $\overrightarrow{AC}$ wê nîşan dike.

Ango: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ û bi navê têkiliya Şaslês, tê naskirin.

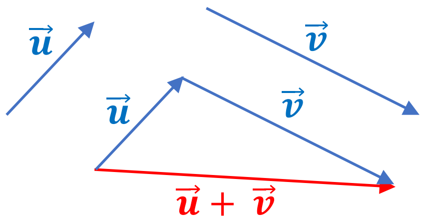


Encam

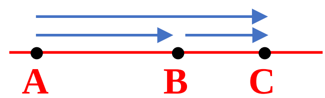
Encama komkirina du tîrên li pey hev, tîreke destpêka wê destpêka tîra yekem e û dawiya wê dawiya tîra duyem e.

Têbînî:

1. Em dikarin du tîran $\vec{u}$, $\vec{v}$ kom bikin bi xêzkirina du tîrên lipeyhev û yeksanî her du tîrên $\vec{u}$ û $\vec{v}$ weke di teşe de:



2. Têkilya şaslês dimîne rast ku xalên A, B, C li ser heman rastekê bin jî.



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

3. Komkirina tîran bikaranîneke hevguhêr e:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$$

4. Komkirina tîrê bi hevdija wê re yeksanî sifirê ye.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

Rahênan: **ABCD kenarên rastênhev e.**

Em valahiyên li jêr dagirin:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \dots\dots$

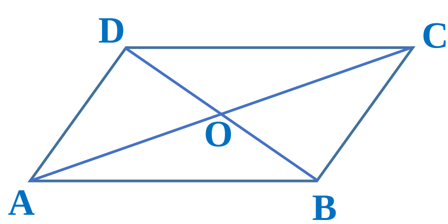
$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \dots\dots$

$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \dots\dots$

$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \dots\dots$

$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BO} = \dots\dots$

$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} = \dots\dots$



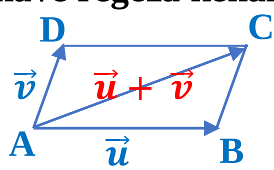
2. Komkirina tîrên bi navendê hevbeş:

Heger ABCD kenarên rastênhev be û $\overrightarrow{AB}$ tîreke bi $\vec{u}$ nîşankirî û $\overrightarrow{AD}$ tîreke bi $\vec{v}$ nîşankirî be û her du tîr $\vec{u}$ û $\vec{v}$ heman xala destpêkê ne.

Wê demê $\vec{u} + \vec{v}$ yan jî $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ eşkêla kenarên rastênhev e $\overrightarrow{AC}$

Sedem: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ lê: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\Longrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ bi navê rêgeza kenarên rastêhev tê naskirin.

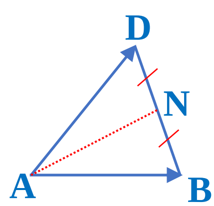


Encam

Encama komkirina du tîrên bi navendê hevbeş, eşkêla kenarên rastênhev a ku li ser wan xêzkirî.

Mînak: Di teşeya li jêr de:

Em tekez bikin ku $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$



Yekem: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NB}$

Duyem: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{ND}$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{ND}$$

$$= \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}$$

$$= 2\overrightarrow{AN} + (\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{BN})$$

$$= 2\overrightarrow{AN} + 0$$

$$= 2\overrightarrow{AN}$$

Rahênan: ABCD teşeyeke çargoşe ye ku $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AD}$ be, em tekez bikin ku:

1) ABCD kelkot e

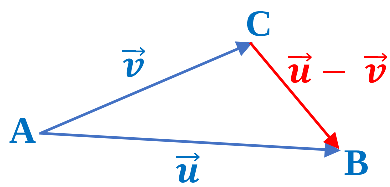
2) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AD}$

2- Derxistina tîran:

Em derxistinê bi komkirina hevdij biguherin:

$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

Di teşeya li jêr de:

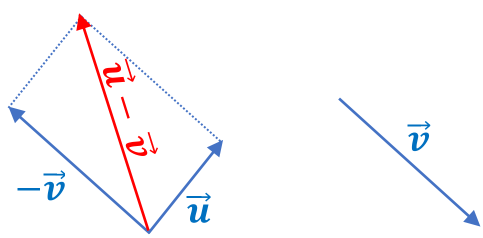


$$\begin{aligned}\vec{u} - \vec{v} &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\\ &= \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{AC})\\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}\\ &= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\\ &= \overrightarrow{CB}\end{aligned}$$

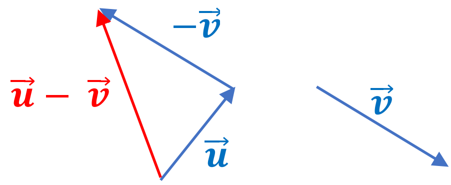
Têbînî

Derxistina du tîran $\vec{u}, \vec{v}$ çêdibe, bi xêzkirina tîra hevdij ji tîrekê re û dibe li pey an jî bi navendê bi tîra din hevbeş e.

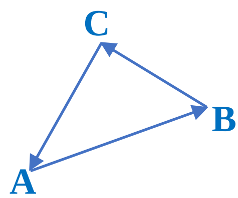
Xêzkirina du tîrên bi navendê hevbeş:



Xêzkirina du tîrên lipeyhev:



Mînak: **Heger ABC sêgoşeyek be weke li jêr, em tekez bikin ku** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$



$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}$$
$$=\overrightarrow{AC}+(-\overrightarrow{AC})$$
$$=\vec{0}$$

Rahênan: **Em tekez bikin ku:**

1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EA}=\vec{0}$

2. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}$

3- Hevdana tîrekê bi hejmareke rast:

Heger $\vec{u}$ tîreke ne sifirî be û k hejmareke rast ji bilî sifirê be, wê demê hevdana tîra $\vec{u}$ bi hejmara k, tîra $k\times\vec{u}=k\vec{u}$ ye.

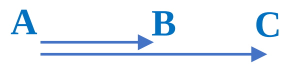
Taybetiyên tîrên $\vec{u}$ û $k\vec{u}$:

1. Tîrên $\vec{u}$ û $k\vec{u}$ heman rêgeh in.

2. Heger $k>0$ be, her du tîr heman alî ne û heger $k<0$ be, her du tîr di aliyê de hevdij in.

3. $\|k\vec{u}\|$ yeksanî encama hevdana $\|\vec{u}\|$ bi hejmara $\|k\|$

Mînak:



$$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$$

Rêgezên hesabê

Heger $\vec{u}$, $\vec{v}$ du tîr bin û λ , k du hejmarên rast bin, wê demê:

1. $\lambda(\vec{u} + \vec{v}) = \lambda\vec{u} + \lambda\vec{v}$

2. $(\lambda + k)\vec{u} = \lambda\vec{u} + k\vec{u}$

3. $k(\lambda\vec{u}) = (k\lambda)\vec{u}$

4. Heger $k\vec{u} = \vec{0}$ **be, wê demê** $k = 0$ **yan jî** $\vec{u} = \vec{0}$

5. $1 \times \vec{u} = \vec{u}$

Mînak:

$$3\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{AC} = (3+4)\overrightarrow{AC} = 7\overrightarrow{AC}$$

$$-5\overrightarrow{AB} = 5\left(-\overrightarrow{AB}\right) = 5\overrightarrow{BA}$$

$$3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = 3\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = 3\overrightarrow{AC}$$

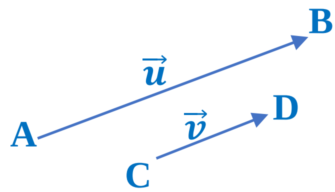
$$-6(\vec{u} + \vec{v}) = -6\vec{u} - 6\vec{v}$$

$7\overrightarrow{AM} = \vec{0} \Longrightarrow 7 \neq 0 \Longrightarrow \overrightarrow{AM} = \vec{0} \Longrightarrow A$ **li ser** M **ye.**

Girêdana xêzikî ji du tîran re:

Em ji du tîran $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$ re dibêjin xêzikî girêdayî ne, heger $\vec{u} = k.\vec{v}$: $k \in \mathbb{R}^*$

Ango: **Tîrek ji ya din çêdibe bi hevdana wê bi hejmareke rast.**



Taybetiyên girêdana xêzikî ji du tîran re:

1. Tîrên bi heve girêdayî heman rêgeh in.

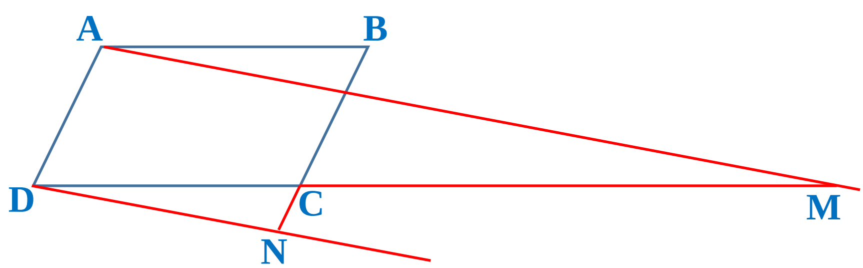
2. Rastekên AB û CD rastênhev an jî yeksaneyî ne.

3. Heger $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{AC}$ be, wê demê xalên A, B û C li ser heman rastekê ne.

4. Tîra sifirî $\vec{0}$ bi her tîrekê re xêzikî girêdayî ye.

Mînak: **ABCD kenarên rastênhev in, xalên N , M têkilyên $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB}$ pêk tine.**

Em tekez bikin ku DN û AM rastênhev in.



Heta ku du rastek rastênhev bin divê mercê girêdana xêzikî pêk were: $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{DN}$

$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN}$ lê: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

$\Longrightarrow \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ **Em her du aliyan hevdanî (3) bikin**

$\Longrightarrow 3\overrightarrow{DN} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ **………. (1)**

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM}$ **lê:** $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CM}$

$\Longrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CM})$ **lê:** $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB}$

$\Longrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB})$

$\Longrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AB}$ **………. (2)**

Bi hevrûkirinê di navbera (1) û (2) de, em dibînin ku:

$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{DN}$ $\Longrightarrow$ **her du tîrên** $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{DN}$ **xêzikî girêdayî ne.**

$\Longrightarrow$ **her du rastekên** $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{DN}$ **rastênhev in.**

Pêkanînên tîran:

1. Nîveka parçerastekekê:

N nîveka parçerasteka AB ye, heger ev têkilî pêk hat:

$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN}$ **yan jî:** $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Em dikarin vê taybetiyê bi rêbazekê ji rêbazên li jêr şîrove bikin:

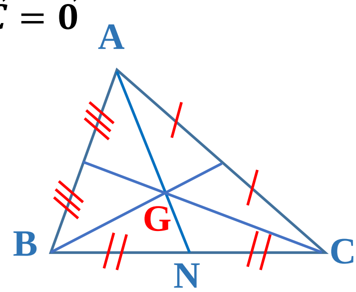
1. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = \vec{0}$

2. $\overrightarrow{NA} = -\overrightarrow{NB}$

3. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NB}$

2. Navenda giraniya sêgoşeyê:

Em dizanin ku navenda giraniya sêgoşeyê, xala hevbirîna xêzikên navîn ên wê ne û bi sembola G tê nîşankirin û vê têkiliyê pêk tine: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$



Tekezkirin:

Li gorî têkiliya şaslês: $\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BN}$ **………. (1)**

$\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CN}$ **………. (2)**

Em (1) û (2) kom bikin:

$2\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}$ **lê:** $\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}=\vec{0}$

$\Longrightarrow\ 2\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$

Ji ber ku G navenda giraniya sêgoşeyê ye, wê demê:

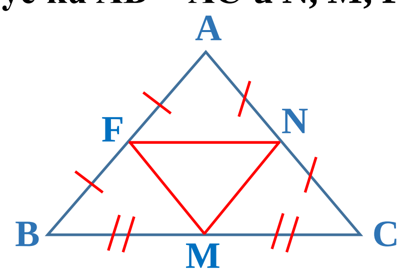
$\overrightarrow{GN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}\ \Longrightarrow\ 2\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}\right)=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$

$-\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

HÎNDARÎ

1. Di teşeya li jêr de, ABC sêgoşe ye ku AB = AC û N, M, F nîvekên kenarên wê ne.



a- Kîjan raveyên li jêr rast e?

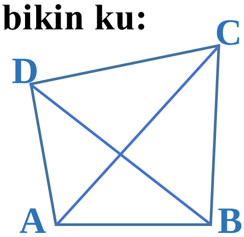
$\| NM \| = \| MF \|$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{MF}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{FN}$

b. Em parçerastekeke tîrkirî (tîr) yeksanî yên li jêr e:

$$\overrightarrow{CN} \quad , \quad \overrightarrow{BM} \quad , \quad \overrightarrow{AF} \quad , \quad \overrightarrow{MN} \quad , \quad \overrightarrow{FN}$$

2. Di teşeya çargoşe ABCD de, em tekez bikin ku:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$$

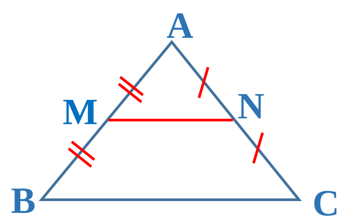


3. Heger ABC sêgoşeyek be

ku M nîveka kenara wê AB

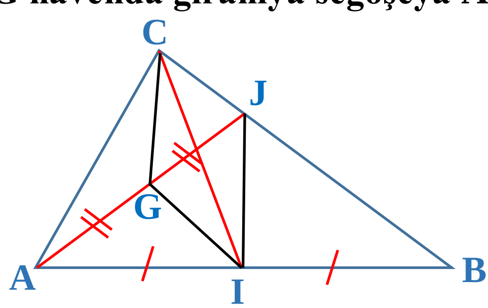
û N nîveka kenara wê AC be:

Em tekez bikin ku $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$:



4. Di teşeya li jêr de: ABC sêgoşe ye ku I nîveka AB û G nîveka AJ ye û teşeya CJIG kenarên rastênhev in.

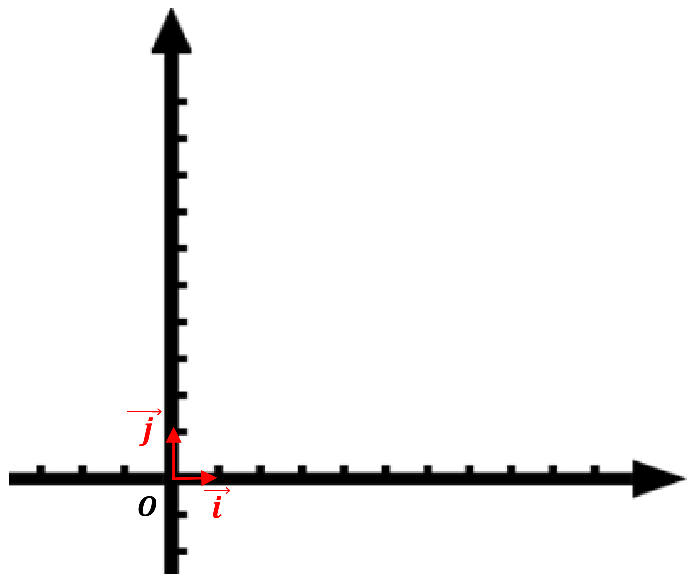
Em tekez bikin ku G navenda giraniya sêgoşeya ACJ ye:



WANEYA DUYEM: TÎR DI TEQALEYÊ DE

Kordînata levhatî:

Ji du tewareyên hevtîk û heman navendê pêk tê, li ser wê her du tîrên menê hat nîşankirin weke li jêr:



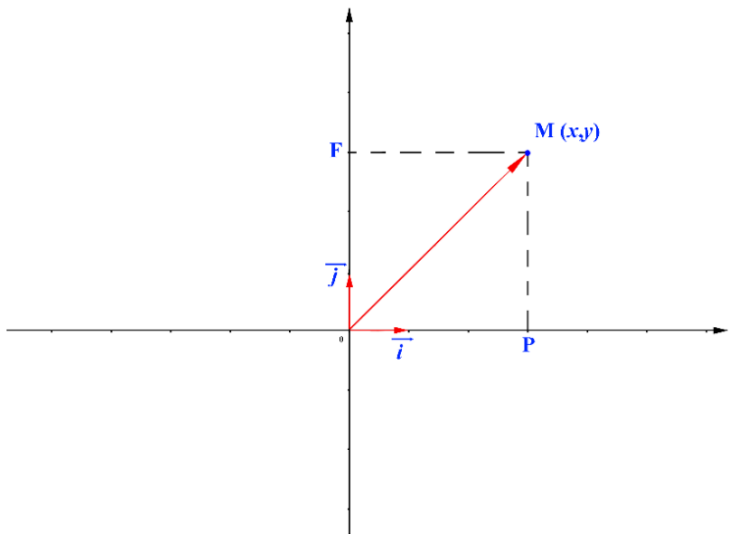
- Tîra $\vec{i}$: Parçerastekeke tîrkirî ye, navenda wê di xala navenda kordînatê de ye û bi aliyê pozîtîv ji tewareya $x'x$ re li gorî ku: $\|\vec{i}\| = 1$

- Tîra $\vec{j}$: Parçerastekeke tîrkirî ye, navenda wê di xala navenda kordînatê de ye û bi aliyê pozîtîv ji tewareya $y'y$ re li gorî ku: $\|\vec{j}\| = 1$

Kordînata levhatî bi sembola $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tê nîşankirin.

Tîra navendî:

Heger $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ kordînateke levhatî be û M xalek ji vê teqaleyê ku ne li ser her du tewareyan be, wê demê em êxistina xala M li ser tewareya $x'x$ çêkin ku wê di P de qut bike û êxistina xala M li ser tewareya $y'y$ çêkin ku wê di F de qut dike.



Her wiha:

Tîra ku navenda wê di xala navenda kordînatê de ye û dawiya wê xala M ye, tîra navendî ye û bi sembola $\overrightarrow{OM}$ tê nîşankirin.

Em dibînin ku: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM}$ lê: $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{PM}$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF}$$

Du hejmarên rast x , y hene li gorî ku: $\overrightarrow{OP} = x\vec{\imath}$

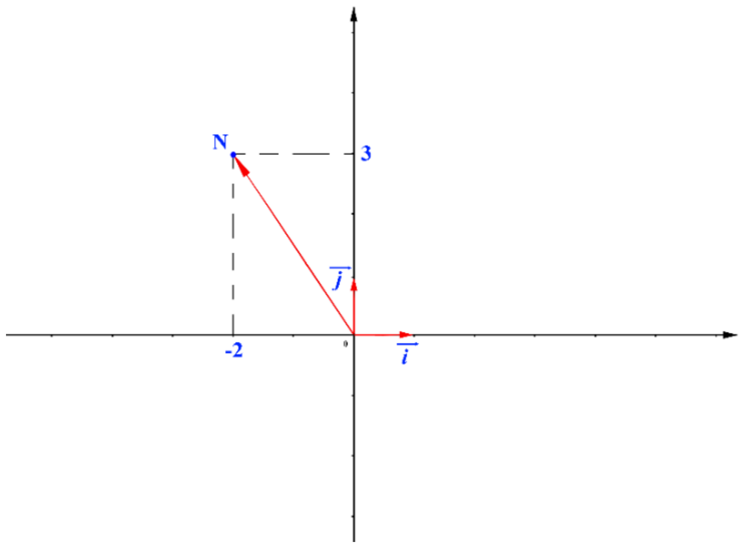
$$\overrightarrow{OF} = y\vec{\jmath}$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} \Longrightarrow \left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{x^2} + y^2$$

Em dikarin tîra navendî bi awayê $\overrightarrow{OM}(x, y)$ jî binivîsin û awayê her tîrekê $\vec{u}$ di teqaleyê de $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ yan jî $\vec{u}(x, y)$ ye.

Em ji (x, y) re dibêjin pêkhateyên tîra $\vec{u}$

Mînak: Di kordînata levhatî de, em tîra navendî $\overrightarrow{ON}(-2,3)$ xêz bikin û dirêjahiya wê bibînin:



$$\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

Rewşên taybet:

1. Heger M li ser tewareya $x'x$ be, wê demê: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$

2. Heger M li ser tewareya $y'y$ be, wê demê: $\overrightarrow{OM} = y\vec{j}$

Rahênan: Di kordînateke levhatî de, heger $A(5,3)$ $B(4,-3)$, $M(-2\,,4)$ em tîrên navendî $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OM}$ xêz bikin û dirêjahiyên wan bibînin.

Yeksaniya du tîran di kordînatê de:

Heger $\vec{u}(x,y)$, $\vec{v}(x',y')$ du tîr bin, wê demê em dibêjin ku $\vec{u} = \vec{v}$ heger $x = x'$, $y = y'$ be.

Komkirina du tîran di kordînatê de:

Heger $\vec{u}(x,y)$, $\vec{v}(x',y')$ du tîr bin, wê demê:

$$\vec{u} + \vec{v} = (x + x'\,, y + y')$$

Hevdana tîrekê bi hejmarekê:

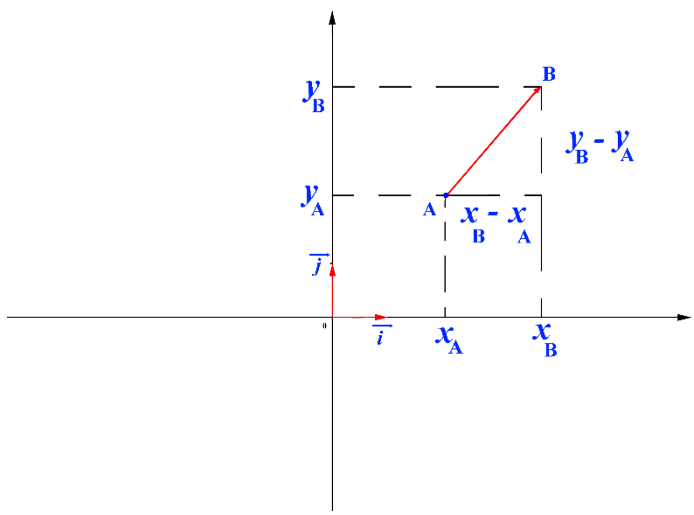
Heger $\vec{u}(x, y)$ tîrek be û k hejmareke rast ji bilî sifirê be, wê demê: $k\vec{u} = k(x, y) = (kx, ky)$

Hesabkirina pêkhateyên tîrekê di kordînatê de:

Heger $(O, \vec{i}, \vec{j})$ kordînateke levhatî be û $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ du xal bin, wê demê:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

Bi kurtasî: $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A \,, y_B - y_A)$



Mînak: **Heger $A(1, -3)$, $B(2, 4)$ du xal bin, em pêkhateyên tîra $\overrightarrow{AB}$ bibînin:**

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

$$= (2 - 1)\vec{i} + (4 + 3)\vec{j} = \vec{i} + 7\vec{j}$$

Ango **pêkhateyên $\overrightarrow{AB}$ ev in: $\overrightarrow{AB}\ (1, 7)$**

Rahênan: **Heger $M(-1, -4)$, $N(-3, -2)$ du xal bin, em pêkhateyên tîra $\overrightarrow{MN}$ bibînin.**

Rastênheviya du tîran û tîkbûna wan:

$\vec{u}(x, y)$, $\vec{v}(x', y')$ **du tîrên ne sifirî ne.**

1. Heger $\vec{u} \backslash\backslash \vec{v}$ be, wê demê:

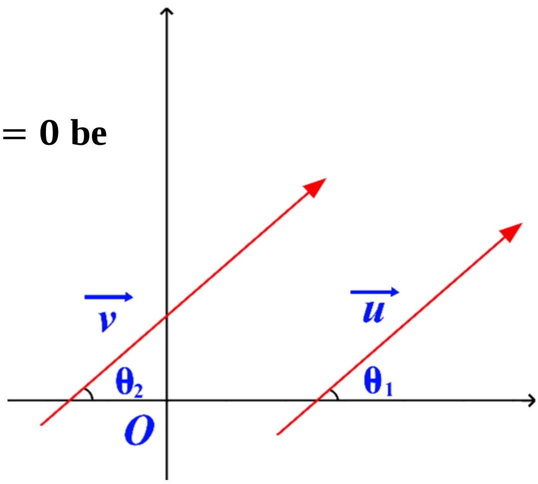
$$m_{\vec{u}} = m_{\vec{v}} \Longrightarrow \tan\theta_1 = \tan\theta_2$$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \Longrightarrow x_1 . y_2 = x_2 . y_1$$

$$x_1 . y_2 - x_2 . y_1 = 0$$

Lê heger $x_1 . y_2 - x_2 . y_1 = 0$ be

wê demê: $\vec{u} \backslash\backslash \vec{v}$



Du tîrên xêzikî girêdayî:

Du tîr xêzikî girêdayî ne, heger rastênhev bin an jî li ser rahiştekekê bin, wê demê mercê girêdana xêzikî ji her du tîrên $\vec{u}(x_1, y_1)$, $\vec{v}(x_2, y_2)$ re ev e: $x_1 . y_2 - x_2 . y_1 = 0$

Têbînî

Dema ku her du tîrên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ xêzikî girêdayî bin, wê demê xalên A, B, C li ser heman rastekê ne û sergoşeyan ji sêgoşeyekê re çênakin.

Mînak: Em tekez bikin ku her du tîrên $\vec{u}(2\ ,3)$, $\vec{v}(4\ ,6)$ xêzikî girêdayî ne:

$$x_1 . y_2 - x_2 . y_1 = 2 \times 6 - 4 \times 3$$
$$= 12 - 12$$
$$= 0 \Longrightarrow \text{Her du tîrên } \vec{u}\ , \vec{v} \text{ xêzikî girêdayî ne.}$$

Rahênan: Em tekez bikin ku her du tîrên $\vec{u}(\sqrt{3}-1 , \sqrt{2})$, $\vec{v}(\sqrt{2} , \sqrt{3}+1)$xêzikî girêdayî ne:

2. Heger $\vec{u} \perp \vec{v}$ be, wê demê:

$$m_{\vec{u}} \times m_{\vec{v}} = -1 \Rightarrow \tan\theta_1 \times \tan\theta_2 = -1$$

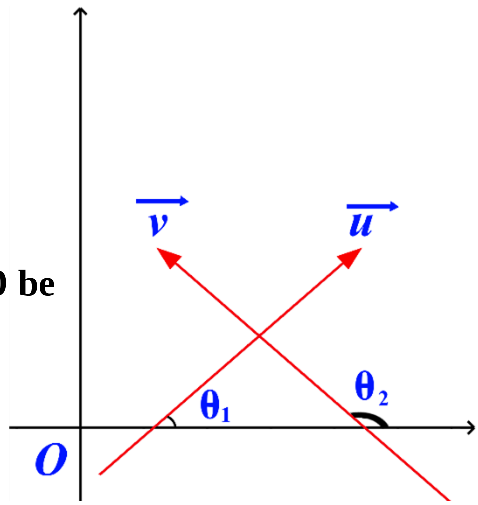
$$\frac{y_1}{x_1} \times \frac{y_2}{x_2} = -1$$

$$\frac{y_1 \, . \, y_2}{x_1 \, . \, x_2} = -1$$

$$-x_1 . x_2 = y_1 . y_2$$

$$x_1 . x_2 + y_1 . y_2 = 0$$

Lê heger $x_1 . y_2 + x_2 . y_1 = 0$ be wê demê: $\vec{u} \perp \vec{v}$



Mînak 1: Heger $\vec{u}(2 , 4)$, $\vec{v}(4 , 8)$ du tîr bin, her du rastênhev in an na?

Heta ku her du tîr rastênhev bin, divê ev merc pêk were:

$$x_1 . y_2 - x_2 . y_1 = 0$$

$$x_1 . y_2 - x_2 . y_1 = 2 \times 8 - 4 \times 4$$

$$= 16 - 16$$

$$= 0 \Rightarrow \vec{u} \,\backslash\backslash\, \vec{v}$$

Mînak 2: Heger $\overrightarrow{AB}(-6\,,3)$, $\overrightarrow{CD}(2\,,4)$ du tîr bin, her du hevtîk in an na?

Heta ku her du tîr hevtîk bin, divê ev merc pêk were:

$$x_1.x_2 + y_1.y_2 = 0$$

$$x_1.x_2 + y_1.y_2 = -6 \times 2 + 3 \times 4$$

$$= -12 + 12$$

$$= 0 \implies \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$$

Rahênan: Heger $\vec{u}(2\,,5)$, $\vec{v}(x\,,-4)$ du tîr bin, em nirxê x di rewşên li jêr de bibînin:

1. $\vec{u} \setminus\setminus \vec{v}$ 2. $\vec{u} \perp \vec{v}$

Pêkanînên geometrî:

1. Cotên rêzkirî yên nîveka parçerastekekê:

Heger $A(x, y)$, $B(x', y')$ du xal bin û I nîveka parçerasteka AB be, wê demê cotên rêzkirî yên I ev in:

$$x_I = \frac{x_B + x_A}{2} \quad , \quad y_I = \frac{y_B + y_A}{2}$$

Mînak: Em cotên rêzkirî yên I nîveka parçerasteka AB bibînin, heger $A(1,3)$, $B(5,7)$ be:

$$x_I = \frac{x_B + x_A}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_I = \frac{y_B + y_A}{2} = \frac{7+3}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$\implies$ $I(3\,,5)$ cotên rêzkirî yên I ne.

2. Cotên rêzkirî yên navenda giraniya sêgoşeyê:

Heger $A(x\,,y)$, $B(x_1,y_1)$, $C(x_2,y_2)$ sê xal bin, wê demê cotên rêzkirî yên G navenda giraniya sêgoşeya ABC ev in:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \quad , \quad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

Mînak: **Em cotên rêzkirî yên G navenda giraniya sêgoşeya ABC bibînin, heger $A(1,3)$, $B(2,2)$, $C(3\,,4)$ be:**

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1+2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

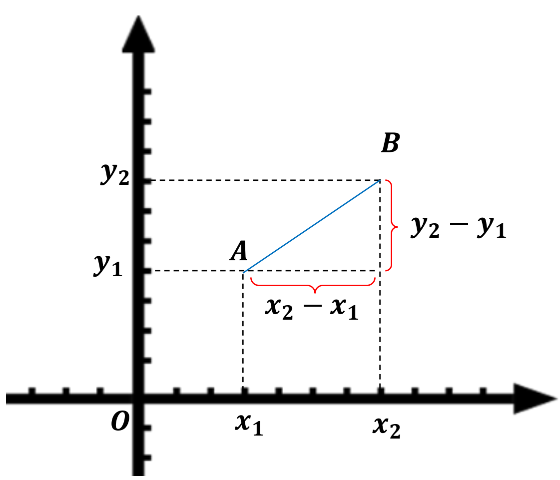
$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3+2+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$\Longrightarrow$ $G(2\,,3)$ **cotên rêzkirî yên G ne.**

3. Dirêjahî di navbera du xalan de:

Di kordînata levhatî $(O,\vec{i},\vec{j})$ de, heger $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ du xal bin, wê demê dirêjahiya di navbera A û B de bi vê têkiliyê tê dayîn: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Bi sûdgirtina ji teoriya Pythagoras.



Mînak: Em dirêjahiyê di navbera her du xalên $A(2\,,3)$, $B(5\,,7)$ bibînin:

$$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

Rewşeke taybet: Heger $\vec{u}\,(x\,,y)$ tîrek be, wê demê dirêjahiya tîra $\vec{u}$ ev e: $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Mînak: Em dirêjahiya tîra $\vec{u}\,(6\,,8)$ bibînin:

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(6)^2+(8)^2}$$

$$= \sqrt{36+64}$$

$$= \sqrt{100} = 10$$

Em ê pêkanînên geometriyî di beşa bê de fireh bikin.

HÎNDARÎ

1. Di kordînata levhatî $(O,\vec{i},\vec{j})$ de, heger $A(3,-4), B(-12,5)$ $C(-3,-6)$ sê xal bin:

- Em tîra navendî ji A, B û C re bibînin û piştre dirêjahiya wan bibînin.

- Her du tîrên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ rastênhev in an na û çima?

2. Heger $\vec{u}(-4,6)$, $\vec{v}(6,-9)$ du tîr bin, em tekez bikin ku $\vec{u} \setminus\setminus \vec{v}$

3. Heger $\overrightarrow{AB}(3,2)$, $\overrightarrow{CD}(6,-9)$ du tîr bin, em tekez bikin ku $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$

4. Di kordînata levhatî $(O,\vec{i},\vec{j})$ de, heger $\overrightarrow{ON} = \vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}$ û $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ be, her sê xalên N, M û O sergoşeyên sêgoşeyekê çêdikin an na?

5. Di kordînata levhatî $(O,\vec{i},\vec{j})$ de, heger $A(4,5)$, $B(2,1)$, $C(8,3)$ sê xal bin, em tekez bikin ku her sê xalên A, B û C sergoşeyên sêgoşeyeke tîk û duhemkenar çêdikin.

6. Di kordînata levhatî $(O,\vec{i},\vec{j})$ de, heger $A(-2,3)$, $B(4,5)$, $C(0,5)$, $D(5,4)$ çar xal bin:

- Em derdora sêgoşeya ABC bibînin.

- Em cotên rêzkirî yên xala I nîveka parçerasteka BC bibînin.

- Em pêkhateyên her du tîrên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ bibînin.

- Em tekez bikin ku her du rastekên AB , CD hevqetîn in.

BEŞA PÊNCEM: GEOMETRIYA ANALÎZÎ

1. DIRÊJAHIYA DI NAVBERA DU XALAN DE

2. COTÊN RÊZKIRÎ YÊN NÎVEKA PARÇERASTEKEKÊ

3. AWAYÊ SADE JI HEVKÊŞEYA RASTEKEKÊ RE

4. PARVEKIRINA PARÇERASTEKEKÊ

5. HEVKÊŞEYA XÊZIKA RASTEKÊ

6. DURAHIYA XALEKÊ JI RASTEKEKÊ

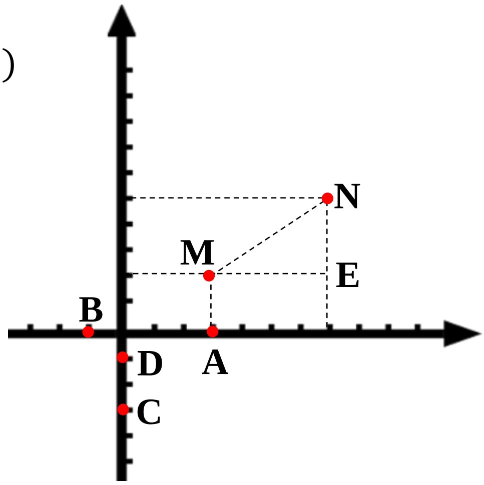
WANEYA YEKEM: DIRÊJAHIYA DI NAVBERA DU XALAN DE

Me berê cotên rêzkirî di kordînatê de nîşan kiriye û niha em dikarin durahiya di navbera cotên xalên li jêr bibînin?

1. Xalên $A(3\,,0)\,,B(-1\,,0)$

2. Xalên $C(0\,,-3)\,,\,D(0\,,-1)$

3. Xalên $M(3\,,2)\,,\,N(7\,,5)$



- **Em dibînin ku xalên $A(3\,,0)\,,B(-1\,,0)$ li ser tewareya asoyî ne, wê demê:**

$AB = |-1-3| = |-4| = 4$ menên dirêjahiyê.

Encam $\boxed{AB = |x_B - x_A|}$

- **Lê xalên $C(0\,,-3)$ û $D(0\,,-1)$ li ser tewareya rêzkirinê (tîkî) ne, wê demê:**

$CD = |-3-(-1)| = |-3+1| = |-2| = 2$menên dirêjahiyê.

Encam $\boxed{AB = |x_B - x_A|}$

- **Em dikarin xalên $M(3\,,2)$ û $N(7\ \ 5)$ nîşan bikin weke di teşe de û ji bo dîtina dirêjahiya MN, em destpêkê dirêjahiya ME bibînin:**

$ME = |7-3| = |4| = 4$ **menên dirêjahiyê**

Piştre em dirêjahiya NE bibînin:

$NE = |5-2| = |3| = 3$ **menên dirêjahiyê**

Sêgoşeya MEN di E de tîk e, li gorî Pythagoras:

$MN^2 = ME^2 + EN^2$

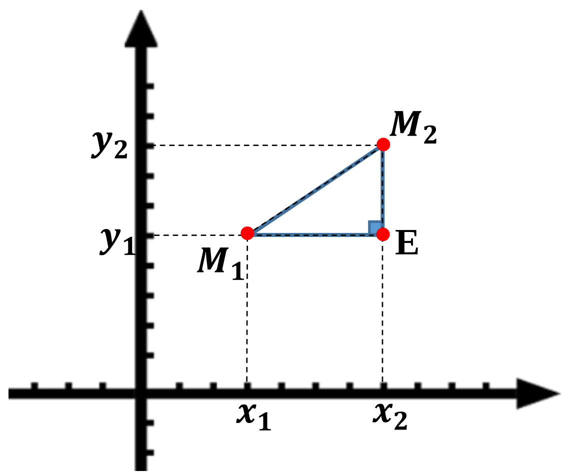
$MN^2 = (4)^2 + (3)^2 = 16 + 9$

$= 25 \Rightarrow MN = 5$ **menên dirêjahiyê**

Bi giştî: Heger $M_1(x_1, y_1)$ û $M_2(x_2, y_2)$ du xal bin di kordînatê de, wê demê:

$M_1E = |x_2 - x_1|$

$EM_1 = |y_2 - y_1|$



Di sêgoşeya M_1EM_2 ya di E de tîk, li gorî Pythagoras:

$M_1M_2{}^2 = M_1E^2 + M_2E^2$

$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

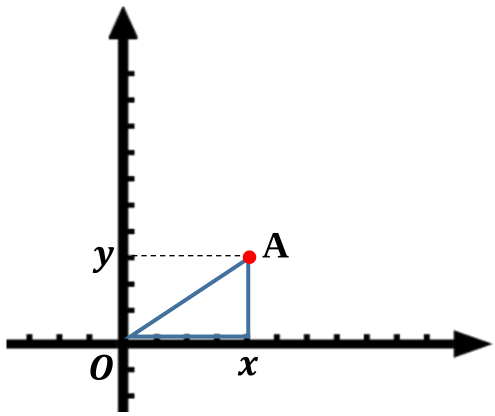
$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Encam

Rêgeza durahiya di navbera her du xalên $A(x_1, y_1)$ û $B(x_2, y_2)$ de bi vî awayî ye:

$AB = \sqrt{dama\ derxistina\ x`an + dama\ derxistina\ y`an}$

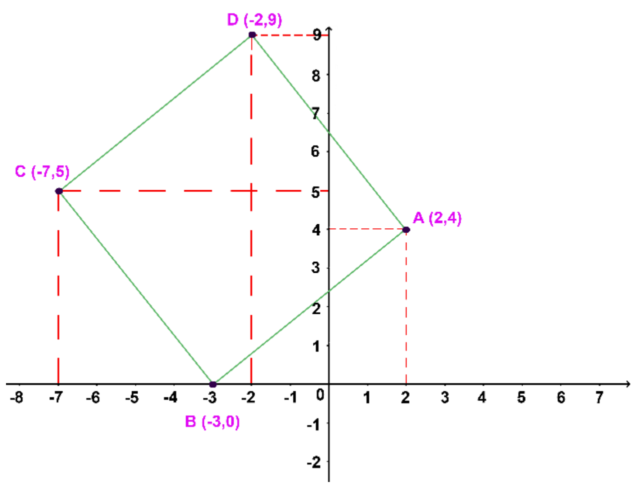
Rewşeke taybet: **Durahiya xala $A(x\,,y)$ ji navendê $O(0\,,0)$ bi vî awayî ye:** $AO = \sqrt{x^2 + y^2}$



Mînak 1: **Heger** $A(2\,,4)\,,B(-3\,,0)\,,C(-7,5)\,,D(-2\,,9)$ **çar xal bin:**

1. Em xalan di kordînatê de xêz bikin.

2. Em tekez bikin ku teşeya çargoşe dam e.



Dîtina dirêjahiya AB:

$$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (0-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-5)^2 + (-4)^2} \Rightarrow AB = \sqrt{25+16} \Rightarrow AB = \sqrt{41}$$

Dîtina dirêjahiya BC:

$$BC = \sqrt{(-7-(-3))^2 + (5-0)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (5)^2} \Longrightarrow BC = \sqrt{16+25} \Longrightarrow BC = \sqrt{41}$$

Dîtina dirêjahiya CD:

$$CD = \sqrt{(-2-(-7))^2 + (9-5)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 + (4)^2} \Longrightarrow CD = \sqrt{25+16} \Longrightarrow CD = \sqrt{41}$$

Dîtina dirêjahiya DA:

$$DA = \sqrt{(-2-2)^2 + (9-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (5)^2} \Longrightarrow DA = \sqrt{16+25} \Longrightarrow DA = \sqrt{41}$$

Em dibînin ku:

$$AB = BC = CD = DA = \sqrt{41}$$

Ji ber ku her çar kenar di dirêjahiyê de yeksan in, wê demê teşe dam an jî çargoşeya hemkenar e û heta em tekez bikin ku dam e divê em dirêjahiya her du eşkêlan bibînin:

Dîtina dirêjahiya AC:

$$AC = \sqrt{(-7-2)^2 + (5-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-9)^2 + (1)^2} \Longrightarrow AC = \sqrt{81+1} \Longrightarrow AC = \sqrt{82}$$

Dîtina dirêjahiya DB:

$$DB = \sqrt{(-3+2)^2 + (0-9)^2}$$

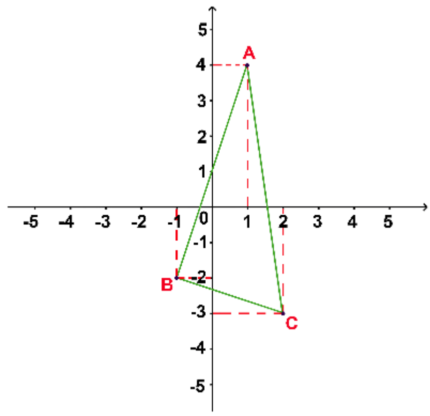
$$= \sqrt{(-1)^2 + (-9)^2} \Longrightarrow DB = \sqrt{1+81} \Longrightarrow DB = \sqrt{82}$$

Em dibînin ku: AC = DB $\Longrightarrow$ teşe dam e ji ber ku dirêjahiyên kenarên wê yeksan in û her du eşkêlên wê di dirêjahiyê de yeksan in.

Mînak 2: **Heger $A(1\,,4)\,,B(-1\,,-2)\,,C(2,-3)$ sê xal bin:**

1. Em xalan di kordînatê de xêz bikin.

2. Em tekez bikin ku sêgoşeya ABC tîk e û piştre rûbera wê bibînin.



$$AB = \sqrt{(-1-1)^2+(-2-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2+(-6)^2}$$

$$= \sqrt{4+36}$$

$$= \sqrt{40}$$

$$BC = \sqrt{(-1-2)^2+(-2+3)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2+(1)^2} = \sqrt{9+1}$$

$$= \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(2-1)^2+(-3-4)^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2+(-7)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$$

Em dibînin ku dirêjtirîn kenar, AC ye $\Longrightarrow AC^2 = 50$

$$AB^2 + BC^2 = 40 + 10 = 50 \Longrightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Em dibînin ku li gorî vajiya Pythagoras sêgoşeya ABC tîk e.

Dîtina rûberê: $S = \frac{1}{2} AB \times BC$

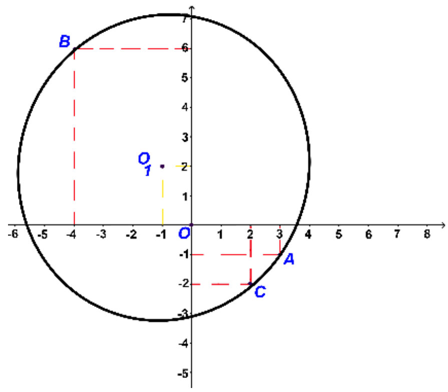
$$= \frac{1}{2}\sqrt{40} \times \sqrt{10}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{400} = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ menên damî}$$

Mînak 3: Heger $A(3,-1)$, $B(-4,6)$, $C(2,-2)$ sê xal bin:

1. Em xalan di kordînatê de xêz bikin.

2. Em tekez bikin ku ev xal li ser bazinekî ku navenda wî $O_1(-1,2)$ ye û derdora wî bazinî bibînin.



Heta ku xalên A, B û C li ser bazinekî bin ku navenda wî O_1 ye, divê durahiyên A, B û C ji xala O_1 yeksan bin.

$$AO_1 = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-2)^2}$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ mena dirêjahiyê}$$

$$BO_1 = \sqrt{(-4+1)^2 + (6-2)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ mena dirêjahiyê}$$

$$CO_1 = \sqrt{(2+1)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ mena dirêjahiyê}$$

Em dibînin ku $AO_1 = BO_1 = CO_1 = 5$ mena dirêjahiyê.

Her wiha xalên A, B û C li ser bazinekî tenê ne ku navenda wî O_1 ye.

Derdora bazin: $P = 2\pi r = 2\pi\, 5 = 10\pi$ mena dirêjahiyê

HÎNDARÎ

1. Em valahiyên li jêr dagirin:

- Durahiya di navbera xala $A(-3,4)$ û xala navenda kordînatê de yeksanî …………

- Durahiya di navbera her du xalên $B(-5,0)$ û $C(0,12)$ de yeksanî ……….

- Durahiya di navbera her du xalên $D(15,0)$ û $F(6,0)$ de yeksanî ……….

- Dirêjahiya nîveşkêla bazinê ku navenda wî $O(7\ ,4)$ û di xala $E(3,1)$ re diçe, yeksanî ……….

- Heger durahî di navbera her du xalên $A(x,0)$ û $B(0,1)$ de meneke tenê ya dirêjahiyê be, wê demê $x =$ ……….

2. Em bersiva rast hilbijêrin:

- Xalên $O(0\ ,0)$, $A(6\ ,0)$ û $B(0\ ,8)$:

a. Sêgoşeyeke bi goşeya fireh çêdikin

b. Sêgoşeyeke bi goşeya tîk çêdikin

c. Sêgoşeyeke bi goşeya teng çêdikin

d. Li ser heman rastekê ne

- Heger navenda bazinekî xala navendê be û dirêjahiya nîveşkêla wî 2 menên dirêjahiyê be, kîjan xalên li jêr endamên bazin ne?

a. $A(1\ ,2)$ b. $B(-2,1)$ c. $C\left(\sqrt{3},1\right)$ d. $D(\sqrt{2},1)$

3. Heger $A(-2\ ,4)$, $B(3\ ,-1)$, $C(4\ ,5)$ sergoşeyên sêgoşeyekê bin, em cureya sêgoşeyê li gorî kenaran bibînin û xêz bikin.

4. Heger $A(5\ ,-5)\ ,\ B(-1\ ,7)\ ,\ C(15\ ,15)$ sergoşeyên sêgoşeyekê bin, em tekez bikin ku sêgoşe di B de tîk e û piştre rûbera wê bibînin û xêz bikin.

5. ABCD teşeyeke çargoşe ye li gorî ku ev xal sergoşeyên wê bin: $A(5,3), B(6,-2), C(1,-1), D(0,4)$

Em tekez bikin ku teşeya ABCD çargoşeya hemkenar e û piştre rûbera wê bibînin.

6. Di teşeya li jêr de:

- Em cotên rêzkirî yên ku cihê dibistanê, mala Robar, rawestgeha basê û nexweşxaneyê nîşan dide, bibînin.

- Em durahiya mala Robar ji dibistanê bibînin.

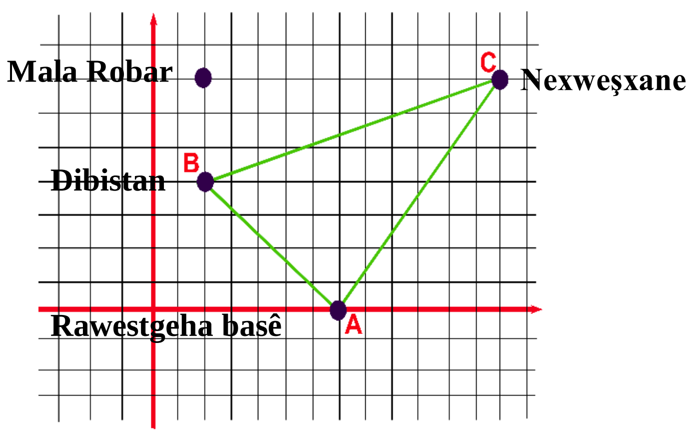
- Em durahiya mala Robar ji nexweşxaneyê bibînin.

- Kîjan nêzîktir e? Mala Robar ji dibistanê yan ji nexweşxaneyê.

- Em durahiya dibistanê ji nexweşxaneyê bibînin.

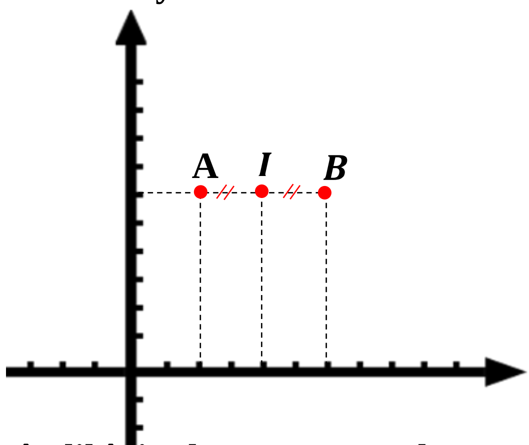
- Her du rêyên AB û AC hevtîk in an na? Çima?

- Gelo gerek Robar bi bas an meşê biçe dibistanê?



WANEYA DUYEM: COTÊN RÊZKIRÎ YÊN NÎVEKA PARÇERASTEKEKÊ

- **Di kordînateke hevtîk de, heger $A(2,6)$, $B(6,6)$ du xal bin, em cotên rêzkirî yên I nîveka AB bibînin:**



Em ji xêzkirinê dibînin ku parçerasteka AB rastênhevî tewareya $x'x$ ye.

Her wiha cotên rêzkirî yên nîveka wê $I(4,6)$ e.

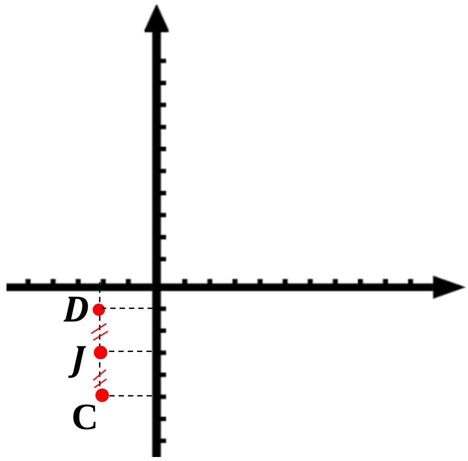
Yan jî em dikarin cotên rêzkirî yên I nîveka AB bi vî awayî bibînin:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6+6}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Ango: Cotên rêzkirî yên I: $I(4,6)$

- **Di kordînateke hevtîk de, heger $C(-2,-5)$ $D(-2,-1)$ du xal bin, em cotên rêzkirî yên J nîveka CD bibînin:**



Em ji xêzkirinê dibînin ku parçerasteka CD rastênhevî tewareya $y'y$ ye.

Her wiha cotên rêzkirî yên nîveka wê $J(-2,-3)$ ye.

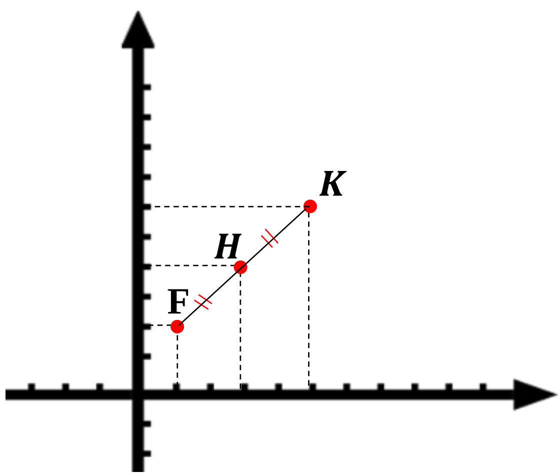
Yan jî em dikarin cotên rêzkirî yên J nîveka CD bi vî awayî bibînin:

$$x_J = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{-2-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_J = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Ango: Cotên rêzkirî yên J: $J(-2,-3)$

- **Di kordînateke hevtîk de, heger $F(1,2)$, $K(5,6)$ du xal bin, em cotên rêzkirî yên H nîveka FK bibînin:**



Em ji xêzkirinê dibînin ku $H(3,4)$ cotên rêzkirî yên H nîveka FK ne.

Yan jî em dikarin cotên rêzkirî yên J nîveka CD bi vî awayî bibînin:

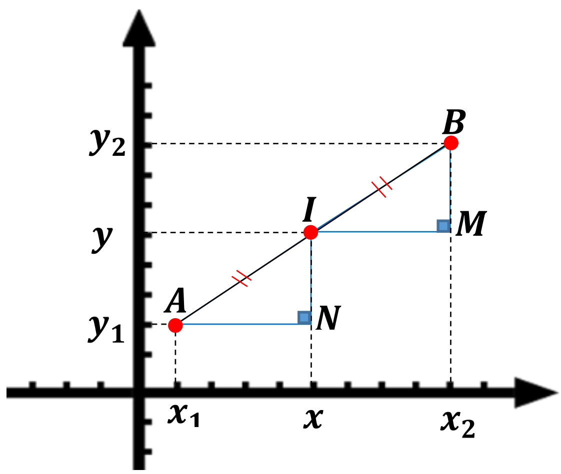
$$x_H = \frac{x_F + x_K}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_H = \frac{y_F + y_K}{2} = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Ango: Cotên rêzkirî yên H: $H(3,4)$

Bi giştî: Em dikarin rêgeza cotên rêzkirî yên nîveka parçerastekekê bi vî awayî encamê bigirin:

Heger $A(x_1 . y_1)$, $B(x_2 . y_2)$ û $I(x . y)$ sê xal bin li gorî ku I nîveka AB ye.



Ji yeksaneyiya her du sêgoşeyên ANI û IMB em dibînin ku:

$$AN = IM$$

$$x - x_1 = x_2 - x$$

$$x + x = x_1 + x_2$$

$$2x = x_1 + x_2$$

$$\Rightarrow \ x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Di heman demê de em dibînin ku:

$$IN = BM$$

$$y - y_1 = y_2 - y$$

$$y + y = y_1 + y_2$$

$$2y = y_1 + y_2$$

$$\Rightarrow y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Ango: Cotên rêzkirî yên *I* nîveka AB bi vê têkiliyê tê dayîn: $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

Mînak 1: Heger *J* nîveka AB be li gorî $A(5,-3)$, $B(1,-1)$, em cotên rêzkirî yên *J* bibînin:

$$\left.\begin{aligned} x_J &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ y_J &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathrm{J}(3, -2)$$

Mînak 2: Heger $I(6,-4)$ nîveka CB be û $C(5,-3)$ be, em cotên rêzkirî yên xala B bibînin:

Heger $B(x_B, y_B)$ be, wê demê:

$$x_I = \frac{x_C + x_B}{2} \Rightarrow 6 = \frac{5 + x_B}{2} \Rightarrow 12 = 5 + x_B$$

$$\Rightarrow x_B = 12 - 5 \Rightarrow x_B = 7$$

$$y_I = \frac{y_C + y_B}{2} \Rightarrow -4 = \frac{-3 + y_B}{2} \Rightarrow -8 = -3 + y_B$$

$$\Rightarrow y_B = -8 + 3 \Rightarrow y_B = -5$$

Ango: cotên rêzkirî yên B: $B(7, -5)$

Mînak 3: **ABCD kenarên rastênhev in ku $A(3\ ,2)$, $B(4,-5)$, $C(\ 0,-3)$ û $D(-1,4)$ be, em cotên rêzkirî yên xala hevqetîna eşkêlên wê bibînin:**

Heger I xala hevqtîna eşkêlên wê be û ji ber ku eşkêlên kenarên rastênhev di nîvî de hevqetînin, wê demê I nîveka AC ye:

$$I\left(\frac{x_C+x_A}{2},\frac{y_C+y_A}{2}\right)=I\left(\frac{0+3}{2},\frac{-3+2}{2}\right)=I(\frac{3}{2},\frac{-1}{2})$$

HÎNDARÎ

1. Heger navenda kordînatê nîveka parçerasteka AB be ku $A(5,-2)$ ye, em cotên rêzkirî yên xala B bibînin.

2. Heger A, B, C û D li ser heman rastekê bin û AB=BC=CD be ku $A(1,3)$, $C(5,1)$ ye, em cotên rêzkirî yên B û D bibînin.

3. Heger $A(4,3)$, $B(1,1)$, $C(-5,-3)$ sê xal bin, em tekez bikin ku her sê xal li ser heman rastekê ne.

4. Em cotên rêzkirî yên I nîveka AB di rewşên li jêr de bibînin:

$$A(2,4)\,, \qquad B(6,0)$$

$$A(-3,6)\,, \qquad B(3,-6)$$

5. Heger I nîveka AB be, em di rewşên li jêr de nirxên x û y bibînin:

$$A(-3\,,y)\ \ ,B(9,11)\,,I(x,-3)$$

$$A(x,-6)\ \ ,B(9,-11)\,,I(-3,y)$$

6. Heger $A(1,-6), B(9,2)$ du xal bin, em cotên rêzkirî yên xala ku AB li çar parçeyên yeksan parve dike, bibînin.

7. Em tekez bikin ku xalên $A(6,0), B(2,-4), C(-4,2)$ sergoşeyên sêgoşeyeke di B de tîk û piştre cotên rêzkirî yên xala D ya ku teşeya ABCD dike milkêş, bibînin.

WANEYA SÊYEM: AWAYÊ SADE JI HEVKÊŞEYA RASTEKEKÊ RE

Xwariya xêzika rast:

Me berê nas kiriye ku têkiliya xwariya xêzika rast ya di du xalan $A(x_1 . y_1)$, $B(x_2 . y_2)$ re diçe ev e: $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

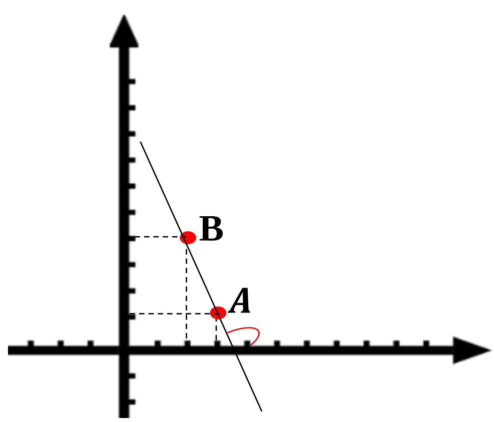
Em xwariyê bi sembola m nîşan dikin: $m_{(AB)} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

Mînak 1: Em xwariya rasteka ku di her du xalên $A(3,1)$, $B(2,4)$ re diçe, bibînin:

$$m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-1}{2-3} = \frac{3}{-1} = -3$$

Têbînî

Dema ku xwarî negetîv be, wê demê goşeya ku bi rastekê re çêdike bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$, goşeya fireh e.

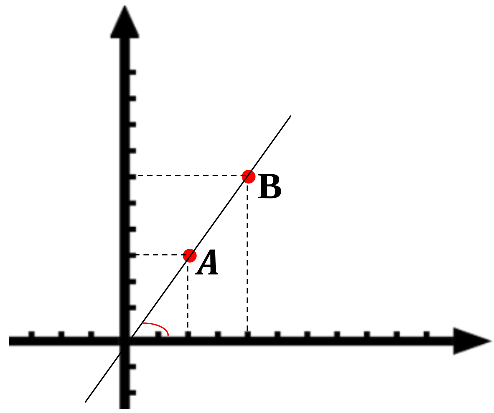


Mînak 2: Em xwariya rasteka ku di her du xalên $A(2,3)$, $B(4,6)$ re diçe, bibînin:

$$m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2}$$

Têbînî

Dema ku xwarî pozîtîv be, wê demê goşeya ku bi rastekê re çêdike bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$, goşeya teng e.

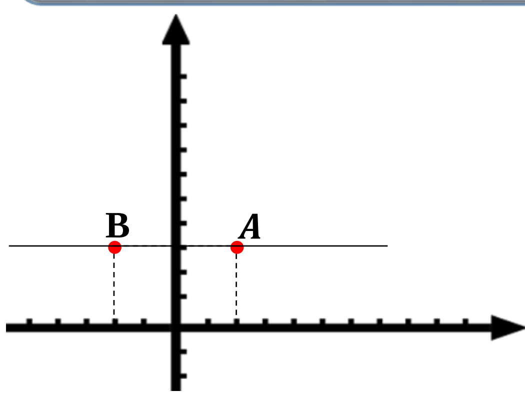


Mînak 3: Em xwariya rasteka ku di her du xalên $A(2,3)$, $B(-1,3)$ re diçe, bibînin:

$$m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-3}{-`1-2} = \frac{0}{-3} = 0$$

Têbînî

Dema ku xwarî sifir be, wê demê goşeya ku bi rastekê re çêdike bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$, goşeya sifirî ye.

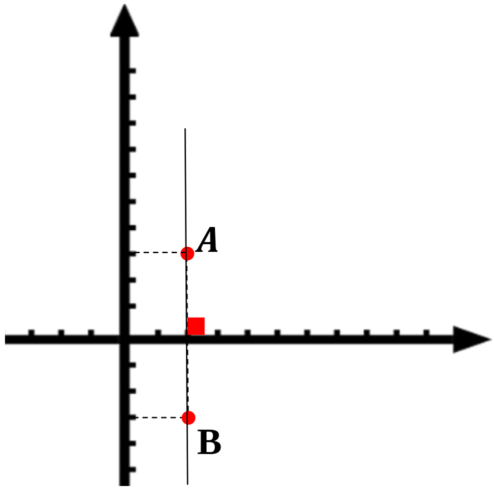


Mînak 4: Em xwariya rasteka ku di her du xalên $A(2,-1)$, $B(2,3)$ re diçe, bibînin:

$$m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3+2}{2-2} = \frac{5}{0}\ ne\ p\hat{e}nasekir\hat{\imath}\ ye$$

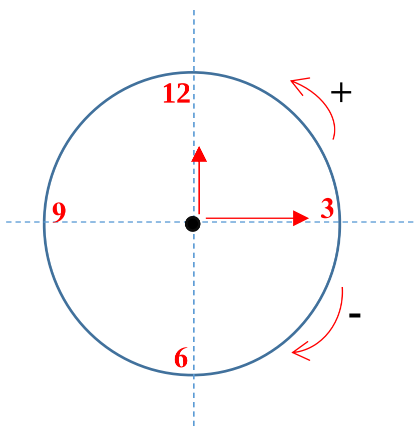
Têbînî

Dema ku xwarî ne pênasekirî be, wê demê goşeya ku bi rastekê re çêdike bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$, goşeya tîk e.



Pîvana pozîtîv û ya negetîv ji goşeyê re

Goşe pozîtîv e, heger vajiya aliyê tevgera tîrên demjimêrê be û negetîv e, heger heman aliyê tevgera tîrên demjimêrê be.

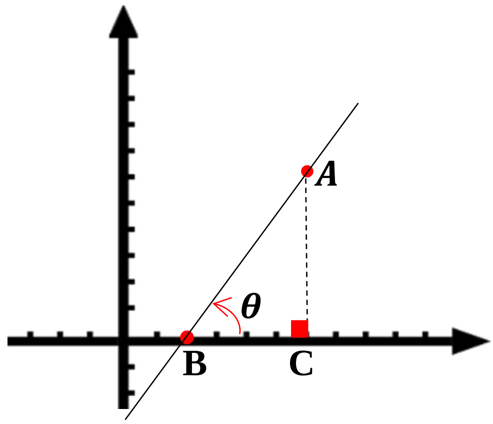


Pênaseya xwariya xêzika rast:

Pênase

Tan`a goşeya pozîtîv a ku bi rastekê re çêdike bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$.

Ango: $m = tan(\theta)$



$$m = \frac{Guhertina\ t\hat{\imath}k\hat{\imath}}{Guhertina\ asoy\hat{\imath}}$$

$$m = \frac{AC}{CB} = \frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} \Longrightarrow m = \tan\theta$$

Mînak 1: Em xwariya xêzika rast a ku goşeya 30° bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$ çêdike, bibînin: $m = \tan(30^{\circ}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Têbînî

Heger goşe ne navdar be, em dikarin jimartekê bi kar bînin.

Mînak 2: Em xwariya xêzika rast a ku goşeya 56° bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$ çêdike, bibînin:

$$m = \tan(56^{\circ}) = 1.482509685$$

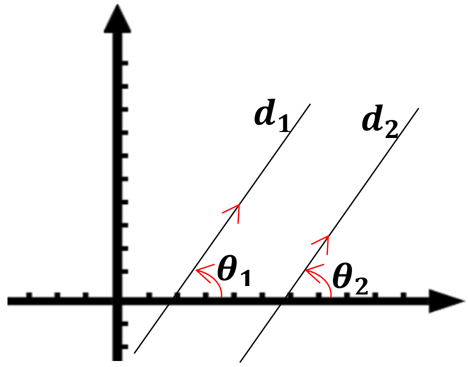
Rahênan: Em xwariya xêzika rast a ku goşeya pozîtîv bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$ çêdike, bibînin heger pîvana wê:

1) 45° 2) 60°

Têkilî di navbera xwariyên du rastekên rastênhev de:

Teşeya li jêr du rastekên rastênhev $d_1//d_2$ ku xwariyên wan m_1 , m_2 bin, nîşan dike.

Her du rastek du goşeyên pozîtîv bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$ çêdike ku pîvanên wan θ_1 , θ_2 bin.



Em dibînin ku: $\widehat{\theta}_1 = \widehat{\theta}_2$ sîmetrîk in

$\Longrightarrow \tan\theta_1 = \tan\theta_2 \Longrightarrow m_1 = m_2$

Encam

$$d_1//d_2 \Longrightarrow m_1 = m_2$$

Ango: Heger du rastek rastênhev bin, wê demê xwariya wan yeksan in û vajiya wê jî rast e.

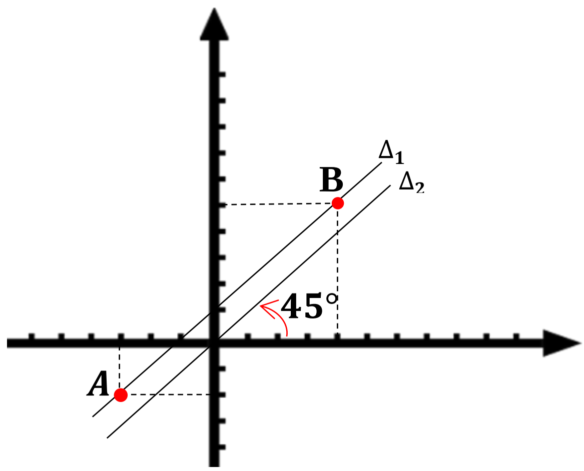
$$m_1 = m_2 \Longrightarrow d_1//d_2$$

Mînak: Em tekez bikin ku rasteka ku di her du xalên $A(-3\,,-2)$, $B(4\,,5)$ re diçe, rastênhevî rasteka ku bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$ goşeya 45° çêdike.

$$m_1 = m_{\Delta_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5+2}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

$$m_2 = m_{\Delta_2} = \tan(45) = 1$$

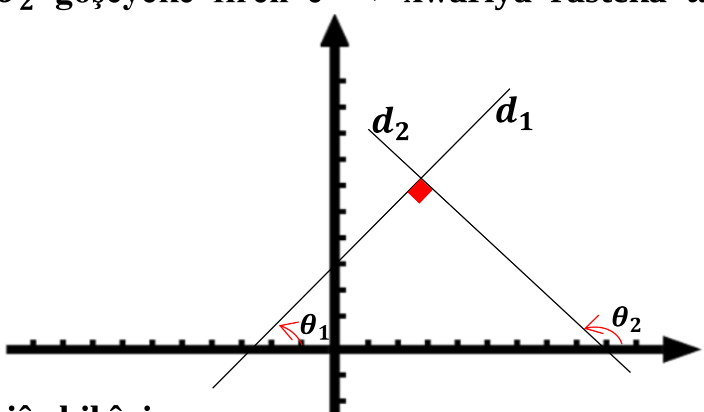
Em dibînin ku: $m_1 = m_2 \;\Longrightarrow\; \Delta_1//\Delta_2$



Têkilî di navbera xwariyên du rastekên hevtîk de:

Teşeya li jêr du rastekên hevtîk $d_1 \perp d_2$ ku xwariyên wan m_1 , m_2 bin, nîşan dike.

Em dibînin ku $\widehat{\theta}_1$ goşeyeke teng e $\Longrightarrow$ Xwariya rasteka d_1 pozîtîv e, lê $\widehat{\theta}_2$ goşeyeke fireh e $\Longrightarrow$ xwariya rasteka d_2 negetîv e.



Em tabloya li jêr bibînin:

Nirxên θ_1	$30°$	$45°$	$60°$
Nirxên θ_2	120	135	150
$\tan \theta_1 \times \tan \theta_2$	-1	-1	-1

Diyarkirin:

$\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan 120 = -\tan 60 = -\sqrt{3}$

Ji tabloyê em dibînin ku: $\tan\theta_1 \times \tan\theta_2 = -1$

$$\Longrightarrow m_1 \times m_2 = -1$$

Encam

Heger d_1, d_2 du rastekên ku xwariya wan m_1, m_2 be û $d_1 \perp d_2$ be, wê demê: $m_1 \times m_2 = -1$

Heger $m_1 \times m_2 = -1$ be, wê demê: $d_1 \perp d_2$

Mînak 1: **Em tekez bikin ku rasteka ku di her du xalên $A(4\,,3\sqrt{3})$, $B(5\,,2\sqrt{3})$ re diçe, li ser rasteka ku bi aliyê pozîtîv ê tewareya $x'x$ goşeya 45° çêdike, tîk e.**

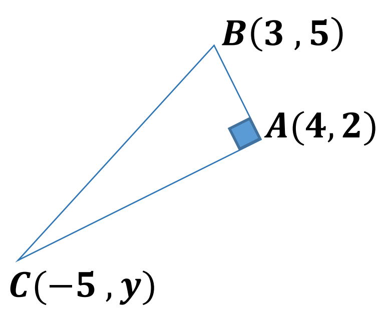
Em xwariya rasteka ku di AB re diçe bibînin:

$$m_1 = m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{5 - 4} = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$$

$$m_2 = \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$m_1 \times m_2 = -\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = -1 \Longrightarrow$ **Her du rastek hevtîk in.**

Mînak 2: **Heger sêgoşeya ku sergoşeyên wê $A(4\,,2)$, $B(3\,,5)$ $C(-5\,,y)$ bin, di A de tîk be, em nirxê y bibînin:**



Em xwariya rasteka AB bibînin:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-2}{3-4} = \frac{3}{-1} = -3$$

Em xwariya rasteka AC bibînin:

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{y-2}{-5-4} = \frac{y-2}{-9}$$

Ji ber ku sêgoşe di A de tîk e:

$$m_{AB} \times m_{AC} = -1 \Rightarrow -3 \times \frac{y-2}{-9} = -1 \Rightarrow \frac{y-2}{3} = -1$$

$$\Rightarrow y - 2 = -3 \Rightarrow y = -1$$

Awayê sade ji hevkêşeya rastekê re:

Me berê hevkêşeya rasteka bi awayê $ax + by + c = 0$ li gorî ku $a, b \neq 0$ bi hev re, dîtiye û me nîşankirina wê girafîkî dîtiye.

Mînak: Em hevkêşeya $x - 2y + 4 = 0$ girafîkî nîşan bikin û piştre xwariya vê rastekê bibînin:

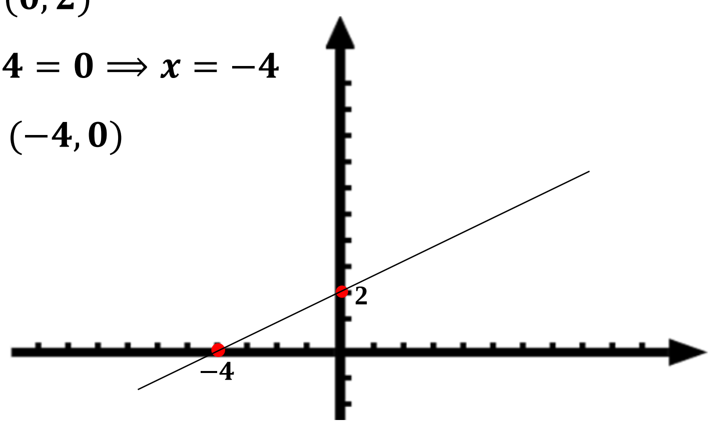
Ji bo hêsanbûna xêzkirinê, baştir e ku em xalên hevqetînê bi tewareyên kordînatê re bibînin:

$x = 0 \;\Rightarrow\; -2y + 4 = 0 \Rightarrow y = 2$

$\Rightarrow$ xala yekem $(0, 2)$

$y = 0 \;\Rightarrow\; x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

$\Rightarrow$ xala duyem $(-4, 0)$



Ji xêzkirinê em dibînin ku xwariya rastekê pozîtîv e, çima?

$\Longrightarrow m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Heger em hevkêşeya çûyî bi awayê $y = mx + p$ binivîsin:

$$\Longrightarrow -2y = -x - 4 \Longrightarrow \ y = \frac{1}{2}x + 2$$

Em dibînin ku xwariya vê rastekê, qatên x e û yeksanî $\frac{1}{2}$ e, lê $+2$ xala hevqetîna rastekê bi tewareya $y'y$ ye.

Awayê sade ji hevkêşeya rastekê re ev e:

$$y = mx + p \quad : m, p \in \mathbb{R}$$

Bi vegerandina li hevkêşeya $ax + by + c = 0$

Heger em vê hevkêşeya bi awayê $y = mx + p$ binivîsin, em dibînin ku: $by = -ax - c \ \Longrightarrow y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b} \quad : b \neq 0$

Heger $m = \frac{-a}{b}$ û $p = -\frac{c}{b}$ be, wê demê:

$$y = mx + p \quad : m, p \in \mathbb{R}$$

Mînak 1: Em xwariya xêzika rast $2x + 4y - 5 = 0$ bi du rêbazan bibînin:

1. Hevkêşe bi awayê $ax + by + c = 0$ ye:

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

2. Em hevkêşeyê bi awayê $y = mx + p$ binivîsin:

$$4y = -2x + 5 \Longrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4} \Longrightarrow \ m = -\frac{1}{2}$$

Lê $\frac{5}{4}$ bi xala hevqetîna rastekê bi tewareya $y'y$ re tê nîşankirin.

Mînak 2: Em hevkêşeya rasteka Δ ya ku di xala $(1, 2)$ re diçe û li ser xêzika rasteka ku di xalên $A(2, -3)$, $B(5, -4)$ re diçe, tîk e, bibînin:

Em xwariya rasteka ku di AB re diçe, bibînin:

$$m_{AB} = \frac{-4+3}{5-2} = \frac{-1}{3}$$

Xwariya rasteka li ser wê tîk:

$$m_{\Delta} \times m_{AB} = -1 \Rightarrow m_{\Delta} \times \frac{-1}{3} = -1 \Rightarrow m = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

Hevkêşeya rasteka Δ bi vî awayî ye:

$$y = mx + p \Rightarrow y = 3x + p$$

Ji bo dîtina p, em xala $(1, 2)$ di hevkêşeyê de bi cih bikin:

$$2 = 3(1) + p \Rightarrow 2 = 3 + p \Rightarrow p = -1$$

Ango: $y = 3x - 1$ hevkêşeya rasteka Δ ye.

HÎNDARÎ

1. Em valahiyên li jêr dagirin:

- Heger $d_1 // d_2$ û $m_{d_1} = \frac{5}{4}$ be, wê demê m_{d_2} …………

- Heger $d_1 \perp d_2$ û $m_{d_1} = \frac{1}{2}$ be, wê demê m_{d_2} …………

- Heger AB rasteka rastênhevî tewareya $x'x$ be li gorî ku $A(8,3)$, $B(2,y)$, wê demê nirxê y …………

- Xwariya rasteka ku di xalên $A(2,4)$, $B(-2,8)$ re diçe …………

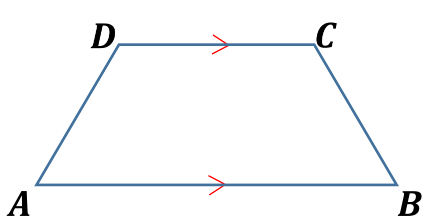
- Heger ABC sêgoşeyeke di B de tîk be ku $A(1,4)$, $B(-1,-2)$ be, wê demê xwariya CB …………

2. Em tekez bikin ku rasteka di xalên $A(-3,4), B(-3,-2)$ re diçe û li ser rasteka di xalên $C(1,2), D(-3,2)$ re diçe, tîk e.

3. Heger $A(-1,-1), B(2,3), C(6,0)$ sê xal bin, em tekez bikin ku sêgoşeya ABC di B de tîk e.

4. di teşeya li jêr de: ABCD kelkot e ku $DC // AB$ be û $A(9,-2), B(3,2), C(x,-x), D(4,-3)$ be:

Em cotên rêzkirî yên C bibînin.



5. **Em hevkêşeya rasteka ku xwariya wê $m = -2$ ye û di xala $A(1\ ,2)$ re diçe, bibînin.**

6. **Heger $2x + 3y - 6 = 0$ hevkêşeya rasteka Δ be:**

- Em xwariya rasteka Δ bibînin.

- Em xêzika girafîkî ji rasteka Δ re xêz bikin.

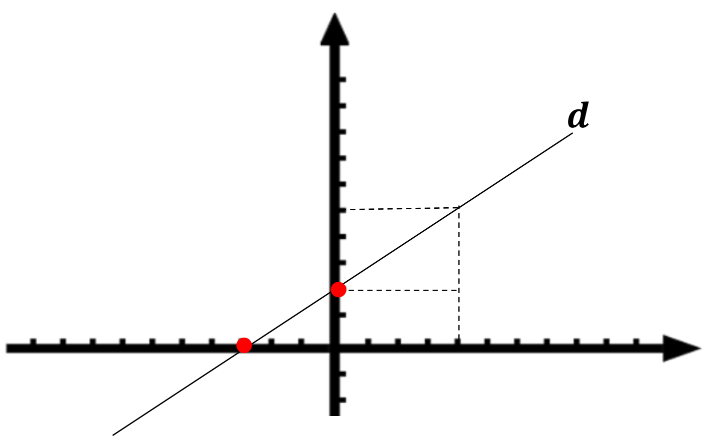
- Em rûbera sêgoşeya OAB ku A, B xalên hevqetîna rastekê bi tewareyên kordînatê re, bibînin.

7. **Di teşeya li jêr de:**

- Em xwariya rasteka d bibînin.

- Em hevkêşeya rasteka d bibînin.

- Em rûbera sêgoşeya bi xêzika rastekê û xalên hevqetînê bi tewareyên kordînatê re û navenda kordînatê, bibînin.



WANEYA ÇAREM: PARVEKIRINA PARÇERASTEKEKÊ

Em berê fêrî dîtina cotên rêzkirî yên xala nîveka parçerastekekê bûne, gelo niha em dikarin cotên rêzkirî yên xala parvekirina parçerastekekê ji hundir û derve ve, bibînin heger em rêjeya parvekirinê bizanin?

1- Dîtina cotên rêzkirî yên xala ku parçerastekekê naskirî bi rêjeyeke naskirî parve dike:

1. Parvekirina ji hundir ve:

Heger $N \in \overrightarrow{CB}$ be, wê demê xala N tîra $\overrightarrow{CB}$ ji hundir ve bi rêjeya $\frac{\ell_2}{\ell_1}$ parve dike, li gorî ku: $\frac{\ell_2}{\ell_1} > 0$

Wê demê: $\frac{CN}{NB} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \Longrightarrow \ell_1 . \overrightarrow{CN} = \ell_1 . \overrightarrow{NB} \quad \cdots\cdots\cdots *$

Heger A xala navenda kordînata levhatî be:

Lê: $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC}$ **û** $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AN}$

Têkiliya $*$ dibe bi vî awayî:

$$\ell_1(\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC}) = \ell_2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AN})$$

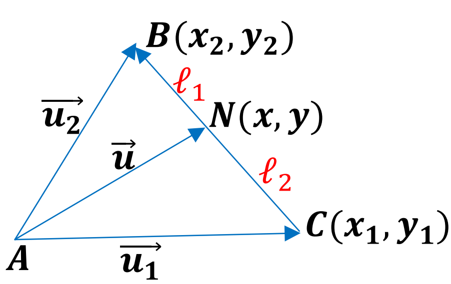
$$\ell_1(\vec{u} - \overrightarrow{u_1}) = \ell_2(\vec{u}_2 - \vec{u})$$

$$\ell_1 . \vec{u} - \ell_1 . \overrightarrow{u_1} = \ell_2 . \vec{u}_2 - \ell_2 . \vec{u}$$

$$\ell_1 . \vec{u} + \ell_2 . \vec{u} = \ell_1 . \overrightarrow{u_1} + \ell_2 . \vec{u}_2$$

$$\vec{u}(\ell_1 + \ell_2) = \ell_1 . \overrightarrow{u_1} + \ell_2 . \vec{u}_2$$

$$\vec{u} = \frac{\ell_1 . \overrightarrow{u_1} + \ell_2 . \vec{u}_2}{\ell_1 + \ell_2}$$



Ev têkilî cotên rêzkirî yên xala N bi awayekî tîrî nîşan dike.

Mînak: Heger $A(2,-1), B(-3,4)$ du xal bin, em cotên rêzkirî yên xala N ya ku $\overrightarrow{AB}$ ji hundir ve bi rêjeya $\frac{3}{2}$ bi awayekî tîrî bibînin:

Heger cotên rêzkirî yên N, (x, y) bin û $\overrightarrow{u_1}(2,-1), \vec{u}_2(-3\,,4)$ û $\frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{3}{2}$ be, wê demê:

$$\vec{u} = \frac{\ell_1.\overrightarrow{u_1} + \ell_2.\vec{u}_2}{\ell_1 + \ell_2}$$

$$= \frac{2(2\,,-1) + 3(-3\,,4)}{3+2} = \frac{(4\,,-2) + (-9\,,12)}{5}$$

$$= \frac{(-5\,,10)}{5} = (-1\,,2) \quad \Rightarrow N(-1\,,2)$$

- **Forma nîşankirina cotên rêzkirî yên xala parvekirina parçerastekekê**

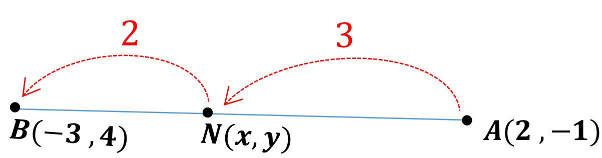
$$(x\,,y) = \frac{\ell_1(x_1\,,y_1) + \ell_2(x_2\,,y_2)}{\ell_1 + \ell_2}$$

$$= \frac{(\ell_1.x_1\,,\ \ell_1.y_1) + (\ell_2.x_2\,,\ \ell_2.y_2)}{\ell_1 + \ell_2}$$

$$= \frac{(\ell_1.x_1 + \ell_2.x_2\ ,\ \ell_1.y_1 + \ell_2.y_2)}{\ell_1 + \ell_2}$$

$$= \left(\frac{\ell_1.x_1 + \ell_2.x_2}{\ell_1 + \ell_2}\ ,\frac{\ell_1.y_1 + \ell_2.y_2}{\ell_1 + \ell_2}\right)$$

Em mînaka çûyî bi forma cotên rêzkirî çare bikin:



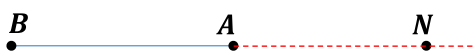
$$N(x\,,y)=\left(\frac{2\times 2+3\times(-3)}{3+2}\,,\frac{2\times(-1)+3\times 4}{3+2}\right)$$

$$=\left(\frac{4-9}{5}\,,\frac{-2+12}{5}\right)=\left(\frac{-5}{5}\,,\frac{10}{5}\right)=(-1\,,2)$$

Rahênan: **Heger $A(4,2), B(8,-6)$ du xal bin, em cotên rêzkirî yên xala N ya ku $\overrightarrow{AB}$ ji hundir ve bi rêjeya $\frac{1}{3}$ parve dike.**

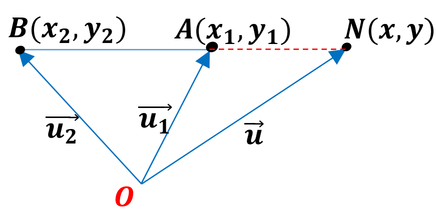
2. Parvekirin ji derve ve:

Heger N xalek ji rasteka ku di xalên A û B re diçe û N ne endama parçerasteka AB be, wê demê N tîra $\overrightarrow{AB}$ ji derve ve bi rêjeya $\frac{\ell_2}{\ell_1}$ parve dike, li gorî ku $\frac{\ell_2}{\ell_1}<0$

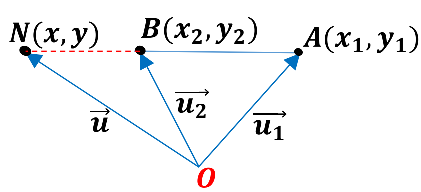


Her wiha nirxek ℓ_1 yan jî ℓ_2 pozîtîv û ya din jî negetîv e û du rewş hene:

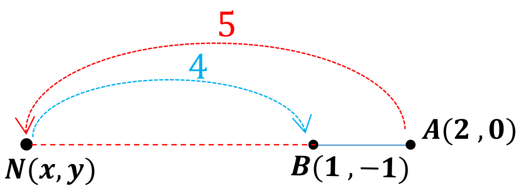
1. Heger N ji aliyê A ve be:



2. Heger N ji aliyê B ve be:



Mînak: Heger $A(2,0), B(1,-1)$ du xal bin, em cotên rêzkirî yên xala N ya ku AB ji derve ve bi rêjeya $\frac{5}{4}$ bi awayekî tîrî bibînin:



Ji ber ku parvekirin derveyî ye, wê demê rêjeya $\frac{\ell_2}{\ell_1} < 0$ e.

Ango: $\frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{5}{-4}$

$$N(x\ ,y) = \left(\frac{-4 \times 2 + 5 \times 1}{5 - 4}\ ,\frac{-4 \times 0 + 5 \times (-1)}{5 - 4}\right)$$

$$= \left(\frac{-8 + 5}{1}\ ,\frac{-5}{1}\right) = (-3\ ,-5)$$

Encam:

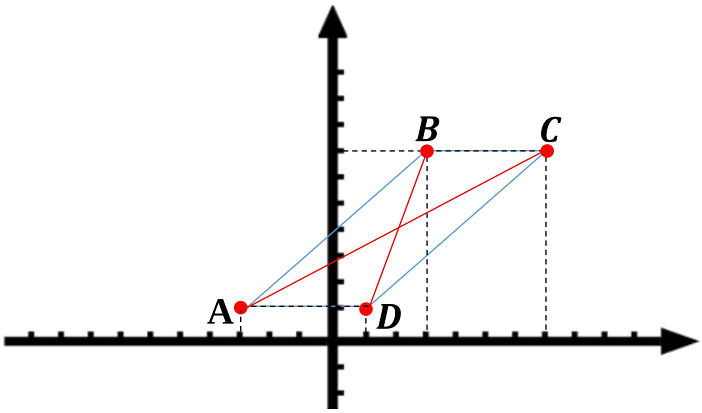
1. Heger $\frac{\ell_2}{\ell_1} > 0$ be, wê demê xala N parçerasteke AB hundirîn parve dike.

2. Heger $\frac{\ell_2}{\ell_1} < 0$ be, wê demê xala N parçerasteke AB hundirîn parve dike.

3. Di rewşa parvekirina derveyî de, xala parvekirinê ji aliyê xala ku li cem wê biçûktirîn rêje ye.

4. Heger $\frac{\ell_2}{\ell_1} = 0$ be, wê demê xala N di nîveka parçerasteka AB ye.

Mînak: **Heger ABCD çargoşeya ku cotên rêzkirî yên sergoşeyên wê $A(-3,1), B(3,7), C(7,7), D(1,1)$ bin, em cotên rêzkirî yên nîveka AC û yên nîveka BD bibînin, em çi encamê digirin?**



Heger N nîveka AC be:

$$(x\,,y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{-3 + 7}{2}, \frac{1 + 7}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{4}{2}, \frac{8}{2}\right) = (2\,,4)$$

Heger M nîveka BD be:

$$(x\,,y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{3 + 1}{2}, \frac{7 + 1}{2}\right)$$

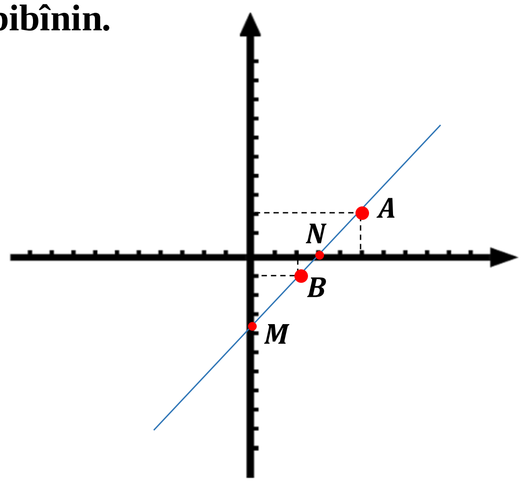
$$= \left(\frac{4}{2}, \frac{8}{2}\right) = (2\,,4)$$

Em dibînin ku her du eşkêlên AC û BD di nîvî de hevqetîn in.

Her wiha çargoşeya ABCD kenarên rastênhev in.

2- Dîtina rêjeya parvekirinê:

Mînak: **Heger $A(5,2), B(2,-1)$ du xal bin, em rêjeya ku parçerasteka AB pê parve dibe bi xalên hevqetîna rasteka AB bi tewareyên kordînatê re, bibînin û cureya parvekirinê di her rewşekê de bibînin û piştre cotên rêzkirî yên xala parvekirinê bibînin.**



1. Heger tewareya $x'x$ parçerasteka AB di xala N de qut bike li gorî ku $N(x,0)$:

$$(x\,,y)=\left(\frac{\ell_1.x_1+\ \ell_2.x_2}{\ell_1+\ \ell_2},\frac{\ell_1.y_1+\ \ell_2.y_2}{\ell_1+\ \ell_2}\right)$$

$$(x\,,0)=\left(\frac{5\,\ell_1+\ 2\,\ell_2}{\ell_1+\ \ell_2},\frac{2\,\ell_1+\ \ \ell_2}{\ell_1+\ \ell_2}\right)\ \Longrightarrow$$

$$0=\frac{2\,\ell_1+\ \ell_2}{\ell_1+\ \ell_2}\Longrightarrow 2\,\ell_1+\ \ell_2=0\Longrightarrow\ \ell_2=2\,\ell_1\Longrightarrow\frac{\ell_2}{\ell_1}=\frac{2}{1}$$

$\frac{\ell_2}{\ell_1}=\frac{2}{1}$ **rêjeya parvekirinê ye.**

Em dibînin ku: $\frac{\ell_2}{\ell_1}>0\Longrightarrow$ **parvekirin hundirîn e bi rêjeya** $\frac{2}{1}$

$$\Longrightarrow x=\frac{5\times1+2\times2}{1+2}=\frac{5+4}{3}=\frac{9}{3}=3\Longrightarrow N(3\,,0)$$

Ango: $N(3\,,0)$ **cotên rêzkirî yên xala N ne**

2. Heger tewareya $y'y$ parçerasteka AB di xala M de qut bike li gorî ku $M(0, y)$:

$$(0\,,y) = \left(\frac{5\,\ell_1 + \,2\,\ell_2}{\ell_1 + \,\ell_2}, \frac{2\,\ell_1 + \,\ \ell_2}{\ell_1 + \,\ell_2}\right) \Longrightarrow$$

$$0 = \frac{5\ell_1 + \,2\ell_2}{\ell_1 + \,\ell_2} \Longrightarrow 5\,\ell_1 + \,2\ell_2 = 0 \Longrightarrow 2\ell_2 = -5\ell_1 \Longrightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{5}{-2}$$

$\frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{5}{-2}$ **rêjeya parvekirinê ye.**

Em dibînin ku: $\frac{\ell_2}{\ell_1} < 0 \Longrightarrow$ **parvekirin derveyî ye bi rêjeya** $\frac{5}{2}$

$$\Longrightarrow y = \frac{2 \times (-2) - 5}{5 - 2} = \frac{-4 - 5}{3} = \frac{-9}{3} = -3 \Longrightarrow M(0\,,-3)$$

HÎNDARÎ

1. Heger $A(2,-1), B(-3,-6)$ du xal bin:

- Em cotên rêzkirî yên xala N ya ku parçerasteka AB ji aliyê A ve hundirîn parve dike bi rêjeya $\frac{2}{3}$ bibînin.

- Em cotên rêzkirî yên xala M ya ku parçerasteka AB ji aliyê A ve derveyî parve dike bi rêjeya $\frac{2}{3}$ bibînin.

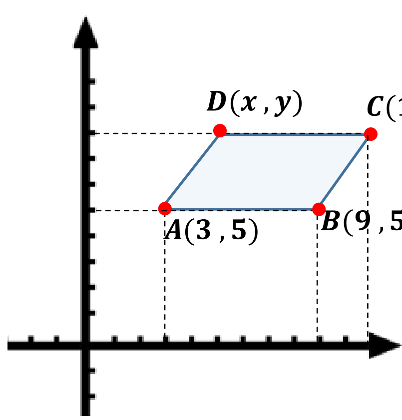
- Em cotên rêzkirî yên xala *I* ya ku parçerasteka AB bibînin.

2. Heger $N(2,4)$ nîveka AB be li gorî ku $A(x,4)$, $B(1,y)$ be, em x , y bibînin.

3. ABCD parçeyek erd e bi teşeya kenarên rastênhev e, cotên rêzkirî yên sê sergoşeyên wê yên li pey hev $A(3,5)$ $B(9,5)$, $C(11,8)$ ne.

- em dikarin alîkariya xwediyê erd bikin di nîşankirina cotên rêzkirî yên sergoşeya çarem D?

- Em rûbera parçeya erdê bibînin.



WANEYA PÊNCEM: HEVKÊŞEYA XÊZIKA RASTEKÊ

Me berê awayê giştî ji hevkêşeya rastekê re dîtiye:

$$ax + by + c = 0 \quad : a, b \neq 0$$

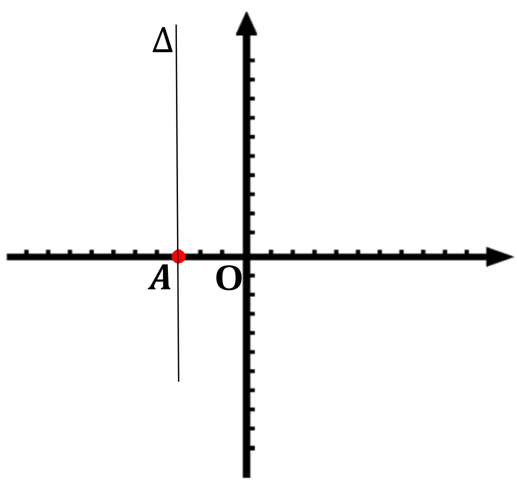
Em dibînin ku:

1. Heger $b = 0$ û $a \neq 0$ be, hevkêşe dibe bi awayê:

$$ax + c = 0 \quad \Rightarrow x = \frac{-c}{a}$$

Hevkêşeya rasteka rastênhevî tewareya $y'y$ ye û di xala $(-\frac{c}{a}, 0)$ re diçe.

Mînak: **Em rasteka $2x + 6 = 0$ xêz bikin:**



$$2x + 6 = 0 \ \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$$

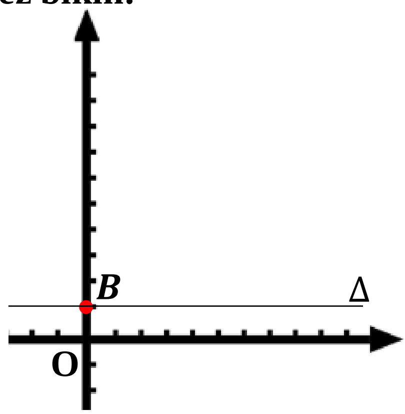
Hevkêşeya rasteka Δ rastênhevî $y'y$ ye û di xala $A(-3, 0)$ re diçe.

2. Heger $a = 0$ û $b \neq 0$ be, hevkêşe dibe bi awayê:

$$by + c = 0 \quad \Rightarrow y = \frac{-c}{b}$$

Hevkêşeya rasteka rastênhevî tewareya $x'x$ e û di xala $(0, -\frac{c}{b})$ re diçe.

Mînak: Em rasteka $3y - 3 = 0$ xêz bikin:



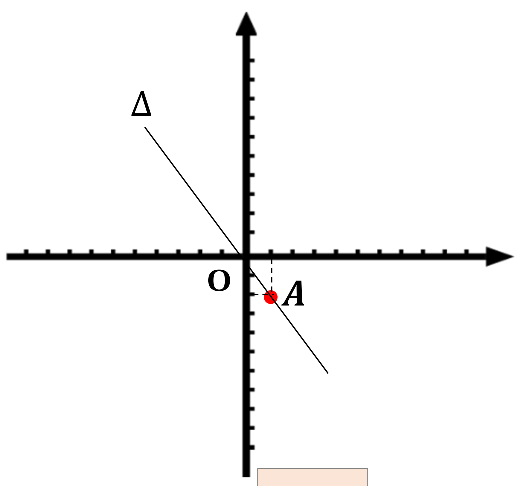
$3y - 3 = 0 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$

Hevkêşeya rasteka Δ rastênhevî $x'x$ ye û di xala $B(0, 1)$ re diçe.

3. Heger $c = 0$ be, hevkêşe dibe bi awayê: $ax + by = 0$

Hevkêşeya rasteka ku di navenda kordînatê re diçe.

Mînak: Em rasteka $4x + 2y = 0$ xêz bikin:



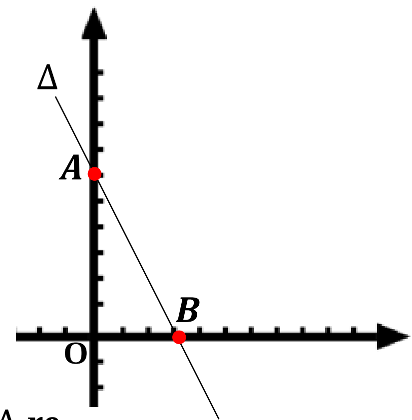
Rasteka Δ di navendê re diçe.

x	y	Xal
0	**0**	$O(0\,,0)$
1	-2	$A\,(1\,,-2)$

4. Awayê giştî ya hevkêşeya rastekê:

$$ax + by + c = 0 \quad : a, b \;\neq 0$$

Mînak: Em rasteka $2x + y - 6 = 0$ xêz bikin:



Awayê giştî ji hevkêşeya rasteka Δ re.

x	y	Xal
0	**6**	$O(0\,,6)$
3	**0**	$A\,(3\,,0)$

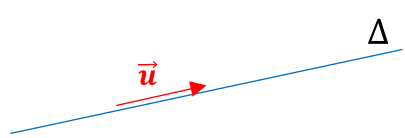
Tîra rastekê:

Her tîreke nesifirî ye, li ser rastekê tê nîşankirin.

Heger Δ rasteka ku hevkêşeya wê bi vî awayî be:

$$ax + by + c = 0 : a, b \neq 0$$

Wê demê tîra wê $\vec{u}\,(a\,,b)$ ye.



Têbînî

Heger $k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ be, wê demê $k\vec{u} = (ka\,, kb)$

Ew jî tîra rasteka Δ ye.

Mînak: Heger Δ rasteka ku hevkêşeya wê $2x + 4y - 6 = 0$ be, wê demê tîra wê: $\vec{u}(2\,,4) = \vec{u}(a\,,b)$

Di heman demê de tîrên $\vec{v}(4\,,8)\,,\vec{w}(1\,,2)$ tîrên wan e.

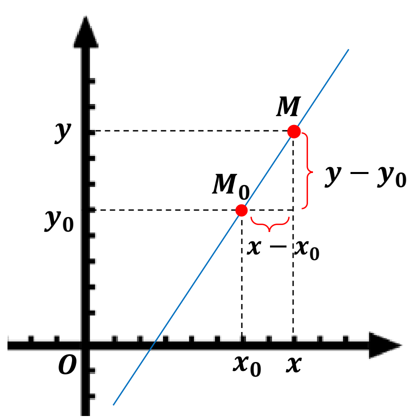
Rahênan: Heger $\vec{u}(2\,,-3)$ tîra rasteka Δ be, kîjan tîrên li jêr tîra rasteka Δ ye.

$\vec{v}(-2\,,3)$ ، $\vec{w}(-2\,,-3)$ ، $\vec{z}(2\,,3)$ ، $\vec{g}(6\,,-9)$

Hevkêşeya rasteka ku di xaleke naskirî re diçe û xwariya wê naskirî ye:

Heger Δ rasteka ku xwariya wê m ye û di xala $M_0(x_0\,,y_0)$ re diçe û heger $M(x\,,y)$ xaleke guhêr be li ser rasteka Δ

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Longrightarrow y - y_0 = m\,(x - x_0)$$



Mînak 1: **Em hevkêşeya rasteka Δ ya ku di xala $A(1,3)$ re diçe û xwariya wê $m = -2$ ye, bibînin:**

$$y - y_0 = m\,(x - x_0)$$

$$y - 3 = -2(x - 1)$$

$$y - 3 = -2x + 2 \implies 2x + y - 5 = 0$$

Mînak 2: **Em hevkêşeya rasteka Δ ya ku di xala $B(3,-4)$ re diçe û tîra wê $\vec{u}(2\,,-1)$ ye, bibînin:**

Xwariya rasteka Δ heman xwariya tîra wê ye:

$$m_\Delta = m_{\vec{u}} = \frac{y}{x} = \frac{-1}{2}$$

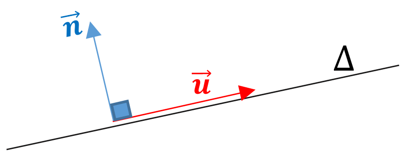
$$y - y_0 = m\,(x - x_0) \implies y + 4 = \frac{-1}{2}\,(x - 3)$$

$$2y + 8 = x - 3 \implies x + 2y + 5 = 0$$

Tîra tîk li ser rastekê:

Her tîreke nesifirî ye û li ser tîra rastekê tîk e.

Heger $\vec{u}\,(a\,,b)$ tîra rastekê be, wê demê tîra $\vec{n}\,(b\,,-a)$ tîra ku li ser rastekê tîk e.



Têbînî

Heger $k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ be, wê demê $k\vec{n} = (kb\,,-ka)$

Ew jî tîra li ser rastekê tîk e.

Mînak 1: **Heger $\vec{u}(3\,,2)$ tîra rastekê be, wê demê tîra tîk jê re $(2\,,-3)$ yan $-2\,,3$ yan $-4\,,6\,\ldots$**

Mînak 2: Heger $\vec{u}(\frac{1}{2}\,,2)$ tîra rastekê be, em ê tîrên tîk li ser rastekê bibînin:

$$\vec{n_1}\left(1\,,-\frac{1}{2}\right)\quad,\quad \vec{n_2}\,(2\,,-1)\quad,\quad \vec{n_3}\left(-1\,,\frac{1}{2}\right)$$

Mînak 3: Heger rasteka ku di xala $A(-3,5)$ re biçe û tîra $\vec{n}(-1,2)$ li ser wê tîk be:

1. Em tîra rastekê bibînin.

2. Em hevkêşeya rastekê bibînin.

1. Tîra rastekê: $\vec{u}(-2\,,-1)$ ji ber ku tîra tîk bi awayê $\vec{n}(b\,,-a)$ ye û tîra rastekê bi awayê $\vec{u}\,(a\,,b)$ ye.

2. Em xwariya rastekê bibînin: Ji ber ku $\vec{u}$ tîra rastekê ye, heman xwarî ne:

$$m=\frac{y}{x}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$$

Hevkêşeya rasteka ku xwariya wê naskirî ye û di xala $A(-3,5)$ re diçe:

$$y-y_A=m\,(x-x_A)\quad\Longrightarrow\quad y-5=\frac{1}{2}\,(x+3)$$

$$2y-10=x+3\quad\Longrightarrow x-2y+13=0$$

Hevkêşeya rasteka ku du parçeyên ji tewareyên kordînatê qutkirî naskirî be:

Em dizanin ku hevkêşeya rasteka ku xwariya wê m ye û parçeyekê ji tewareya $y'y$ qut dike bi dirêjahiya b ev e:

$$y = mx + b$$

Ji teşeya li jêr em dibînin ku xwariya rasteka Δ ya ku di xalên $N(0\,,b)$ û $M(a\,,0)$ re diçe ev e:

$$m = \frac{y_M - y_N}{x_M - x_N} = \frac{0 - b}{a - 0} = \frac{-b}{a}$$

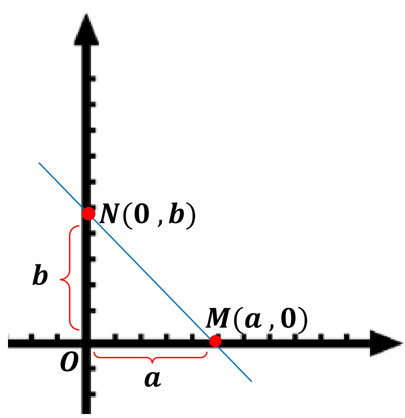
Hevkêşeya rasteka ku xwariya wê naskirî ye û di xalekê re diçe bi vî awayî ye:

$$y - y_N = m\,(x - x_N) \Rightarrow y - b = \frac{-b}{a}(x - 0)$$

$$ay - ab = -bx \;\Rightarrow bx + ay = ab$$

Em hemû pêkhateyan belavî ab bikin:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



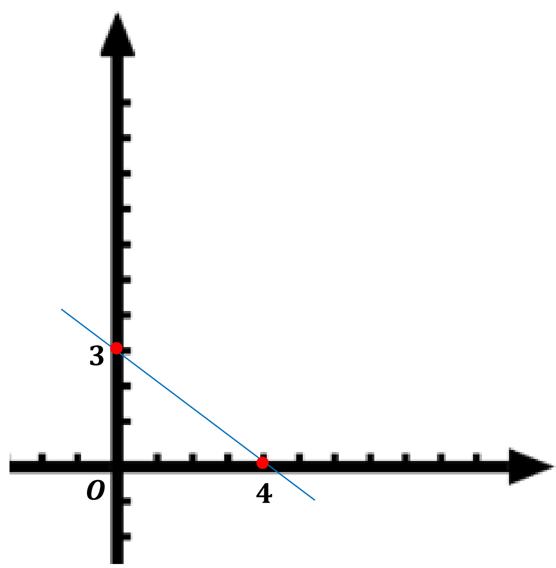
Mînak: Em dirêjahiyên her du parçeyên ji tewareyên kordînatê qutkirî bi rasteka ku hevkêşeya wê bi vî awayî be $3x + 4y - 12 = 0$, bibînin û piştre em vê rastekê xêz bikin.

Em hevkêşeyê bi awayê $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ binivîsin.

$$\Rightarrow 3x + 4y = 12 \xrightarrow{\div 12} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

Em dibînin ku: $a = 4$ li ser tewareya $x'x$ ye.

$b = 3$ li ser tewareya $y'y$ ye.



HÎNDARÎ

1. Em xwariya rastekê (heger hebe) di rewşên li jêr de bibînin:

- Di xalên $A(1\ ,5)\ ,B(-8\ ,0)$ re diçe.

- Di xalên $A(-4\ ,3)\ ,B(8\ ,3)$re diçe.

- Di xalên $A(4\ ,7)\ ,B(4\ ,10)$ re diçe.

2. Kîjan xalên li jêr li ser heman rastekê ne?

a. $A(3\ ,5)\ ,\ \ B(-1\ ,3)\ ,\ \ C(7\ ,7)$

b. $A(1\ ,2)\ ,\ \ B(-1\ ,5)\ ,\ \ C(4\ ,1)$

c. $A(0\ ,0)\ ,\ \ B(3\ ,2)\ \ \ \ ,\ \ C(6\ ,4)$

3. Em hevkêşeya rasteka ku di xala $A(1,-2)$ re diçe û tîra wê $\vec{u}(2\ ,4)$ e, bibînin.

4. Heger rasteka bi xala $B(2,-3)$ li ser tîra $\vec{n}(-1\ ,2)$ tîk be:

- Em tîra rastekê bibînin.

- Em hevkêşeya vê rastekê bibînin.

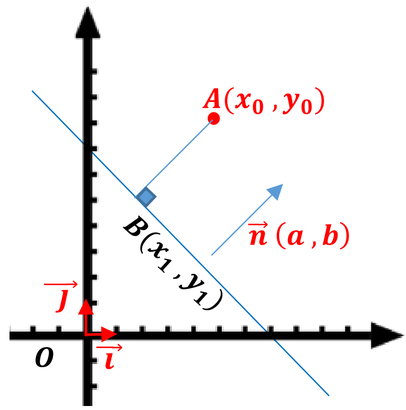
5. Em dirêjahiyên her du parçeyên ji tewareyên kordînatê qutkirî bi rasteka ku hevkêşeya wê $5x-3y=15$ be, bibînin.

WANEYA ŞEŞEM: DURAHIYA XALEKÊ JI RASTEKEKÊ

Heger Δ rastekek be ku hevkêşeya wê $ax + by + c = 0$ be û $A(x_0\,, y_0)$ xaleke di kordînata levhatî $(O\,, \vec{\imath}\,, \vec{\jmath}\,)$ de be.

Em durahiya xala A ji rasteka Δ bibînin:

Tîra tîk ji rasteka Δ re $\vec{n}\,(a\,, b)$ ye û heger êxistina xala A li ser rasteka Δ xala $B(x_1\,, y_1)$ be, wê demê her du tîrên $\vec{n}\,, \overrightarrow{AB}$ xêzikî girêdayî ne.



Wê demê hejmareke rast k heye li gorî ku: $\overrightarrow{AB} = k\vec{n}$

$$(x_B - x_A)\vec{\imath} + (y_B - y_A)\vec{\jmath} = k(a\,, b)$$

$$= ka\vec{\imath} + kb\vec{\jmath}$$

$$x_B - x_A = ka$$

$$\Longrightarrow x_B = x_A + ka$$

$$y_B - y_A = kb$$

$$\Longrightarrow y_B = y_A + kb$$

Lê: $B \in \Delta \Longrightarrow$

$$ax_B + by_B + c = 0$$

$$a(x_A + ka) + b(y_A + kb) + c = 0$$

$$ax_A + a^2k + by_A + b^2k + c = 0$$

$$ax_A + by_A + c + k(a^2 + b^2) = 0$$

Ji ber ku $a^2 + b^2 \neq 0$ û $\vec{n} \neq 0$:

$$k = \frac{-(ax_A + by_A + c)}{a^2 + b^2}$$

Ji aliyekî din ve ji têkiliyê:

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{n} \Longrightarrow |\overrightarrow{AB}| = |k| \,.\, |\vec{n}|$$

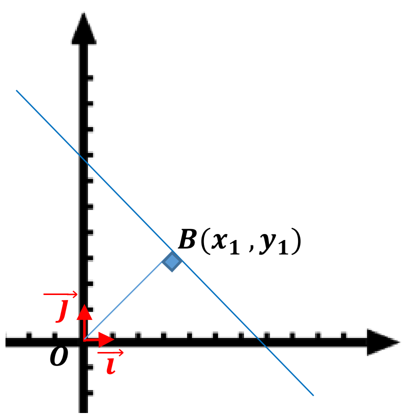
Ji ber ku AB dirêjahiya geometriyî ye:

$$AB = \frac{|ax_A + by_A + c|}{a^2 + b^2} \times \sqrt{a^2 + b^2}$$

Em vê durahiyê bi sembola h nîşan bikin:

$$h = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Rewşeke taybet: Ji bo hesabkirina durahiya xala navendê $O(0,0)$ ji rasteka Δ, em rêgeza çûyî bi kar bînin li gorî ku $x_A = 0$, $y_A = 0$ $\Longrightarrow OB = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$



Mînak: Em durahiya xala $A(-1,2)$ ji rasteka Δ ya ku hevkêşeya wê $3x+4y-2=0$ e, bibînin:

$$h=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Longrightarrow h=\frac{|3(-1)+4(2)-2|}{\sqrt{(3)^2+(4)^2}}$$

$$\Longrightarrow h=\frac{|-3+8-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|3|}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$$

Rahênan: Di kordînateke levhatî $(O,\overrightarrow{\imath},\overrightarrow{\jmath})$ de, heger $A(-6,0), B(0,8), C(2,4)$ sê xal bin, em rûbera sêgoşeya ABC bibînin.

Hevkêşeya giştî ji rasteka ku di xala hevqetîna du rastekan re diçe:

Em berê fêr bûne çawa cotên rêzkirî ji xala hevqetîna du rastekên ne rastênhev cebirî û girafîkî bibînin.

$$a_1x+b_1y+c_1=0 \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$a_2x+b_2y+c_2=0 \cdots\cdots\cdots (2)$$

Em dikarin hevkêşeya hinek rastekên ku di xala hevqetîna her du rastekên çûyî re bibînin?

Ji ber ku ji xaleke tenê hejmareke bêdawî ji rastekan diçin.

Awayê hevkêşeya ku hemû rastekên ku di xala hevqetîna her du rastekên çûyî re diçe, nîşan dide, wiha ye:

$$D(a_1x+b_1y+c_1)+L(a_2x+b_2y+c_2)=0 \quad : D,L \in \mathbb{R}$$

Di rewşa $D=0$ de, em hevkêşeya rasteka duyem bi dest dixin, lê heger $L=0$ be, em hevkêşeya rasteka yekem bi dest dixin.

Dema ku $D\neq 0$ û $L\neq 0$ be, em hevkêşeya her rasteka ku di xala hevqetîna her du rastekên çûyî re diçe, bi dest dixin, ji bilî her du rastekên resen.

Her wiha awayê giştî ji hevkêşeyê re ev e:

$$a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$$

Mînak: **Em hevkêşeya rasteka ku di xala $A(-2, 4)$ û xala hevqetîna her du rastekên li jêr re diçe, bibînin:**

$$x + 2y - 5 = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$2x - 3y + 4 = 0 \ \cdots\cdots\cdots (2)$$

Awayê hevkêşeya giştî:

$$a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$$

$$x + 2y - 5 + k(2x - 3y + 4) = 0$$

Em xala A bi cih bikin:

$$-2 + 2(4) - 5 + k[2\,(-2) - 3(4) + 4] = 0$$

$$-2 + 8 - 5 + k(-4 - 12 + 4) = 0$$

$$1 + k(-12) = 0 \ \Rightarrow k = \frac{1}{12}$$

Ango: **Hevkêşe wiha ye:**

$$x + 2y - 5 + \frac{1}{12}(2x - 3y + 4) = 0 \ \xRightarrow{\times 12}$$

$$12x + 24y - 60 + 2x - 3y + 4 = 0$$

$$14x + 21y - 56 = 0 \ \xRightarrow{\div 7}$$

$$2x + 3y - 8 = 0$$

Rahênan: **Em hevkêşeya rasteka ku di xala $A(2, -1)$ û xala hevqetîna her du rastekên li jêr re diçe, bibînin:**

$$5x - y - 3 = 0 \ \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$7x + y + 3 = 0 \ \cdots\cdots\cdots (2)$$

HÎNDARÎ

1. Em dirêjahiya xêzika tîk a ji xala $A(4,-5)$ xêzkirî li ser rasteka Δ ya ku hevkêşeya wê $3x-4y+8=0$ e, bibînin.

2. Em dirêjahiya xêzika tîk a ji xala $B(5,2)$ xêzkirî li ser rasteka ku di her du xalên $A(0,-3), C(4,0)$ re diçe, bibînin.

3. Du rêyên cîran hene, hevkêşeya rêgeha rêya yekem $3x-4y-7=0$ e û hevkêşeya rêgeha rêya duyem $3x-4y+11=0$ e.

Em tekez bikin ku her du rê rastênhev in û piştre kintirîn durahiya di navbera wan de, bibînin.

4. Em tekez bikin ku her du rastekên li jêr hevtîk in:

$$x-4y+14=0 \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

$$4x+y+5=0 \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

Piştre em xala hevqetîna wan bibînin û piştre hevkêşeya rasteka di xala hevqetîn û xala $A(2,1)$ re diçe, bibînin.

BELAVKIRINA WANEYAN LI SER SALA XWENDINÊ

Heftî / Meh	Heftiya Yekem	Heftiya Duyem	Heftiya Sêyem	Heftiya Çarem
Rezber			**Çareya hevkêşeyên ji pileya duyem**	**Çareya hevkêşeyên ji pileya duyem**
Cotmeh	**Fonkisyona hejmarî**	**Fonkisyona hejmarî**	**Hêmaya fonkisyon û newekheviyê Fonkisyona hejmarî**	**Wekhevî**
Mijdar	**Wekhevî**	**Teoriya talis**	**Goşe û menên pîvana wê**	**Goşe û menên pîvana wê**
Berfanbar	**Pêkanînên sêgoşeyan**	**Fonkisyonên sêgoşeyî**	**Fonkisyonên sêgoşeyî**	**Girafîka fonkisyonên sêgoşeyî**
Rêbendan	Lêveger	Lêveger	Bêhinvedan	Bêhinvedan
Reşemeh	**Têkiliyên bingehîn di rêjeyên sêgoşeyî de**	**Tîr**	**Tîr**	**Tîr di kordînatê de**
Avdar	**Dirêjahiya di navbera du xalan de**	**Dirêjahiya di navbera du xalan de**	**Cotên rêzkirî yên nîveka parçerastekek ê**	**Awayê sade ji hevkêşeya rastekê re**
Cotan	**Awayê sade ji hevkêşeya rastekê re**	**Parvekirina parçerasteke kê**	**Hevkêşeya xêzika rastekê**	**Durahiya xalekê ji rastekekê**
Gulan	Lêveger	Lêveger		